UM OBJETO DE APRENDIZAGEM, UMA ATIVIDADE DE INVESTIGAÇÃO, DIFERENTES GRUPOS E DIFERENTES SIGNIFICADOS

Dolores Follador
Secretaria de Estado da Educação do Paraná e Faculdades Integradas do Brasil -Unibrasil
doloresfollador@gmail.com

Resumo
No presente texto discutem-se dados coletados na realização de uma atividade de investigação matemática introduzida a partir de uma animação em que o gráfico de uma função é construído tendo por base um fenômeno físico simples. Essa atividade fez parte da implementação de um projeto inserido no Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná (PDE), edição 2008, e foi vivenciada por três grupos com características diferenciadas: professores de Matemática da Educação Básica, alunas do Magistério e alunos surdos do Ensino Médio. O foco central deste texto é discutir os significados atribuídos pelos três grupos ao enunciado da atividade tendo como suporte teórico o modelo dos campos semânticos de Lins (1999). Os resultados da pesquisa apontam para a importância do professor considerar nas respostas de seus alunos o significado que eles atribuem aos enunciados de atividades propostas para fazer intervenções quando necessárias.

Palavras Chave: Educação Matemática; Investigações Matemáticas; Significado; Objeto de Aprendizagem; Função.

1. Introdução

O presente artigo tem por objetivo tornar público os resultados da implementação do projeto de intervenção “Objetos de aprendizagem para a TV Multimídia/Pendrive em Educação Matemática”. Esse projeto foi elaborado para o Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE), edição 2008, da Secretaria de Estado da Educação do Paraná (Seed-PR).

Uma das atividades dos participantes dessa edição do PDE foi a produção de um material didático para ser usado em outra ação do programa: a intervenção. O material elaborado por mim, na época participante do PDE, foi um caderno pedagógico, e a intervenção foi um curso de atualização para professores.

Assim, neste artigo será enfatizada a análise dos dados coletados durante a vivência de uma das atividades do referido caderno por um grupo de professores participantes do curso de atualização e por dois grupos de alunos do Ensino Médio. Optou-se por unir o referencial teórico à apresentação e discussão desses dados.

2. O Caderno Pedagógico

O Caderno Pedagógico[1] elaborado na edição 2008 do PDE traz uma discussão a respeito do uso pedagógico de objetos de aprendizagem para a disciplina de Matemática, disponíveis no Portal Dia a Dia Educação (http://www.diaadia.pr.gov.br/). Nele são explicadas as intenções do estudo que deu origem ao caderno; é assumida uma posição sobre o uso de recursos tecnológicos na escola; discutido sobre questões técnicas da TV Multimídia; definido um conceito de objeto de aprendizagem; apresentado o referencial teórico usado para desenvolver as atividades e sugerido duas atividades de investigação matemática, uma com o uso de uma animação e outra com uma imagem.

3. O curso de atualização

Inscreveram-se no curso de atualização de 32 horas 16 professores[2] de Matemática do PDE, edição 2008, e uma professora da escola de lotação da pesquisadora.

As principais atividades desenvolvidas no curso foram: vivência das atividades de investigação matemática desenvolvidas e publicadas no caderno pedagógico aqui já mencionado; leitura e discussão do referencial teórico sobre recursos tecnológicos, objetos de aprendizagem e investigações matemáticas usados na produção do caderno pedagógico; pesquisa a referenciais teóricos sob demanda oriunda da vivência de atividades e das leituras e discussões teóricas; pesquisa de objetos de aprendizagem disponíveis no Portal Dia a Dia Educação, com conteúdos de Matemática abordados nas pesquisas que estavam sendo desenvolvidas pelos professores PDE; vivência prática de elaboração de slides e conversão de vídeos para a TV Multimídia, tendo como conteúdo os objetos de pesquisa

