



A RELAÇÃO ENTRE O DESEMPENHO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS E OS DIFERENTES REGISTROS DISCURSIVOS E OS SISTEMAS DE VISUALIZAÇÕES ADOTADOS POR ESTUDANTES

Auxiliadora Baraldi Pacheco

Instituto Federal de Alagoas/Campus Satuba

E-mail barauxi@gmail.com

Resumo:

O objetivo desse estudo é investigar as interações entre os registros de representação, os sistemas de visualização e o desempenho na resolução de problemas, envolvendo conceitos de matemática básica, numa perspectiva duvaliana que considera que os sistemas semióticos deveriam estar integrados à arquitetura cognitiva, além de serem essenciais ao funcionamento cognitivo. A resolução de um problema depende do desenvolvimento dos sistemas semióticos que envolvem transformações de representações que requerem apropriações desses sistemas. Participaram desta proposta quatrocentos e seis estudantes de uma escola pública, adolescentes e adultos, cuja análise das interações entre os registros de representação discursivos e sistemas de visualização indicou que a maioria dos estudantes não adotaram sistemas analógicos nas resoluções de problemas. Tais resultados indicam que a resolução ainda está restrita à pouca mudança na forma de registros, o que pode indicar pouca compreensão matemática, pois a compreensão matemática está ligada à disposição de mais de um registro de representação.

Palavras-chave: resolução de problemas; registros de representação analógico e não analógico.

1. Introdução

Sabe-se que a resolução de um problema matemático depende do desenvolvimento da capacidade mental de representação semiótica do indivíduo que, por sua vez, depende do desenvolvimento cultural de seus sistemas semióticos. O registro de representação semiótico fornece um sistema específico de representação e processamento do pensamento matemático. Isso vai além da comunicação, pois envolve transformações de representações que requerem a apropriação e o domínio desses sistemas (Duval, 2003).

O presente trabalho investiga sobre a descoberta e a explicação dos mecanismos psicológicos envolvidos na resolução de problemas com base na teoria de Duval (1999,

2003) que considera que os sistemas semióticos deveriam estar integrados à arquitetura cognitiva das pessoas, como estruturas essenciais ao funcionamento do pensamento.

O foco desse estudo é investigar e verificar como ocorrem as associações entre desempenho e as representações analógicas dos estudantes, assim como as associações entre desempenho e as representações não analógicas desses estudantes na resolução de problemas matemáticos, envolvendo conceitos aritméticos, algébricos e/ou geométricos. Essa discussão que envolve resolução de problemas, os sistemas de visualizações (representações analógicas), os registros discursivos (representações não analógicas) e o desempenho e pode ser considerada como a ponta do iceberg de grandes discussões que se desenvolveram ao longo da literatura sobre a cognição. Duval (1999, 2003) coloca que estão em aberto questões de pesquisa sobre quais sistemas cognitivos são necessários mobilizar para acessar os objetos matemáticos e quais os sistemas cognitivos são necessários para realizar as transformações e conversões no tratamento matemático e, mais especificamente, na resolução de problemas. A questão proposta para investigação foi: *Como o desempenho nos problemas matemáticos se relaciona aos tipos de registros de representação e ao sistema de visualização?*

2. O significado de problema e o significado de resolução de problema

A resolução de problemas tem ligação com a construção de significados, tornando o problema uma tarefa matemática privilegiada para a aprendizagem, visto que essa construção está relacionada às coordenações entre as operações conceituais, as imagens mentais e as representações semióticas.

O termo *problema* pode fazer referência a situações problemáticas muito diferentes entre si em função das características das pessoas que nelas se encontram e depende de suas expectativas e do contexto que produz a situação (Echeverria & Pozo, 1994). Assim, psicologicamente, o que pode ser problema para um indivíduo em certo contexto poderá não ser assim considerado por outro indivíduo nesse mesmo contexto. Pode-se ter, ainda, em um nível psicológico, um mesmo indivíduo lidando com certos contexto e situação que em determinado momento os encare como um problema, enquanto que em outros momentos não os encare como tal. Para Piaget (1991) a atividade de responder, de explicar ou de compreender um problema é uma função comum constante (invariante) a todas as

idades e a todas as fases do desenvolvimento, enfim, resolver um problema é uma ação desencadeada por uma necessidade do pensamento.

