

ESTUDO DE TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS COM O AUXÍLIO DO CABRI 3D

Autor: Liliane Rose Refatti

Instituição: UNIFRA

E-mail: lilianerefatti@hotmail.com

Co autor 1: Eleni Bisognin

Instituição: UNIFRA

E-mail: eleni@unifra.br

Resumo:

O presente trabalho apresenta resultados parciais de uma pesquisa, na qual foi feita uma investigação sobre as contribuições da metodologia da Engenharia Didática juntamente com os softwares Cabri 3D e GeoGebra na compreensão do conceito de transformação geométrica no plano e no espaço, por alunos de uma turma do curso de Licenciatura em Matemática. Nesta pesquisa questionou-se se as interações propiciadas pelos softwares auxiliam no processo de construção do conhecimento relativo às transformações geométricas e se as ferramentas e/ou recursos do Cabri 3D e GeoGebra auxiliam a aprendizagem dos alunos sobre este conteúdo. Ao analisar os dados obtidos, foi possível concluir que a interação dos alunos com os softwares, ao trabalhar com as atividades elaboradas, facilitou a visualização e a assimilação dos conceitos trabalhados.

Palavras-chave: Engenharia Didática; Geometria Dinâmica; Visualização; Transformações Geométricas no Espaço.

1. Introdução

Os ambientes informatizados permitem uma perspectiva inovadora para o ensino da Matemática. Muitos deles são direcionados ao ensino de Geometria, conhecidos como ambientes de Geometria Dinâmica, que oferecem diversas soluções que viabilizam as construções e ajudam a superar certas dificuldades ligadas ao ensino dessa disciplina, tais como: a percepção visual de entes matemáticos, a construção de conjecturas e o raciocínio lógico.

Muitas vezes a Matemática é vista, como uma disciplina difícil; distante da realidade; em alguns casos, sem utilidade; sem espaços para a criatividade, o que gera em muitos alunos a crença de que ela é destinada para poucos. Contudo, observa-se que cada

vez mais professores buscam desmistificar esse fato. Segundo Dias (2007), a motivação é a palavra-chave, pois o aluno precisa de estímulos para aprender.

Nesse sentido, nos últimos anos, os ambientes de Geometria Dinâmica têm-se tornado indispensáveis para o ensino e aprendizagem de conteúdos geométricos. A questão é verificar como os alunos compreendem e percebem a geometria num ambiente dinâmico propiciado pelo uso de um *software*. Os *softwares* de Geometria Dinâmica são suportes que permitem representar graficamente certas situações que não conseguimos reproduzir apenas com o lápis e o papel, pois é a partir da interpretação da imagem visual construída que o aluno irá estruturar seu raciocínio.

Carneiro (*apud* GRAVINA, 2001) esclarece que os ambientes de Geometria Dinâmica são ferramentas computacionais que proporcionam imagens visuais e oferecem recursos de manipulação sobre os elementos das figuras geométricas. Elas contribuem para o desenvolvimento de habilidades, e conseqüentemente o aluno perceberá diferentes representações de uma mesma situação, levando-o a descobrir as propriedades das figuras geométricas.

A imaginação e o raciocínio podem ser desenvolvidos por meio da visualização, da observação, da exploração das propriedades de uma figura, como aponta Gravina (2010) “não há dúvidas de que aprendemos e entendemos melhor as propriedades de algum modelo quando temos a oportunidade de vê-lo, manipulá-lo, e mais ainda, construí-lo.” (p. 2).

Os documentos oficiais ressaltam que às tecnologias da comunicação, especialmente da informática, surgem como um dos “caminhos para se ‘fazer Matemática’ na sala de aula” (BRASIL, 1998, p.42). O uso desses recursos, segundo os PCN (BRASIL, 1998) trazem significativas contribuições para repensar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Os *softwares* Cabri 3D e GeoGebra proporcionam aos alunos visualizar o movimento das transformações geométricas trabalhadas no plano e no espaço, bem como analisar e verificar propriedades e construir conjecturas.