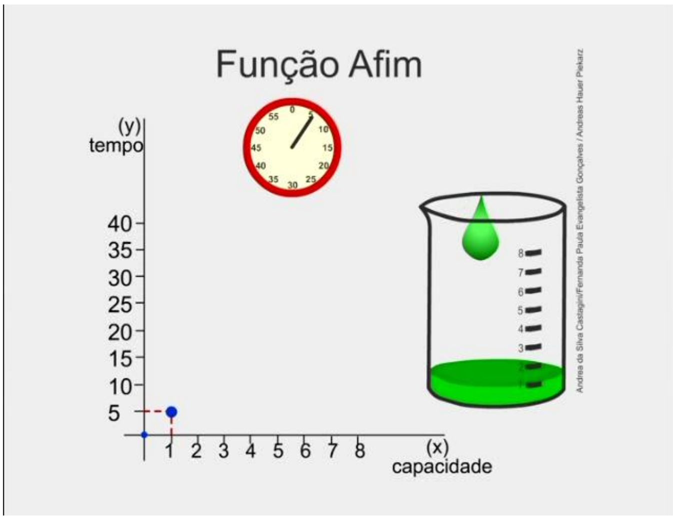
[1] FOLLADOR, Dolores. **Potencialidades educativas dos objetos virtuais de aprendizagem para a TV Multimídia disponibilizados no Portal Dia-a-dia Educação**. Caderno Pedagógico. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008.

[2] Deste pondo em diante, quando forem mencionadas as palavras "professores", professor e professora, no âmbito deste texto, entenda-se que se trata dos professores que participaram do curso de atualização.

que estavam sendo desenvolvidos pelos professores do PDE ou assunto de interesse imediato para sala de aula, no caso da professora da escola.

No primeiro encontro foi proposto aos professores que resolvessem a atividade investigativa 1 do caderno pedagógico. Essa atividade consiste em assistir a uma animação de 50 segundos e responder a quatro questões relativas ao seu conteúdo. A animação tem o desenho de um recipiente graduado que está sendo cheio com um líquido que goteja dentro dele, um eixo de coordenadas cartesianas e um relógio analógico com um ponteiro. As unidades de medida são arbitrárias.

Na medida em que a altura do líquido sobe no recipiente e alcança uma unidade de medida de capacidade, o relógio atinge cinco unidades e um ponto é marcado no gráfico. Quando o recipiente atinge 8 unidades de medida de capacidade e o tempo 40 unidades, a animação cessa e é traçada uma linha unindo os pontos do gráfico (ver Figura 1).



Fonte: Captura de tela da animação disponível no Portal Dia a Dia Educação. (PARANÁ, 2008).

Figura 1 – Imagem da animação da atividade 1

Durante as discussões com os professores e por sugestão destes, foi decidido que seria importante aplicar a mesma atividade a estudantes do Ensino Médio. A atividade foi então aplicada a alunas do 3.º ano do Magistério e a alunos surdos do Ensino Médio regular.

Para resolver a atividade, tanto os professores como os estudantes receberam uma régua graduada de 30 cm, lápis e borracha, uma folha de papel quadriculado simples e uma folha com o enunciado da atividade.

4. Enunciado da atividade investigativa 1

Nessa atividade, espera-se que você perceba de que modo o evento que acontece no vídeo pode ser traduzido em linguagem matemática.

Observe o vídeo e responda:

1. Que relações você percebe entre a altura do líquido no recipiente, o relógio e o gráfico?

2. Encontre outra forma de representar a relação entre o relógio e a altura do líquido no recipiente como, por exemplo, uma tabela.

3. Como você representaria matematicamente essas relações?

4. Como ficaria a representação gráfica dessas relações caso dobrasse a quantidade de líquido que cai no frasco mantendo-se o mesmo tempo? Use o papel quadriculado para representá-lo.

Por sugestão dos professores, para aplicar a atividade aos estudantes, a questão número dois foi alterada para: “Encontre outra forma de representar a relação entre o relógio e a altura do líquido no recipiente”.

5. O grupo de estudantes surdos

Participaram da pesquisa 20 alunos surdos do 1.º, 2.º e 3.º ano do Ensino Médio. No momento da aplicação da atividade estavam presentes eu, a professora de matemática, uma professora PDE, a intérprete de libras da escola, uma professora de língua inglesa e uma licencianda do último ano do curso de Matemática da UFPR, bolsista do projeto Licenciar, que acompanhou e auxiliou em todo o curso de atualização. A atividade foi aplicada em duas aulas de 50 minutos cada.

A intérprete de libras e as professoras auxiliaram na comunicação entre os estudantes, e eu e a bolsista fotografamos e filmamos. Após executar a animação na TV Multimídia em modo "repetição automática" e foi lido o enunciado do texto. Alguns alunos envolveram-se imediatamente com a atividade, já outros brincaram e conversaram no início. Ao final todos tinham tentado responder às questões do enunciado. Foi permitido que os alunos consultassem seus cadernos e livros e que trocassem informações entre si.