Muitos sentidos são atribuídos pelos professores à expressão “solução de problemas” para caracterizar situações diversas tais como: realização de exercícios menos repetitivos, tomada de decisão em diferentes contextos ou pensar matematicamente (Echeverría, 1998). A própria literatura científica também enfoca diversas visões acerca dos significados de *problema* e de *resolução de problemas*. Enquanto componente psicológica, a resolução de problema parece ser mais relevante e, nesse sentido, Saviani (1980) estabelece uma diferenciação entre um ‘problema’ e uma mera ‘questão’. Para o autor, a resolução de um problema reside na consideração da necessidade de sua solução pelo sujeito e não apenas no desconhecimento de sua resposta. As questões, as tarefas matemáticas ou os problemas prototípicos são desenvolvidas para o contexto escolar e, em alguns casos, não seria possível torná-las uma situação problema matematizável no dia-a-dia.

Grossinckle (1968) aponta a resolução de problemas como sendo uma alta forma de pensamento reflexivo e defende o pensamento quantitativo como a sua base efetiva. Esse pensamento quantitativo, dentre outras funções, envolve a conversão da expressão oral e escrita em ideias numéricas.

Para Lester (1982), "um problema é uma situação a qual um indivíduo ou grupo quer ou necessita resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução" (p.18). Para esse autor, a resolução de problemas refere-se ao "...processo de coordenação de experiências prévias, conhecimento e intuição em um esforço para determinar um resultado de uma situação para a qual não é conhecido um procedimento para determinar esse resultado" (1982, p. 93). Nessa perspectiva, o ato de resolver um problema envolveria um grupo de execuções de ações para se chegar à solução de uma situação para a qual quem resolve não dispõe de caminhos diretos para resolvê-la.

Câmara e Lima (2010) diferenciam problema associado a dois tipos de metodologias com objetivos diferentes. Em uma, é priorizada a transmissão do conhecimento e, em outra, o estudante é colocado em posição de destaque no processo de aprendizagem. Os autores colocam que, dependendo dos tipos de metodologia envolvidos, pode-se ter: o problema fechado, o problema aberto e as situações-problemas. O primeiro, problema fechado, caracteriza-se por uma aplicação de conhecimentos já supostamente aprendidos pelo estudante.

Nesse caso, já de antemão, o estudante é conduzido a identificar o conhecimento a ser utilizado em sua resolução, sem que haja maiores estímulos à construção de conhecimentos e à utilização do raciocínio matemático. O uso exclusivo desse tipo de problema consegue mascarar a efetiva aprendizagem, à medida que, ao antecipar o conhecimento em jogo na situação, o estudante atua de forma mecânica e, muitas vezes, sem construir significado, na resolução do problema (CÂMARA & LIMA, 2010, p. 9)

O segundo, o problema aberto, é uma proposição em que o enunciado apresenta o mínimo possível de dados numéricos, caracterizando-se como uma situação ambígua. Segundo Pérez et al (1988), o exagero que ocorre no enunciado das tarefas relativo à indicação dos dados, como também todas as condições de existência, responde a concepções tradicionais que, para o autor, “orientam incorretamente a resolução e as práticas de ensino com situações ‘abertas’ e constituem um passo essencial para desbloquear o ensino de resolução de problemas e suas limitações” (1988, p.134). Estudos da área têm apontado, segundo Pérez et al, dúvidas a respeito da “possibilidade de eliminar os dados e precisões dos enunciados habituais e construir enunciados mais abertos capazes de gerar uma resolução de acordo com as características do trabalho científico” (1988, p.134). Sobre isto, Pérez et al têm estado otimistas e alegam terem constatado na prática tal possibilidade de tradução dos problemas tradicionais habituais para problemas abertos.

E, finalmente, as situações-problema, quando uma pessoa é confrontada com uma situação de conflito, espera-se que já tenha sido vivenciada por ela. Nessas situações, elas são chamadas a mobilizar os conhecimentos sistematizados que incluem conceitos, as relações entre os conceitos, linguagem própria e procedimentos técnicos. Tais conhecimentos só ganham significado se forem ligados, de forma eficaz, às experiências práticas. As situações-problema, para serem resolvidas, necessitam de quem resolve a capacidade de administrar as mais diferentes situações da vida, pelo recurso a intuições, conceitos, princípios, informações, métodos, técnicas, resultantes de suas experiências pessoais. Le Blanc aponta que é muito mais fácil adquirir uma habilidade para calcular ou compreender um conceito do que adquirir a habilidade para a resolução de problemas, pois essa requer “que um indivíduo adquira um grupo de processos que são trazidos para guiar uma situação de confronto individual” (1977, p.16).

Apesar das diferenças dos objetivos entre os problemas fechado e os problemas abertos e as situações-problema, a forma de conduzir as atividades envolvendo esses tipos de problemas não diferem, pois nos três tipos de problemas espera-se que quando os

estudantes sejam apresentados aos problemas realizem tentativas de resolução, estabeleçam hipóteses e em seguida testá-las e validar os seus resultados (Câmara & Lima, 2010).