A pesquisa aqui relatada teve como objetivo principal investigar um grupo de alunos do Curso de Licenciatura, na disciplina de Geometria I, trabalhando em um ambiente computacional com atividades envolvendo transformações geométricas no plano e no espaço com o auxílio do *software* Cabri 3D e o GeoGebra. As questões que orientaram o trabalho foram: as interações propiciadas pelos *softwares* auxiliam no

processo de construção do conhecimento relativo às transformações geométricas no plano e no espaço? As ferramentas e/ou recursos do Cabri 3D e do GeoGebra podem facilitar a aprendizagem dos alunos sobre este conteúdo?

Este trabalho é estruturado da seguinte forma. Inicialmente, na introdução, abordou-se a importância dos ambientes de Geometria Dinâmica e do uso de *softwares* para o ensino de Geometria destacando sua importância, fundamentada em autores que investigam as vantagens de sua utilização.

Na segunda seção é apresentada a pesquisa desenvolvida e a metodologia empregada. Na terceira seção, é apresentado um relato dos resultados, de forma a destacar a produção dos alunos, desde a introdução da atividade, seu desenrolar, e as conjecturas que os próprios alunos levantaram. Na última seção são apresentadas algumas considerações acerca da pesquisa desenvolvida e dos resultados obtidos.

2. Situando a Pesquisa e a Metodologia Empregada

O trabalho aqui relatado é parte de uma pesquisa, de caráter qualitativo, desenvolvida na elaboração da dissertação de mestrado em Ensino de Matemática da primeira autora em que foi utilizada a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa. Ela foi desenvolvida numa turma de oito alunos de um curso noturno de Licenciatura em Matemática, na disciplina de Geometria I. Destaca-se que esses alunos integrantes da pesquisa, entraram em contato com o conteúdo de transformações geométricas e os conceitos de reflexão, translação e rotação pela primeira vez, com o desenvolvimento das atividades elaboradas especificamente para esta pesquisa. O grupo se reuniu 4 horas semanais durante duas semanas do primeiro semestre de 2012. Para o desenvolvimento das atividades o curso de licenciatura disponibilizou uma sala equipada com microcomputadores, sendo um para cada aluno, em que o *software* Cabri 3D e o *software* GeoGebra estavam disponíveis. Foi desenvolvido um total de vinte e seis atividades, sendo doze as atividades trabalhadas no espaço, essas atividades foram previamente elaboradas, considerando-se os resultados de uma avaliação diagnóstica aplicada aos alunos, com o propósito de verificar o conhecimento deles sobre os conceitos de reflexão, translação e rotação de figuras planas e de figuras espaciais. Neste trabalho destacamos algumas atividades que tiveram como propósito explorar os eixos e os planos de simetria, bem como o conceito de reflexão, translação e rotação de uma figura espacial utilizando o

software Cabri 3D. Os alunos trabalharam em duplas e individualmente e foram incentivados a discutir suas ideias com outros colegas e registrar suas descobertas. Os registros escritos dos alunos e as observações feitas pela professora em seu diário de campo constituíram o material que analisado, possibilitou conhecer os avanços dos alunos e a apropriação dos conceitos trabalhados em um ambiente computacional.

A utilização da Engenharia Didática para o desenvolvimento da pesquisa justifica-se, segundo Pais (2008), porque ela “possibilita uma sistematização metodológica para a realização prática da pesquisa, levando em consideração as relações de dependência entre teoria e prática” (p. 99).

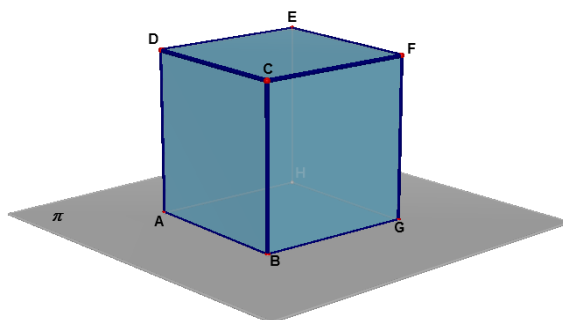
Artigue (1996) considera a metodologia da Engenharia Didática como uma metodologia de pesquisa, sendo caracterizada por um esquema experimental com base em realizações didáticas em sala de aula. Tais esquemas são compostos pela construção da sequência didática, aplicação, observação e análises, bem como os registros do professor e validação das atividades desenvolvidas.