Os registros escritos de alunos surdos não são facilmente compreendidos por pessoas que não convivem e que não trabalham rotineiramente com eles. Observe-se, por exemplo, a resposta de Pri[3] para a questão 1: *o hora uma diferente entre a altura do líquido como só número é um relógio função afim como hora mais e altura cada hora 5 minutos*. Como o projeto desta pesquisa não previa originalmente uma intervenção com alunos surdos, não se aprofundou estudos em autores que discutem essa especificidade. Optou-se aqui por destacar das respostas desses estudantes os registros que puderam ser compreendidos, deixando para especialistas a análise dos registros não compreendidos, caso haja interesse em um momento posterior.

Assim, neste texto o foco será a análise dos registros que possam indicar a atribuição de significado que esses alunos demonstraram atribuir à atividade.

6. O grupo de estudantes do Magistério

Participaram da pesquisa 19 alunas do 3.º ano do Magistério. A atividade foi aplicada em uma aula de 50 minutos, na presença da professora de matemática dessas alunas.

Para realizar a atividade, as estudantes puderam consultar seus materiais e trocar informações entre si. Como é comum acontecer na escola, mesmo após a explicação de que deveriam observar a animação e responder a seu modo às quatro questões, as estudantes fizeram comentários do tipo: *Não sei fazer*, *O que mesmo você quer que a gente faça?*. Passados alguns minutos, as alunas ficaram concentradas e começaram a trocar ideias entre si sobre a atividade. Todas resolveram a seu modo.

7. Respostas para a atividade investigativa 1

[3] Neste trabalho foram usados pseudônimos para identificar professores e estudantes.

Registraram-se aqui as respostas de professores e estudantes organizadas por blocos similares. Embora o leitor possa identificar erros nos registros, eles não foram destacados por essa característica, pois o que interessa, para efeito da análise que desejamos aqui, é o significado atribuído pelos diferentes sujeitos para o mesmo objeto. Isso não significa que o professor não deva intervir na aprendizagem de alunos que fazem esse tipo de registro, mas que é importante que nessa intervenção os significados atribuídos sejam considerados.

Às respostas dos professores foram acrescentadas as discussões realizadas durante o curso bem como foi feita uma análise comparativa com as respostas dos estudantes.

Neste artigo optou-se por publicar a análise das respostas dadas às questões 1, 2 e 3 da atividade do Caderno Pedagógico, pois se considerou que são suficientes para observar as diferenças de significados da atividade que puderam ser identificadas nos diferentes grupos.

*Questão 1***:** *Que relações você percebe entre a altura do líquido no recipiente, o relógio e o gráfico?*

A professora Emi escreveu que *conforme o tempo passa o recipiente enche. Obs.: o gráfico está com os eixos x e y invertidos.* Para Emi, formada em Física, a variável independente deve sempre ser representada no eixo das abscissas, caso contrário, a leitura do coeficiente angular fica prejudicada. Provocados, o grupo decidiu pesquisar sobre essa questão.

Encontraram diversos documentos na Internet em que se afirma que as variáveis independentes devem ser representadas no eixo das abscissas. Trazem esse tipo de informação, especialmente, orientações para apresentação de relatórios de pesquisa em cursos de Física.

O grupo decidiu então analisar, tendo por base textos de Matemática, como poderiam ser interpretados os dados da representação gráfica da animação. Segue uma síntese da análise realizada.

Sabe-se que quaisquer que sejam os pontos escolhidos sobre a representação de uma reta em um eixo de coordenadas cartesianas, a relação $m = (y-y_1) / (x-x_1)$ é constante. Isso quer dizer que, se uma reta tem declividade m, a cada unidade de variação de x, corresponde m unidades de variação de y.

E, ainda, segundo Quintella (1968, p. 170),

> o conceito de função acarreta a existência de, pelo menos, duas variáveis, e uma correspondência. A primeira variável (*x*) denomina-se variável independente, livre ou arbitrária porque podemos atribuir-lhe um valor qualquer de seu domínio. A segunda (*y*) denomina-se dependente porque seu valor depende do que foi atribuído à primeira, pela lei da correspondência funcional.