Autores como Dewey (1936) e Polya (1978) apresentaram propostas para sistematizar a resolução de problemas. Para Dewey (1936), processo de resolução de problemas passa por cinco etapas logicamente diferentes: a identificação (reconhecimento) do problema; a definição e a classificação do problema; a produção de hipóteses sobre as possíveis soluções; o desenvolvimento dessas etapas e a dedução de suas propriedades; a comprovação das hipóteses. E, para Polya, há possibilidade dos estudantes chegarem às indagações chamadas de fases para resolver um problema. Essas fases seriam os princípios da descoberta que envolveria a: “compreensão do problema; estabelecimento de um plano; execução do plano e retrospecto” (Polya, 1978).

3. A resolução de problemas e as transformações das representações semióticas: os tratamentos e as conversões.

Duval (1999) concebe que a matemática progrediu com o desenvolvimento de vários sistemas semióticos e esse desenvolvimento está ligado a uma concepção dual primitiva dos modos de funcionamento cognitivo que se baseava em dois sistemas sensoriais: a linguagem e a imagem. O autor coloca exemplos de evoluções de sistemas semióticos que se originaram da linguagem verbal que passou por abreviações, notações simbólicas e chegando à escrita algébrica. Outro exemplo de evolução dos sistemas semióticos se originara das imagens que em determinado período eram construções de figuras planas com ferramentas (régua e compasso); em outro período começaram a produzir figuras em perspectiva e mais tarde vieram as construções dos gráficos que passaram a ser traduzidos por curvas em equações. “*Cada novo sistema semiótico fornece meios específicos de representação e processamento matemático. Por essa razão, tem chamado de registro de representação*” (DUVAL, 1995, DUVAL, 1999, p.29).

As representações semióticas seriam primeiramente necessárias à comunicação entre os sujeitos e enfatizam a paradoxal relação entre os objetos matemáticos e as representações semióticas que possibilitam o acesso aos objetos. Os objetos matemáticos e o pensamento matemático só podem ser acessados pelas representações semióticas, mas a compreensão matemática requer não confundir objetos matemáticos com as representações utilizadas. Por exemplo, os números são diferentes dos numerais, dos dígitos e dos

sistemas de numerações (Romano, binário, decimal). As figuras em geometria, mesmo quando elas são construídas com precisão, são apenas representações com valores particulares não relevantes. As provas em matemática não se baseiam nas evidências de imagens, mas por demonstrações de teoremas.

Duval (1999, 2003) coloca que existem dois tipos distintos de transformações de representações semióticas: os tratamentos e as conversões. Os tratamentos são transformações que permanecem nos mesmos sistemas semióticos e as conversões são transformações com mudança de registro e possibilidades semióticas para gerar uma nova representação, ou seja, a representação de um mesmo objeto é traduzida para outro tipo de registro. Por exemplo, quando um aluno resolve um problema verbal, nesse tipo proposição, uma declaração em linguagem nativa (verbal) irá ser transformada para uma expressão literal, ou para uma expressão aritmética ou para múltiplos registros semióticos. Isso já não ocorre em operações cognitivas, envolvendo transformações para o mesmo registro, como acontece no que o autor chamou de processamento, por exemplo, a mudança nos registros de representação com estrutura *algébrica* ou *aritmética*. Segundo o autor, se a intenção é analisar as dificuldades de aprendizagem matemática

...é preciso estudar prioritariamente a conversão das representações e não os tratamentos. Naturalmente para poder estar em posição de observá-la é preciso distinguir bem estes dois tipos de transformações das representações, o que é raramente ou jamais feito, seja porque se estima que a conversão é somente uma forma particular de tratamento, seja porque se acredita que ela depende de uma compreensão conceitual, de uma atividade puramente mental, quer dizer a-semiótica (DUVAL, 1999, p. 23).