Para Pais (2008), a sequência didática é constituída por um determinado número de aulas planejadas e analisadas previamente tendo como alvo a observação das situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos.

Este trabalho foi desenvolvido seguindo as fases estabelecidas na Engenharia Didática. Primeiramente foram feitas as análises preliminares, constituídas por um teste diagnóstico, para avaliar os conhecimentos prévios dos alunos sobre as transformações geométricas, e um levantamento histórico sobre a evolução de padrões geométricos. Com base nesses resultados foi elaborada uma sequência didática em que, para cada atividade, foram feitas as análises *a priori* para ter-se uma previsão das possíveis dificuldades ou obstáculos para a compreensão do conceito. Em seguida teve-se a fase da realização da engenharia ou da experimentação. Neste momento, ocorreu o contato da professora com os alunos. Foi firmado o contrato didático com os alunos, aplicada à sequência didática e feito o registro das observações realizadas no decorrer da experimentação. Por último foram feitas as análises *a posteriori*, isto é, foram confrontadas as análises *a priori* com as soluções dos alunos.

3. A Experiência Realizada

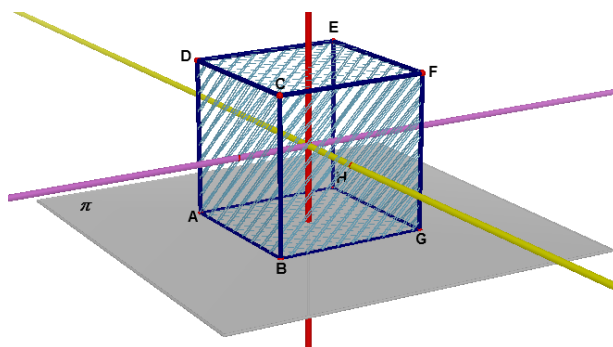
Uma das atividades proposta para os alunos tinha por base um cubo como mostra a figura a seguir.



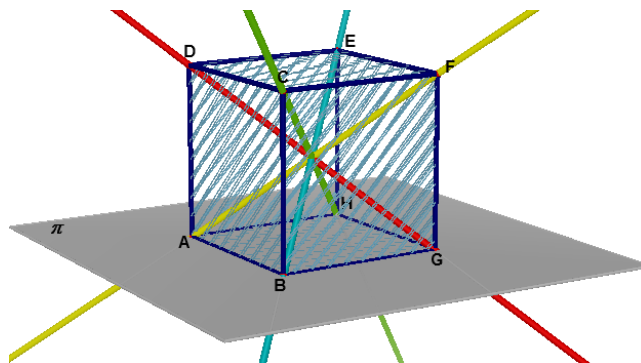
Solicitou-se aos alunos que observassem o cubo e desenhassem os eixos de simetria que conseguissem identificar. As ferramentas do Cabri 3D poderiam auxiliá-los a desenhar os eixos.

O propósito dessa atividade era identificar os eixos de simetria e pretendia-se que os alunos identifiquem treze eixos de simetria como descritos a seguir.

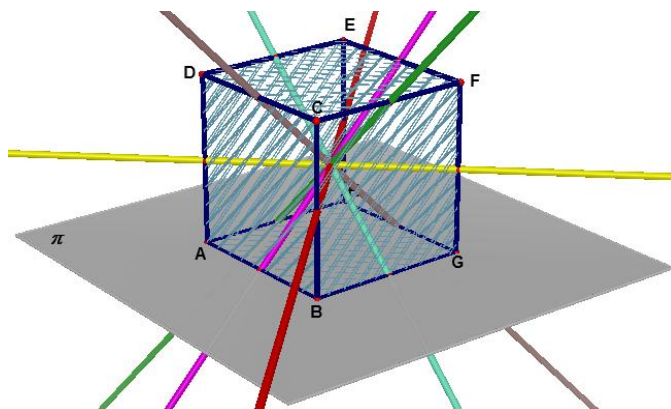
- a) Três eixos de simetria perpendiculares às faces do cubo.



- b) Quatro eixos coincidentes com as diagonais do cubo.



- c) Seis eixos passando pelos pontos médios dos lados do cubo.