No caso da atividade investigativa 1, o coeficiente angular é: (10 – 5) / (2–1) = 5 e a equação da reta: *y*= *5x*. O coeficiente angular é a taxa de variação, ou a derivada primeira da equação *y* = *5x*. Seu significado pode ser lido como: a taxa de variação é de 5 unidades. Ou seja, a cada cinco unidades de tempo a altura do líquido varia 1 unidade de capacidade.

Se a capacidade estivesse no eixo y, o coeficiente angular seria: (2 -1) / (10 – 5) = 1/5 e a equação da reta seria: *y = (1/5) x*. O coeficiente angular é a taxa de variação, ou a derivada primeira da equação *y = (1/5) x*. Seu significado pode ser lido como: a taxa de variação da altura do líquido é de *1/5*. Ou seja, a cada unidade de altura do líquido o tempo varia 5 unidades.

Essa última leitura foi considerada possível pelos professores, porém ela fica fora dos padrões usuais, pois nela a passagem do tempo parece depender da variação da altura do líquido no recipiente. Entretanto, a passagem do tempo independe do fenômeno físico observado. Portanto, considerou-se pertinente a preocupação manifestada pela professora em relação à necessidade de representar a variável independente no eixo das abscissas (*x*), pois a representação inversa pode causar um obstáculo didático para o professor no momento de discutir o significado do coeficiente angular.

A professora PDE que acompanhou a aplicação da atividade com os alunos surdos registrou em seu relatório que *em nenhum momento percebi questões sobre os eixos em que as variáveis estavam representadas, nem se eram dependentes ou independentes, eles trabalharam bem com as relações ali apresentadas*. Esse comentário decorre das preocupações manifestadas pelos professores no sentido de que seria um fator complicador trabalhar em sala de aula com a animação da atividade 1 em função de que a variável dependente estava representada no eixo *x* e a independente no eixo *y*. No entanto, pode-se concluir que essa inversão não interfere nas respostas para as questões da atividade 1, pois o enunciado da atividade não exige interpretação do coeficiente angular. Caso essa interpretação tivesse sido solicitada, o obstáculo mencionado pelos professores poderia aparecer.

Outras respostas para a questão 1 abrem novas discussões. Por exemplo, o professor Pedro respondeu que *a altura do líquido é diretamente proporcional ao tempo do* *relógio*. Resposta similar às dos professores Nara, Caio e Ana, em que não há menção ao gráfico, embora isso seja solicitado no enunciado. O gráfico é mencionado nos registros dos professores Samir, Lia e Dora: *a altura do líquido aumenta com o passar do tempo e o gráfico faz o registro. A cada 1 unidade de altura o tempo decorrido é 5* (Samir).

As alunas do Magistério, And, Mari, Gil, Carol, Le, Tha, Adri, Rita, Rosa, Kely, Tati, Mila, Nanda e Regi, mencionaram o gráfico em suas respostas. Elas deram respostas similares, do tipo: *a cada 3 gotas passam 5 segundos no relógio e aumenta 1 ponto no gráfico*.

A professora Josi deu uma resposta mais curta, em que não menciona nenhum dos três elementos solicitados no enunciado. Ela escreveu: *há um crescimento constante*.

Na resposta da professora Lia aparece a palavra "função": ... *o gráfico demonstra uma função crescente*. Entre as alunas do Magistério essa palavra aparece somente na resposta de Tali: *a cada 5 segundos caem 4 gotas no recipiente, a cada 3 gotas é marcado (completa) uma marcação no gráfico, que é feito sob a forma de capacidade e tempo. Sendo um processo progressivo. Observamos uma função*.

A resposta da professora Dea: *a cada 5s o volume aumenta 1 'ml'*, veio acompanhada de uma tabela, de um eixo de coordenadas cartesianas e das representações

(C) *(t)*

$x = \frac{1}{5} y \therefore x = 8 \quad y = 40 \qquad t = \frac{1}{5}\, volume$ x = capacidade; y = tempo.

Observa-se que na resposta da professora Dea há uma unidade de medida de capacidade convencional (*ml*). Isso também aparece na resposta da professora Ana. Nas discussões, os professores mencionaram que seria importante que as unidades de medida da animação fossem reais e não arbitrárias. Para eles, a ausência de uma unidade padrão de medida pode causar um obstáculo didático.