O autor alerta que é comum não prestar atenção para as diferenças entre esses dois tipos de operações cognitivas: conversões e processamentos que são subjacentes aos processos matemáticos, pois a “maioria dos alunos podem aprender um pouco de processamento, muito poucos deles podem realmente converter representações” (1999, p. 5). Essa dificuldade estaria relacionada aos professores que focalizam atividades, atribuindo mais importância ao *processamento* matemático do que à sua aplicação e compreensão aos problemas da vida diária. Para isso, a representação e a visualização são destacadas, pois “nenhuma aprendizagem em matemática pode progredir sem a compreensão de como trabalhar os registros” (1999,p.1). O autor adota uma postura de diferenciação, pois as *representações* referem-se a várias atividades significadas: crença estável e holística sobre algo, diversas maneiras de evocar e denotar os objetos, como a

informação está codificada. Por outro lado, as *visualizações* de imagens parecem enfatizar intuições empíricas e ações sobre objetos físicos. E para a apreensão conceitual do objeto, é preciso distinguir o objeto de suas representações e, também, é necessário que o objeto seja reconhecido em cada uma de suas representações. Seriam essas as condições dadas pelo autor para que exista uma representação, algo que traz presente e que dá acesso ao objeto representado.

O pensamento matemático, muitas vezes, requer para ativar em paralelo dois ou três registros, mesmo quando apenas um é usado externamente, ou parece suficiente a partir de um ponto de vista matemático. No modelo de Duval, a compreensão matemática implica na capacidade de mudança de registro. O autor não acredita “na ideia de que todos os registros de representações tenham o mesmo conteúdo ou que se deixem perceber uns nos outros” (DUVAL, 2003, p.31).

Segundo Duval, (1995) existem diversos registros de representação discursivos e diversos sistemas para visualização que estão envolvidos em uma complexa interação cognitiva subjacente a uma atividade matemática. E, particularmente, na resolução de problemas, está em jogo um sistema semiótico com tipos distintos de representação que denotam o objeto representado. As representações *não analógicas* com um sistema discursivo como, por exemplo, fórmulas, equações e operações aritméticas. O outro tipo de representação são as como fornecendo *as visualizações*, por exemplo, os gráficos, as figuras planas e os sólidos geométricos. Enfim, a aquisição de registro semiótico requer um aprendizado que pode levar muito tempo.

4. Método:

Desenvolve-se um estudo observacional, procurando-se intervir o mínimo possível no fenômeno para não influenciar os dados e, assim, buscar associação entre as variáveis e o desempenho na resolução dos problemas e os sistemas analógicos e, também, os registros não analógicos.

Participantes: 406 estudantes, de ambos os sexos, com idade variando entre 13 e 50 anos, cursam o 1º, 2º ou 3º anos do ensino médio; subsequente¹ e EJA² de uma escola pública federal do Estado de Alagoas.

¹ Os cursos subsequentes têm a duração de um ano e são oferecidos a estudantes que já concluíram o ensino médio.

Instrumento: Foi aplicado coletivamente o Instrumento de Processamento Matemático-IPM, durante o horário das aulas, em uma sessão. O IPM foi escrito originalmente em língua inglesa, “Mathematical Processing Instrument-MPI” desenvolvido por Swanson (1978). A tradução foi feita por pesquisadores do Núcleo de Pesquisa em Epistemologia Experimental e Cultural - NEC, sob a coordenação de Roazzi (2011), da Universidade Federal de Pernambuco. Pacheco e Roazzi (2011) vêm desenvolvendo pesquisa com esse instrumento e não foi encontrado registro de sua utilização anteriormente, no Brasil. Esse instrumento tem caráter subjetivo e permite avaliar o desempenho e as estratégias adotadas pelos participantes ao resolverem problemas matemáticos, envolvendo conceitos aritméticos, algébricos e/ou geométricos. O IPM constitui-se em 15 itens que envolvem problemas típicos escolares apresentados sob a forma verbal, sem imagem pictórica, desenho, foto ou diagrama para que os registros de representação e visualização dos apresentados pelos participantes nas resoluções fossem influenciados. Os estudantes foram instruídos para resolverem os problemas e não apagarem os cálculos, deixando anotado a lápis todo o seu processo de resolução.

Procedimento: A direção da escola, contatada previamente, recebeu um documento explicando o caráter da pesquisa e se disponibilizou junto com a coordenação e com os professores a estabelecer uma forma de trabalho durante o horário das aulas de tal modo que não interferisse nas atividades escolares. O critério de inclusão para a amostra, a assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE por parte dos participantes e, no caso de menores, foram solicitadas as autorizações dos pais ou responsáveis que tenham concordado em assinar o referido termo.

Categorias de análise: As respostas dos estudantes foram categorizadas com base na teoria Duval (1999, 2003), sobre os diversos registros de representação discursivo (não-analógico) e sistemas de visualização (analógico). Elaborou-se um sistema de categorias para possibilitar a compreensão das relações semióticas com respectivas codificações dadas a seguir para as três escalas utilizadas.