Nessa atividade, os estudantes trabalharam com as ferramentas e/ou recursos do Cabri 3D não apresentando muitas dificuldades sobre seu uso ou com a visualização dos eixos.

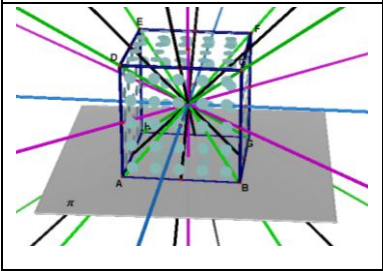
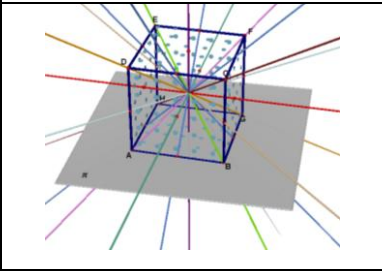
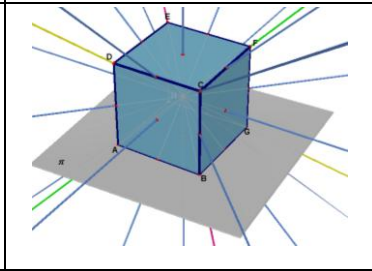
As conclusões e construções do aluno D são apresentadas a seguir. Esse aluno conseguiu apropriar-se das ferramentas do Cabri 3D. Ele fez os desenhos dos eixos e descreveu como foram construídos.

	<p>“São quatro eixos que coincidem com as diagonais do cubo e dois que passam pelos pontos médios das arestas laterais”.</p>
	<p>“Quatro eixos são as retas que passam pelos pontos médios das arestas reversas.”</p>
	<p>“Três eixos passam pelo centro das faces.”</p>

Quadro 1: Observações e construções realizadas pelo aluno D

Embora o aluno D dominasse bem as ferramentas do *software*, observa-se nas suas construções que os eixos não estão claramente identificados. O aluno desenhou, na primeira figura, dois eixos de simetria passando pelos pontos médios das arestas e repetiu os eixos na segunda construção.

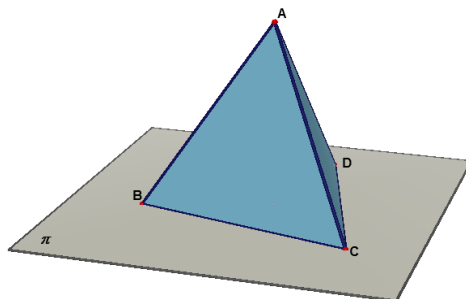
Os alunos F, G e H também apresentam suas construções e análise as quais como podemos ver abaixo, são satisfatórias.

Aluno F	Aluno G	Aluno H
		
<p>“Foram traçados 4 eixos que coincidem com as diagonais do cubo: 2 que passam pelo pontos médios das arestas laterais, 4 passando pelos pontos médios das arestas reversas e 3 passando pelos centros das faces do cubo”.</p>	<p>“Tracei quatro eixos que coincidem com as diagonais do cubo, dois que passam pelo ponto médio das arestas laterais, quatro passando pelos pontos médios das arestas reversas e três passando pelos centros das faces do cubo”.</p>	<p>“Para encontrar os eixos de simetria usei primeiro as retas, partindo dos vértices das faces opostas do cubo. Depois encontrei os pontos médios das arestas e tracei uma reta até as arestas opostas, por último tracei as retas passando no ponto central das faces”.</p>