Essa preocupação ficou comprovada quando a atividade foi aplicada aos dois grupos de alunos, pois durante a atividade eles perguntavam quais eram as unidades de medida. Mesmo depois de receberem a informação de que se tratava de uma unidade arbitrária, os estudantes usaram unidades padronizadas nos seus registros, como nas respostas de Mila e Nanda: *a cada três gotas representam um ml que passa cinco segundos do relógio. E a cada ml aumenta um ponto no gráfico*. Mel, uma aluna surda, ao opinar sobre a atividade escreveu: *minha opinião, nessa atividade de matemática é meio difícil porque tiver dúvida o gráfico. O gráfico é bem difícil, tem confusão capacidade e tempo.*

Além de medidas de capacidade e tempo, as alunas do Magistério usaram a unidade "gota", como nas respostas de Bren e Ina: *a cada 5 segundos no relógio, completam 1 x no recipiente e para completar 1 x é necessário 4 gotas*.

Nos registros dos alunos surdos é recorrente o uso de unidades de medidas padronizadas, como hora, minuto, segundo, metro, centímetro e gota. Esses alunos usaram representações, como gráficos, tabelas e esquemas, para responder à questão 1. Alguns deles apenas reproduziram os desenhos da animação em que acrescentaram unidades de medida padronizadas e textos como o de Pam: *água mínimo 1 até 8 o relógio tempo 5 até 40 segundo*. Dan, Ric, Dey, Wil, Ma e Ka organizaram os pares ordenados representados no gráfico da animação em uma tabela.

Questão 2: Enunciado para os professores: Encontre outra forma de representar a relação entre o relógio e a altura do líquido no recipiente como, por exemplo, uma tabela.

Questão 2: Enunciado para os estudantes: Encontre outra forma de representar a relação entre o relógio e a altura do líquido no recipiente.

Os professores responderam com uma tabela. O que variou entre as respostas foi o título das colunas das tabelas (líquido, capacidade, x, altura e número de gotas, tempo e y) e o modo de representar os pares ordenados e o par ordenado (0, 0) que esteve ausente em cinco tabelas.

Apenas três professores acrescentaram outras representações como fórmulas e gráficos. O professor Samir registrou a fórmula $x = y/5$ e um gráfico idêntico ao da animação. A professora Nara e o professor Caio fizeram representações gráficas incompletas.

As alunas do Magistério And, Mari, Mila, Carol, Le, Tha, Adri, Kely, Regi, Bren, Ina, Gil e Tali responderam a essa questão com uma tabela de duas colunas. Ina, Gil e Tali organizaram tabelas com três colunas, em que acrescentaram também o número de gotas. Ina escreveu também a fórmula $y = 5.1x$. Rafa escreveu: *de acordo com a quantidade de líquido da para saber o tempo, levando em conta que o problema é uma função linear*.

Rita e Rosa fizeram um esquema relacionando número de gotas ao tempo 5s → 3 gotas; 10s → 6 gotas, e assim por diante até 30s → 18 gotas.

Entre os alunos surdos, Gab e Ma reproduziram o mesmo gráfico da animação. Gab acrescentou dois pontos a mais (9, 45) e (10, 50). Ela representou também um relógio com um ponteiro igual ao da animação e um recipiente com formato diferente do da animação e graduado de 1 até 10.

Pam reproduziu todos os desenhos da animação acrescentando unidades de medida convencionais. Ela também fez uma tabela e desenhou um recipiente graduado de 5 até 40 identificado com a palavra "água". A estudante ainda escreveu: *O relógio tempo até 8 a água mínimo 5 até 40*.

Dan, Dey e Ric representaram pares ordenados substituindo a medida de tempo pelo número de gotas que caem no recipiente a cada medida de capacidade (1, 3); (2, 6); (3, 9); (4, 12); (5, 15); (6, 18); (7, 21); (8, 24).