Na *escala analógica*: O código 1 para quando *não foi possível categorizar* a resposta do estudante em relação à escala analógica. O código 2, *visual icônico*, para quando as representações utilizadas pelos estudantes denotaram semelhança entre a representação adotada e o que foi representado. Sendo assim, os signos que se referem ao

² Os cursos para Ensino de Jovens e Adultos EJA são oferecidos a estudantes que ainda não concluíram o ensino médio e tenham completado 18 anos.

objeto denotaram características similares a esse objeto. O código 3, visual simbólica, para quando as representações utilizadas pelos estudantes não denotaram semelhança entre a representação e o que foi representado.

Na *escala não analógica*, o código 1 para quando não foi possível categorizar a resposta do estudante em relação à escala não analógica, não havendo assim nenhum registro discursivo; O código 2, categoria *discursivo verbal*, para quando o participante tenha apresentado uma linguagem língua natural (palavras) e números, entretanto, não tenha realizado explicitamente as operações entre os números. Estas categorias identificam claramente que em seus registros realizam as transformações tratamento permanecendo no mesmo sistema semiótico (DUVAL, 2003). O código 3, categoria *discursivo aritmética*, foi atribuído quando pôde-se perceber nos registros dos participantes operações aritméticas explicitamente apresentadas: adição subtração, multiplicação, potenciação e radiciação. O código 4, categoria *discursivo algébrica*, foi atribuído quando o participante utilizou elementos da álgebra elementar, tais como as incógnitas e as variáveis, as fórmulas, as expressões algébricas e as equações. Essas categorias prévias utilizadas neste estudo resultaram de uma análise qualitativa dos registros de representações das resoluções dos estudantes.

Na *escala desempenho*, o código 0 categoriza a resposta como *inadequada* (erro). Atribui-se quando o participante apresentar um modo raciocínio, fora dos padrões esperados, isto é, quando os registros de representações referentes à resposta final permitirem que sejam feitas inferências a respeito do que pode ser considerado correto, tendo em vista a Matemática tida como “oficial”. O código 1 categoriza a resposta como *adequada* (acerto) quando os registros de representações estiverem de acordo com o que pode ser considerado correto, tendo em vista a Matemática tida como “oficial”.

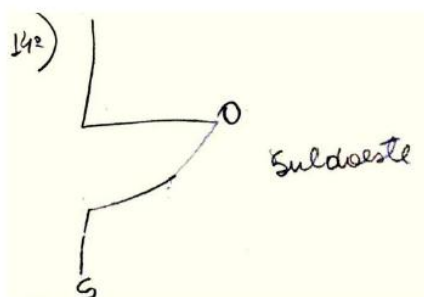
Após a codificação, a base de dados foi submetida a um software de pacote estatístico e os seguintes procedimentos foram realizadas a *análise descritiva* e as análises de interações entre as variáveis.

5. Resultados de Pesquisa:

O IPM, constituído por quinze problemas, foi aplicado aos estudantes e após serem respondidos resultaram nos protocolos individuais. A partir desses protocolos, buscou-se compreender as relações entre o desempenho na resolução dos problemas de matemática

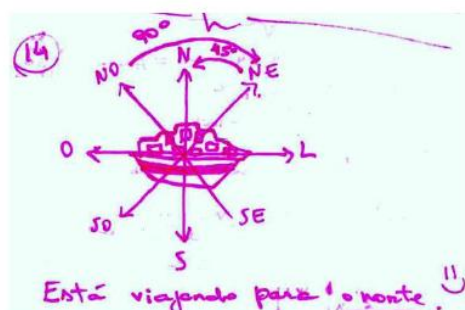
elementar e os registros de representação adotados pelos estudantes. Foi feito um recorte e, para o presente estudo, apresentam-se exemplos de abordagens dos estudantes em relação a apenas três problemas escolhidos pelo seguinte critério: o que apresentou mais respostas em branco (problema 14), o que apresentou menos respostas em branco (problema 1) e o que apresentou mais respostas adequadas (problema 8).

No problema 14 (navio): *Um navio partiu em direção Noroeste e em seguida fez uma curva de 90° para a direita. Uma hora depois, fez uma curva de 45° para a esquerda. Em que direção o navio está então viajando?* Apenas 228 estudantes apresentaram as tentativas de resolução, sendo esse o problema com o maior número respostas em branco.



	Escala 1	Escala 2	Escala 3
Codificação	3	2	1

Figura 1. Reprodução do protocolo do participante 506CTA relativo ao problema 14.