Quadro 2: Observações e construções realizadas pelos alunos F, G e H

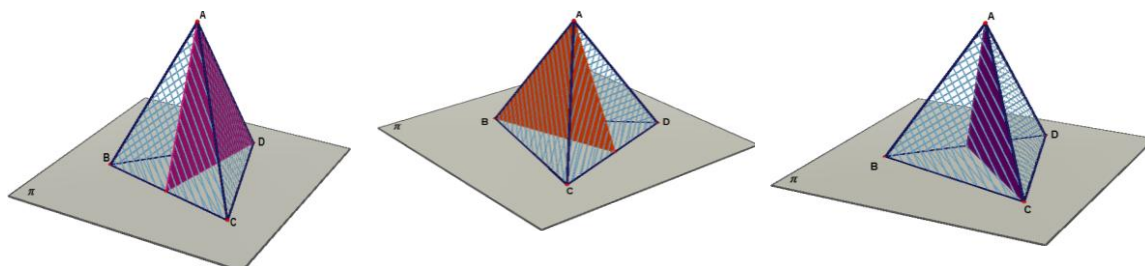
Embora o Aluno H tenha apresentado uma descrição um pouco confusa, verifica-se pela sua construção, que ele tem clareza sobre o conceito de eixo de simetria. Observa-se que a linguagem matemática utilizada pelos alunos ainda não é precisa, porém pode-se concluir das construções apresentadas, que os alunos conseguiram distinguir e traçar os eixos de simetria. Este conceito não era novo para eles uma vez que já haviam trabalhado com eixos de simetria de figuras planas.

Numa outra atividade foi apresentado um tetraedro como a figura a seguir.

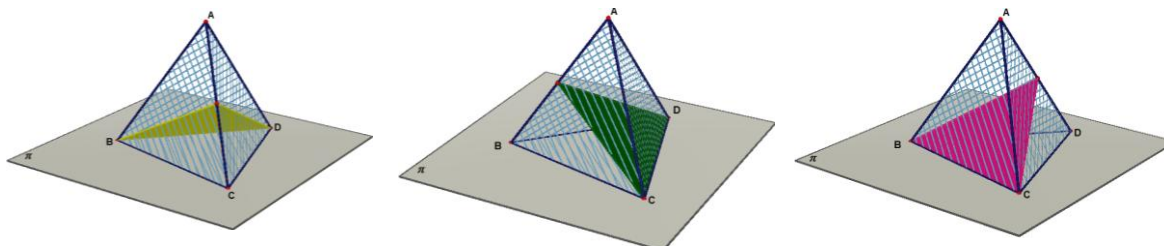


Foi solicitado aos alunos que traçassem os planos de simetria. Pretendia-se com essa atividade que os alunos identificassem os seis planos de simetria como representados nas figuras a seguir.

Três planos podem ser obtidos por meio do ponto médio de uma das arestas da base com a aresta lateral do tetraedro.



Três planos de simetria podem ser encontrados através do ponto médio de uma das arestas laterais com os vértices da base que se opõem a esta aresta lateral.



Ao traçar os planos de simetria os alunos concluíram que eles eram determinados de modo semelhante aos eixos de simetria de uma figura plana. Dessa observação a professora concluiu que os alunos já estavam transferindo os conhecimentos adquiridos na determinação dos eixos de simetria de figuras planas, para a identificação dos planos de simetria de uma figura espacial.

Alguns alunos tiveram dificuldades na representação, como por exemplo, os alunos A e H. Eles encontraram apenas três dos seis planos de simetria e apresentaram a construção a seguir:

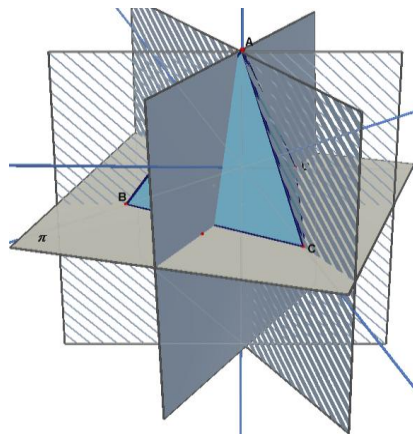


Figura 1: Construção apresentada pelos alunos A e H

Os alunos B e C encontraram os seis planos de simetria, porém não descreveram o modo como foram encontrados.