Al, Ani, Oli, Cris, Nam e Mel organizaram uma tabela com os dados da animação. Mel também esboçou um eixo de coordenadas cartesianas em que registrou valores apenas no eixo y. Acima da origem ela registrou os pontos 1 até 8 e abaixo da origem registrou os pontos 5, 10, 15 até 40. Ela também desenhou um recipiente graduado de 1 até 8. Ani acrescentou o texto: *cada gota por 3 segundos até 40 (tempo) e 8 (capacidade).*

Lú desenhou um relógio como o da animação, fez uma sequencia de associações, 1 hora – 5; 2 horas – 10 até 8 horas – 40. Desenhou também um recipiente graduado de 1 até 8. Desenhou um boneco no início de uma reta numerada de 5 em 5, indo do 5 até o 40.

Gui representou o mesmo gráfico da animação repetindo-o no 1.º e no 2.º quadrante, como em uma função modular. Ele acrescentou o desenho de um recipiente graduado de -5 até 5, como em uma reta numérica real.

Wil desenhou um recipiente cheio graduado de 5 até 40 em intervalos de 5.

Bil registrou: A=d(5, 1); B=d(10, 2); C=d(15, 2); D=d(20, 2); E=d(25, 2); F=d(30, 2); G=d(35, 2); H=d(40, 2). Ele calculou as distâncias do ponto A aos pontos B, C, D, E, F, G e H.

Ka fez uma tabela representando pares ordenados, porém substituiu os dados de capacidade (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) por outros dados (4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32). No papel quadriculado o estudante escreveu: *capacidade começa 1 até 8 horário começa 5 até 40 segundos*.

Fer reproduziu o gráfico da animação e representou os pontos com os pares ordenados da animação, indo do ponto A(1, 5) até o ponto H(8, 40). O estudante organizou uma matriz com os dados do gráfico. Escreveu a matriz $\begin{pmatrix} x & y & 1 & x & y \\ 1 & 5 & 1 & 1 & 5 \\ 8 & 40 & 1 & 8 & 40 \end{pmatrix}$ e calculou o determinante da matriz do seguinte modo: *5x+8y+40-40-40x-y=0 -35x+7y=0 35x-7y*

Lari escreveu apenas que *a cada 5 minutos aumenta o líquido no recipiente*.

Todos os professores usaram tabelas para representar as relações presentes na animação, possivelmente pela forma que o enunciado estava elaborado.

Entre os estudantes, percebe-se uma maior diversidade de tipos de representação no grupo dos surdos. Entre as respostas dos estudantes surdos pode-se destacar a de Fer. Acredita-se que com uma intervenção do seu professor, Fer poderia finalizar a fórmula da função e compreendê-la no contexto proposto.

Questão 3: Como você representaria matematicamente essas relações?

A professora Emi escreveu a fórmula $\begin{matrix} y = ax + b \\ y = 5\text{x} \end{matrix}$ seguida da seguinte observação: *para o caso do eixo y (grandeza dependente) e eixo (x) grandeza independente. Caso contrário* $x = ay + b$ $x = \frac{1}{5}y + b(?)$. Aqui novamente a professora Emi registra sua inquietação com a inversão de eixos já discutida no item "Respostas para a questão 1".

Os professores Pedro, Nara, Caio, Lia e Samir escreverem fórmulas similares. Pedro e Nara: *f(x)* = 5x . Caio e Lia *y = 5x*. Samir*: x = y/5.*

A professora Ana escreveu: $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{3}{15} = \frac{4}{20}, \ldots,$ a professora Dea escreveu: $C = \frac{1}{5}t$ *ou* $t = 5C$, a professora Dora escreveu: $y = 5\text{x}$ *ou* $x = \frac{1}{5}y$ e a professora Josi escreveu: $y = 5\text{x}$ / $y = \frac{5}{2}x$.

As estudantes de Magistério And, Mari, Le, Tha, Adri, Kely, Regi, Carol e Rafa sistematizaram esquemas de regras de três como o representado a seguir. Além desse esquema, Rafa registrou *ml? x ml = x (5 sg) y=5x "* função linear proporcional*".

Tempo	*Capacidade*	
10 s	*2 ml*	*"regra de 3"*
x	*5 ml*	

And e Adri finalizaram o cálculo da regra de três da seguinte forma: *2x = 10.5 2x = 50 x = 50/2 x = 25 segundos*. Bren e Ina escreveram: *y = 5.1 x y = tempo x = capacidade*. Mila registrou *8/40 = ml/tempo* $\frac{8}{40}\frac{8}{x}=80$.