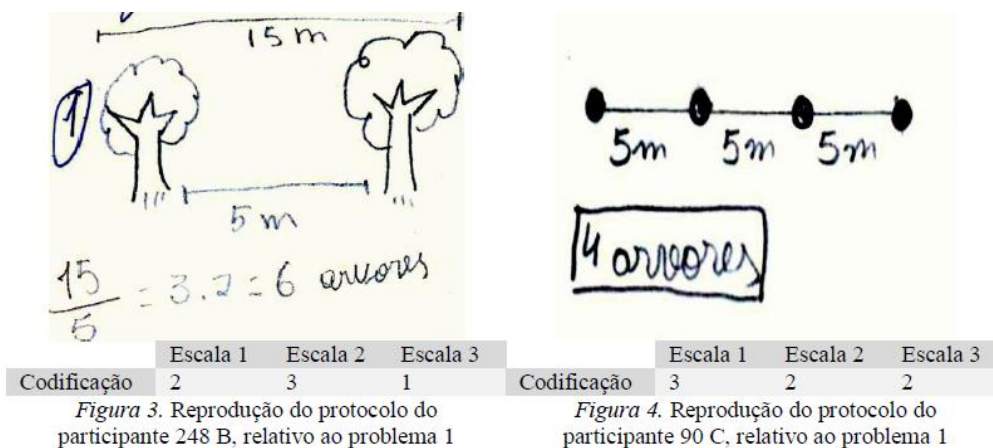
	Escala 1	Escala 2	Escala 3
Codificação	2	2	2

Figura 2. Reprodução do protocolo do participante 288 C relativo ao problema 13.

Observa-se que para os dois exemplos apresentados acima, ambos usam representação analógica em suas abordagens. A conversão realizada pelo participante 506CTA ao problema 14 apresenta sistema visualização analógico simbólico, sendo atribuídos 3 pontos na escala 1. Ao registro de representação discursivo (verbal), apresentando uma linguagem natural expressa por palavras, foram atribuídos 2 pontos na escala 2. O participante apresenta desempenho inadequado, pontuando 1 na escala 3. A conversão realizada pelo participante 288C ao problema 14 apresenta sistema visualização analógico icônico, sendo atribuídos 2 pontos na escala 1. Ao registro de representação discursivo (verbal), apresentando uma linguagem natural expressa por palavras e números, foram atribuídos 2 pontos na escala 2. O participante apresenta desempenho adequado, pontuando 2 na escala 3.

No problema 1 (árvore): *Nas duas extremidades de um caminho estreito, um homem plantou uma árvore e, em seguida, plantou outras árvores, uma a cada 5 m ao longo desse caminho. O comprimento total do caminho mede 15 metros. Quantas árvores*

foram plantadas? Trezentos e noventa e sete estudantes apresentaram as tentativas de resolução com o menor número de respostas em branco. Nos dois exemplos a seguir apresentam-se duas abordagens de estudantes, a figura 3 e a figura 4, com as respectivas codificações nas três escalas:



Na figura 3, a conversão realizada pelo estudante 248B, ao problema 1, ilustra uma abordagem do estudante que utilizou sistema de visualização categorizado como analógico icônico, sendo atribuídos 2 pontos na escala 1. A representação analógica apresentada pelo aluno tenta retratar com detalhes e semelhança o contexto da situação cotidiana a ser matematizada. Os objetos do cotidiano estão representados de uma forma icônica de tal forma que essa representação se torne o mais próximo o possível do objeto.

Na figura 4, a conversão realizada pelo estudante 90C, ao problema 1, apresenta sistema visualização analógico, sendo identificado como visual simbólica e atribuídos 3 pontos na escala 1. O participante 90C também apresenta a conversão do problema matemático, adotando representação analógica identificada como visual simbólico. A característica dessa representação analógica apresentada pelo aluno está em simplificação dos detalhes do contexto, a árvore foi representada por pontos e a rua representada por uma linha. O sistema de visualização adotado não resgata a situação cotidiana do objeto. Ao registro de representação discursivo (verbal) aritmético, apresentando operações matemáticas, foram atribuídos 2 pontos na escala 2. O participante apresenta desempenho inadequado pontuando 2 na escala 3

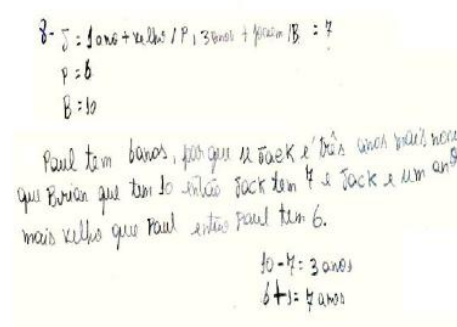
No problema 8 (amigos): *Três amigos, Jack, Paul e Brian, fazem aniversário em 01 de janeiro, entretanto, Jack é um ano mais velho do que Paul e, também, Jack é 3 anos mais jovem do que Brian. Se Brian tem 10 anos, quantos anos têm Paul?* Apresentam-se

duas abordagens de estudantes, a figura 5 e a figura 6, com as respectivas codificações nas três escalas



	Escala 1	Escala 2	Escala 3
Codificação	2	2	1

Figura 5. Reprodução do protocolo do participante 262 B relativo ao problema 8.