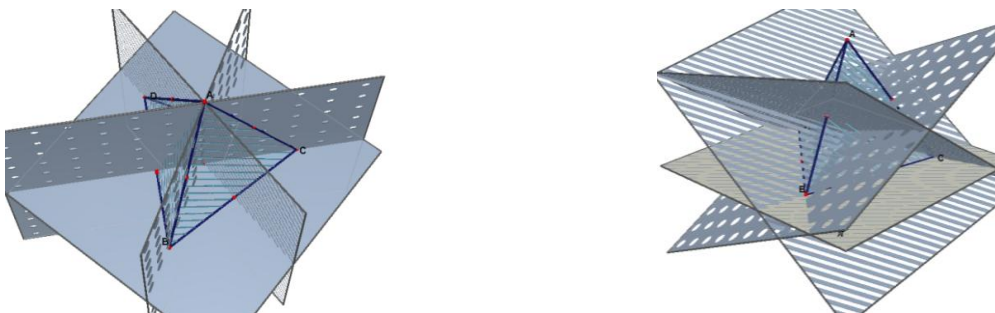


Figura 2: Construções apresentadas pelos alunos B e C

O aluno D representou os planos de simetria e explicou como foram obtidos. Na figura abaixo é mostrada sua construção.

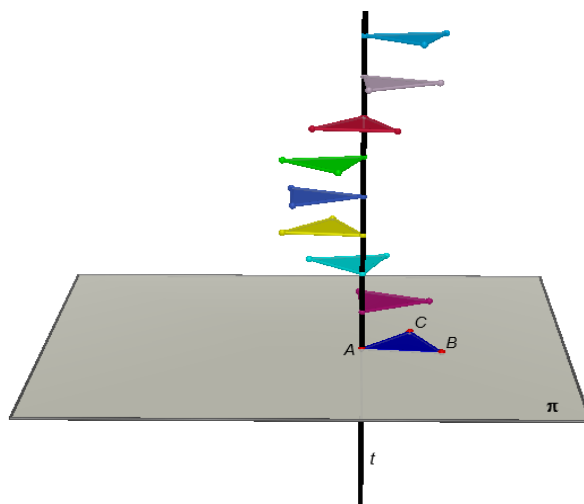
<p>“São três planos que passam pelos pontos médios das arestas da base com a aresta oposta a esses pontos”.</p>	
<p>“São três planos que passam pelos pontos médios das arestas com a aresta oposta da base”.</p>	

Quadro 3: Observações e construções realizadas pelo aluno D

Os demais alunos apresentaram construções e descrições semelhantes às do aluno D.

Pelas construções apresentadas, pode-se concluir que os alunos identificaram os planos de simetria como era previsto na análise *a priori*. No momento da socialização dos resultados os alunos que não conseguiram identificar os seis planos de simetria perceberam que suas construções não estavam completas e as refizeram. A professora percebeu que esses alunos não conseguiram se apropriar adequadamente das ferramentas do Cabri 3D e, por isso, não desenvolveram o que era esperado. Ela percebeu, também, que não dominar as ferramentas do *software* é um dos obstáculos para a aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos.

Uma outra atividade da sequência didática foi a seguinte: na figura, a seguir, que transformações geométricas foram utilizadas para sua construção?



Nessa atividade, pretendia-se que o aluno identificasse que a figura era uma composição de uma rotação em torno da reta t , segundo um ângulo estabelecido, com uma translação ao longo de um eixo segundo um vetor paralelo à reta t .

Essa atividade apenas 40% dos alunos conseguiu executá-la. Os principais obstáculos foram os conhecimentos geométricos dos alunos sobre a composição de transformações.

O aluno G descreveu que “as transformações utilizadas foram reflexão e simetria central” e fez a seguinte construção mostrada na Figura 3.

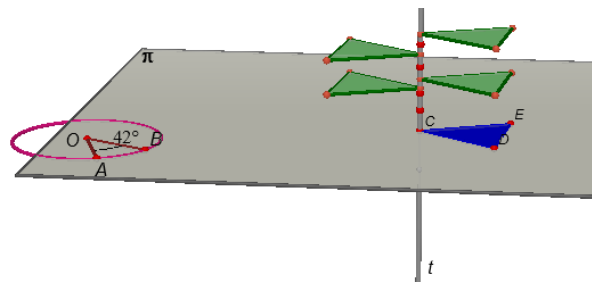


Figura 3: Construção realizada pelo aluno G

O aluno H descreveu que “as condições para se ter uma isometria helicoidal são, além do ângulo, um vetor de tamanho conhecido para se efetuar uma rotação do objeto juntamente com a translação do mesmo” e apresentou a seguinte construção.