Nanda registrou *1/5 = ml/tempo ex. 1/5=2/x x=10*

Rita e Rosa registraram *1x = 5y*. Sendo que Rita completou *com 2 x = 10 y (dobro).* Tali e Tati não responderam e Gil registrou *não sei.*

No grupo de estudantes surdos, Gab representou o mesmo gráfico da animação repetindo-o no 1.º e no 2.º quadrante, como em uma função modular. A aluna reproduziu abaixo desse gráfico a representação de um recipiente cheio graduado de 1 até 8.

Ric, Wil e Dey reproduziram o gráfico da animação e organizaram uma tabela com os pares ordenados correspondentes. Pam, Al e Nam responderam com uma sequência de multiplicações. Pam: *5 x 0 = 0; 5 x 1 = 5, até 5 x 10 = 50. Al: 5 x 1 = 5, até 10 x 1 = 10, até 40 x 1 = 40. Nam: 1 x 5 = 5 ; 10 x 2 = 20; 15 x 1 = 15; 25 x 1 = 25; 30 x 1 = 30; 35 x 1 = 35; 40 x 1 = 40.*

Dan e Lú registraram: *Não sei*. Dan acrescentou: *desculpe!*. Gui registrou a fórmula *S= So+2t*. Mel escreveu: *matemática pode fórmula o gráfico x e y. Ex: Δ=b±4ac e* $x=-b\pm\frac{\sqrt{\ }}{2}$ *ou equação reta que passa pelos AB.* Oli reproduziu o gráfico da animação e representou os pontos desse gráfico com os pares ordenados da animação indo do ponto A(1, 5) até o ponto H(8, 40). Ele organizou a matriz $\begin{pmatrix} x & y & 1 & x & y \\ 1 & 5 & 1 & 1 & 5 \\ 8 & 40 & 1 & 8 & 40 \end{pmatrix}$ com os dados do gráfico e calculou o determinante da seguinte forma: 5x+8y+40-40-40x-y=0; -35x+7y=0; 35x-7y. Cris escreveu: *representa matematicamente podem fórmulas. C=t.Δt C=t.s*". Bil escreveu: *determine o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos A(5, 1); B(10, 2); c(15,3) d(20,4); d(20, 4); e(25, 5); f(30, 6); g(35, 7); h(40, 8) e esboçar seu gráfico.* O estudante esboçou um gráfico no eixo de coordenadas cartesianas com pontos marcados no 1.º e no 3.º quadrante, que não foi possível interpretar.

Ka reproduziu o gráfico da animação, porém nomeou o eixo y com "*x*" e o eixo x com "*y*". Organizou os pares ordenados em uma tabela em que trocou as posições dos valores de x e de y em relação aos dados da animação. No papel quadriculado escreveu *sei lá*. As respostas de Pri, Fer, Ani, Lari, Gi e Bea não foram compreendidas.

Observa-se nas respostas do grupo de professores que a expressão "representação matemática" remete a representações por meio de fórmulas. Isso também parece ser a compreensão da maioria do grupo de alunas do Magistério. Entretanto, entre os professores e entre os estudantes surdos a regra de três não foi usada. A fórmula da função foi registrada por apenas três alunas do Magistério, sendo que duas delas destacaram a proporcionalidade presente na função. Ao escrever suas impressões sobre a atividade, Nanda mencionou a regra de três como um recurso que usa de forma recorrente, ela escreveu: *eu achei a atividade bem criativa. Não me lembrava de alguns conteúdos, então utilizei a 'boa e velha' regra de três. Eu me senti desafiada, apesar de ser uma atividade super simples*.

Entre o grupo de alunos surdos, quatro estudantes representaram por meio de gráficos. Duas respostas remetem a fórmulas dissociadas do contexto e uma resposta indica o cálculo dos valores de uma variável em função da outra. Cinco respostas não puderam ser compreendidas e dois estudantes registraram *não sei*. Destaca-se a resposta de Oli, semelhante à de Fer para a questão 2. Possivelmente esses estudantes estavam no mesmo grupo, o que pode indicar que a resposta foi dada por apenas um dos dois e ou outro apenas reproduziu, pois se trata de uma associação pouco comum nessa etapa de escolarização (matriz).