	Escala 1	Escala 2	Escala 3
Codificação	1	3	2

Figura 6. Reprodução do protocolo do participante 263B relativo ao problema 8.

Na figura 5 e na figura 6, pode-se observar que no primeiro exemplo foi usada a representação analógica em sua abordagem e no segundo exemplo foi usada a representação não analógica. A conversão realizada pelo participante 262B ao problema 8 apresenta sistema de visualização analógico categorizado como icônico, sendo atribuídos 2 pontos na escala 1. Ao registro de representação discursivo (verbal) aritmético, foram atribuídos 3 pontos na escala 2. O participante apresenta desempenho inadequado, pontuando 1 na escala 3. A conversão realizada pelo participante 263B para o mesmo problema não apresenta sistema visualização analógica, sendo atribuído 1 pontos na escala 1. No registro de representação discursivo (verbal) aritmético, foram atribuídos 3 pontos na escala 2. O participante apresenta desempenho adequado, pontuando 2 na escala 3.

A seguir apresentaremos um resumo do desempenho dos estudantes e o tipo de representação analógica ao problema do IPM.

Tabela 1. Resumo da frequência com que ocorrem o desempenho e a representação analógica

Problemas	Participantes		Desempenho		Representação analógica		
	Responderam	Não responderam	Inadeq.	Adeq.	Não usaram	Icônica	Simbólica
1 Árvores*	397	9	83,4%	16,6%	67,5%	17,1%	15,4%
2 Balança	358	48	31,0%	69,0%	79,9%	10,6%	9,5%
3 Balão	363	43	41,0%	59,0%	62,8%	12,7%	24,5%
4 Corrida	376	30	22,6%	77,4%	66,8%	10,6%	22,6%
5 Quadrado	371	35	67,1%	32,9%	56,6%	0,5%	42,9%
6 Carpinteiro	387	19	24,8%	75,2%	74,9%	1,0%	24,0%
7 Campo	331	75	72,5%	27,5%	52,0%	3,0%	45,%
8 Amigos	374	32	29,7%	70,3%	92,8%	2,1%	5,1%
9 Pêssegos	321	85	55,1%	44,9%	56,1%	5,0%	38,9%
10 Poço	308	98	90,3%	9,7%	57,1%	25,3%	17,5%
11 Carona	338	68	38,2%	61,8%	84,9%	5,0%	10,1%
12 Molduras	284	122	81,7%	18,3%	70,1%	2,8%	27,1%
13 Geleia	300	106	44,0%	56,0%	73,3%	10,35	16,3%
14 Navio	228	178	82,0%	18,0%	50,9%	4,8%	44,1%
15 Fazenda	289	117	50,2%	49,85	90,3%	2,8%	6,9%

*Cada item apresenta uma palavra para facilitar o leitor a reconhecer o problema que esta sendo analisado.

Em todos os problemas do IPM, os percentuais de alunos que não usaram representação analógica foram superiores aos que usaram a representação analógica. O problema 15 e o problema 8 são os problemas com maiores percentuais, acima de 90%, de alunos que não usaram representação analógica. O problema 5, o problema 7, o problema 9, o problema 10 e o problema 14 são os problemas que apresentaram percentuais em torno de 50% de alunos que não usaram a representação analógica. Portanto esses problemas foram os que apresentaram o maior percentual de participantes com uso de representação analógica. Para os problemas 5, 7, 9 e 14, prevaleceu nas abordagens dos alunos o sistema de visualização analógico simbólico e para o problema 10 prevaleceu nas abordagens dos alunos o sistema de visualização analógico icônico.

Em oito problemas apresentados aos participantes, o desempenho inadequado foi maior do que o adequado e em apenas sete problemas o desempenho adequado foi superior ao inadequado. Em quatro problemas, o percentual de desempenho inadequado foi superior a 80% dos participantes. O problema₁, o problema₁₀, o problema₁₂ e o problema₁₄ foram considerados os mais difíceis.

Em três problemas do IPM, o percentual de desempenho adequado foi superior a 70%. O problema 4, o problema 6 e o problema 8 foram considerados entre os mais fáceis.