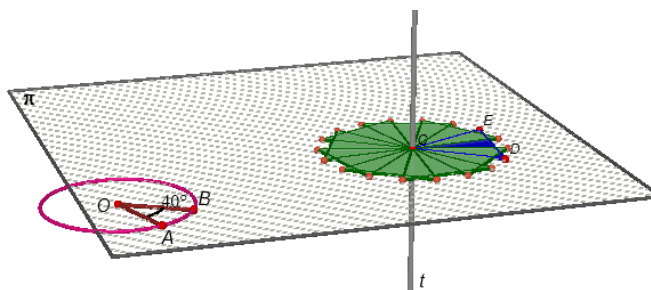


Figura 4: Construção realizada pelo aluno H

Analisando a construção do aluno H, pode-se verificar que ele não observou a condição de que o vetor deve ser paralelo à reta t ou estar contido nela para que ocorra a translação.

A professora solicitou ao aluno G que mostrasse aos outros sua construção e explicasse as transformações utilizadas, o que auxiliou os demais colegas a concluírem a atividade. Esse momento de socialização dos resultados foi muito importante, pois os alunos puderam refazer suas construções para concluir a atividade.

4. Considerações Finais

O objetivo deste trabalho foi analisar as contribuições da aplicação de uma sequência didática construída de acordo com os pressupostos da Engenharia Didática e do uso do programa computacional Cabri 3D, para o ensino e aprendizagem das transformações geométricas, para alunos de um curso de Licenciatura em Matemática.

A professora observou durante a aplicação da sequência didática as estratégias e o comportamento dos alunos, além do modo como eles estabeleceram uma relação de apropriação das ferramentas de cada um dos *softwares*, apesar de essas ferramentas terem sido um obstáculo para os alunos no início da aplicação.

De acordo com a confrontação entre as análises *a priori* e as análises *a posteriori*, foi possível observar que os alunos, de modo geral, avançaram em seus conhecimentos geométricos, pois eles demonstraram de alguma forma perceber e reconhecer as transformações geométricas no plano e no espaço, assim como o conceito de reflexão, translação e rotação e suas propriedades. Nesse sentido, a visualização dos movimentos realizados na tela do computador com a ajuda dos *softwares* ajudou-os a construir e a conjecturar acerca dos resultados.

Para Gravina (2001), os ambientes de Geometria Dinâmica incentivam o espírito de investigação matemática, de tal forma que a interface interativa dos *softwares* possibilita a exploração e a experimentação, disponibilizando assim os experimentos de pensamento.

Os *softwares* Cabri 3D e GeoGebra não só auxiliaram na visualização como também ofereceram aos alunos a oportunidade de manipulação virtual de formas geométricas e entes matemáticos, fazendo com que eles buscassem soluções e explorassem as propriedades apresentadas. Outro ponto positivo proporcionado pelo uso dos *softwares* foi a possibilidade de verificar a veracidade das conjecturas. Os alunos podiam comprovar por meio das construções se suas conjecturas eram ou não verdadeiras. Tendo em vista os aspectos observados, pode-se concluir que a visualização proporcionada pelos ambientes computacionais foi de fundamental importância para os alunos na compreensão dos conceitos geométricos envolvidos. Os alunos mostraram-se impressionados com o fato de poderem visualizar os movimentos causados pelas transformações geométricas, assim como de explorar esses movimentos.

5. Referências

ARTIGUE, Michèle. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean. **Didáticas das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, 1996. p.193-217.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática. **ZETERIKÉ**, Campinas, SP, v. 13, n. 23, p. 87 – 119, jan./jun., 2005.

DIAS, Maria da G. A. Modelagem no Ensino da Geometria. In: GRAPHICA 2007, Curitiba. **Anais**. Disponível em:

<http://www.degraf.ufpr.br/artigos_graphica/MODELAGEM%20NO%20ENSINO%20DA%20GEOMETRIA.pdf>. Acesso em: 25/11/2010.

GRAVINA, Maria Alice; Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético dedutivo. 2001. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

_____. O *Software* GeoGebra no ensino da Matemática. In: III Semana de Matemática, 2010, Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro. Anais eletrônicos. Disponível em: <<http://www.essentiaeditora.iff.edu.br/index.php/outraspub/article/view/368>>. Acesso em: 15 jan. 2011.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 2. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.