O maior percentual, 27,89% de alunos, foi para o grupo com as variáveis associadas: desempenho inadequado e não uso de sistema de visualização (analógico). E o

maior percentual de alunos, 92,5% de alunos, é para o grupo com as variáveis associadas: desempenho adequado e uso de sistema de visualização (analógico) icônico.

6. Conclusão

É importante voltar ao resultado de pesquisa para saber como se relacionam as variáveis do desempenho nos problemas matemáticos aos tipos de registros de representação e ao sistema de visualização. Com base nos resultados obtidos, pode-se perceber um número maior de estudantes com a variável do desempenho inadequado associada ao não uso de representação analógica.

O maior percentual de estudantes encontrado foi para o grupo com a variável do desempenho adequado associada ao uso representação analógica categorizada como icônica. Isso pode ser um indicativo de que, para resolver os problemas matemáticos as características meramente perceptivas do objeto são relevantes para a resolução de problemas e não tiram deles a atenção das relações relevantes do problema.

E, também, maior percentual de estudantes foi encontrado para o grupo com a variável do desempenho inadequado associada ao não uso do sistema de visualização (analógico). Caracterizando que na variável dos problemas que os estudantes resolveram não houve diversificação dos registros de representação e poucos articularam estas mudanças que para Duval (1999) é a condição de acesso à compreensão matemática.

A identificação tipos de registros discursivos e dos sistemas de visualização dos estudantes pode trazer importantes informações não só como eles são em relação a uma tarefa matemática, mas sim como eles são em seu modo de agir em situações cotidianas, como eles se autoavaliam em relação a hábitos e preferências de aprendizagem na escola e fora dela e, também, como são as preferências em relação à habilidade na realização discursivamente ou usando sistemas de visualização. É uma possibilidade de avaliar o estudante de uma forma mais próxima do que ele é de fato em relação as suas escolhas e preferências. Isso pode sinalizar importantes mudanças sobre as tomadas de decisões sobre a aprendizagem não em função somente do desempenho, mas sim em função das diferenças entre o modo de funcionamento cognitivo do estudante.

7. Referências

CÂMARA, M. DOS SANTOS & LIMA, P. F. **Considerações sobre a matemática no ensino fundamental.** In: I Seminário Nacional: Currículo em Movimento – Perspectivas

Atuais. 9, 2010, Belo Horizonte. Anais do I Seminário Nacional: Currículo em Movimento. Belo Horizonte, 2010, pp. 1-19.

DEWEY, J. **Democracia e educação**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1936.

DUVAL, R. **Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking basic issues for learning**. In: Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of the Mathematics Education 21st, 1999, Guernavaca, Morelos, Mexico, 1999, p.23-36

DUVAL R. **Sémiosis et pensée humaine**. Bern: Peter Lang, 1995.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamentos cognitivos da compreensão em matemática. In: Silvia Dias Alcântara Machado (org). **Aprendizagem em matemática: Registro de representação semiótica**. Campinas: Papyrus, 2003, pp. 11-33.

ECHEVERRIA, M. D. P. P. & MUNICIO, J. I. P. Aprender a Resolver Problemas y Resolver Problemas para Aprender. In: MUNÍCIO, J. I. P. (Org.) **La Solución de Problemas**. Madrid: Santillana, S.A., cap. 1, 1994, pp. 14-50.

GROSSINCKLE, F. Mathematical Sentences and Problem Solving. In: _____ **Teaching School Mathematics**. N. York: Holt, Rinehart and Winston, 1968, cap. 17, pp. 302-313.

LE BLANC, J. F. You Can Teach Problem Solving. **Arithmetic Teacher**. November, 1977, pp. 16-20.

PACHECO, A.B. & ROAZZI, A. (2011) **Estilos cognitivos: duas dimensões psicológicas na resolução de problemas**. In: XIII CIAEM. Conferencia Interamericana de Educação Matemática. 26 a 30 de junho 2011. Recife, Peranambuco, p. 20-35.

PÉREZ, D. G.; TORREGROSA, J. M. & PÉREZ, F. S. El Fracaso en la Resolución de Problemas de Física: Una Investigación Orientada por Nuevos Supuestos. **Enseñanza de Las Ciencias**. Madrid, v. 6, n. 2, p. 131-146, 1988

PIAGET, J. **Seis Estudios de Psicología**. Trad. de Jordi Marfá. Editorial Labor, Barcelona, 1991.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**. Trad. Heitor Lisboa Araújo do original: How to Solve it. Rio de Janeiro: Ed. Interciência, 1978.

SAVIANI, D. **Educação: Do senso Comum à Consciência Filosófica**. São Paulo: Ed. Cortez, 1980.