8 Resultados da pesquisa

Posta a análise preliminar dos dados, é necessário retomá-la à luz de uma teoria que os explique. Para isso, adotou-se o modelo teórico dos campos semânticos (MCS) criado por Lins (1999). Cumpre observar que neste texto limitou-se a usar elementos de tal modelo para analisar os dados e relações até aqui estabelecidas sem discutir detalhadamente o modelo.

Pois bem, ao retomar os elementos principais do texto, o que se pode depreender é que três grupos diferentes foram submetidos à resolução de uma atividade de investigação matemática sem que antes lhes fossem dados elementos novos aos que já traziam de suas experiências prévias. Ou seja, cada grupo resolveu a atividade a seu modo e com a instrumentalização disponível.

Percebe-se em uma análise mais ampla que a resolução da atividade em cada grupo tem uma especificidade que está diretamente relacionada às características do grupo. Em uma análise particularizada de cada grupo, pode-se perceber que detalhes diferenciados emergem nas suas soluções individuais. Provavelmente, se a mesma atividade for proposta a outros grupos, outros detalhes surgirão nas respostas.

A explicação para esta diversidade pode estar no modo como se juntam os três elementos presentes na atividade: que é o autor do enunciado, o próprio enunciado (texto) e o leitor. Esses elementos estão ligados ao modo como autor e leitor empreendem a comunicação.

Para Lins, o primeiro processo é o do autor, pois

> quando o autor fala, ele sempre fala para alguém [...] um leitor que o autor constitui: é para este 'um leitor' que 'o autor' fala.
> É apenas na construção do autor que 'a transmissão' existe, e [...] toda a enunciação deve ser dirigida a alguém [interlocutor] [...] este interlocutor não deve ser identificado como *o outro;* a distinção é [...] entre ser biológico (o outro) e ser cognitivo (o interlocutor) a quem me dirijo, e que pode ou não corresponder a um 'outro'. (LINS, 1999, p. 81).

O segundo processo é do leitor, ou seja,

> aquele no qual o leitor lê, [que é] é semelhante [ao do autor], mas não idêntico. O leitor constitui sempre um autor, e é em relação ao que este 'um autor' diria que o leitor produz significado para o texto [...]. Outra vez, um autor é um ser cognitivo e não biológico, e não precisa corresponder de fato a nenhum outro real.
> [Aqui] a transmissão só se concebe enquanto tal no imaginário do leitor. E vale a pena enfatizar que é apenas na medida em que o leitor fala, isto é, produz significados para o texto, colocando-se na posição de autor, que ele se constitui como leitor. (LINS, 1999, p. 82)

Ainda para Lins (1999, p. 86), "o significado de algo é aquilo que digo deste algo. Grosso modo, significado, para mim, é o que a coisa é." Isso quer dizer que

> os objetos são constituídos enquanto tal precisamente pela produção de significados para eles [...] eu me constituo enquanto ser cognitivo através da produção de significados que realizo, ao mesmo tempo em que constituo objetos através destas enunciações.
> A partir daí, a partir deste pressuposto, pode-se ver que quando falo de significados não estou me referindo a tudo que numa dada situação eu poderia dizer de um objeto, e sim ao que efetivamente digo a respeito de um objeto dentro daquela atividade. (LINS,1999, p. 86).

Voltando à análise das respostas dadas pelos três grupos, a cada uma das questões da atividade observam-se diferentes significados atribuídos por diferentes leitores a um enunciado elaborado por um mesmo autor. Isso reafirma a teoria de Lins (1999, p. 89) de que "não há conhecimento em livros enquanto objetos, pois ali há apenas enunciados. É preciso a enunciação efetiva daqueles enunciados para que eles tomem parte na produção de conhecimentos".

Mas, e a atividade? Qual a intenção da autora ao formulá-la? Esperava-se o que do leitor? Em princípio a ideia dessa atividade era a de exemplificar como um objeto de aprendizagem disponível no Portal Dia a Dia Educação poderia ser usado em favor da aprendizagem de conteúdos de Matemática. A animação tem a intenção de traduzir em linguagem matemática um fenômeno físico cotidiano. No caso, uma função. Tal atividade poderia ser usada pelo professor para introduzir o conceito de função, ou ainda para ampliar os conhecimentos dos estudantes sobre o assunto.

Alguém que analise a atividade poderia entender que ela é uma tentativa de contextualização de conteúdos matemáticos ou de trazer para a sala de aula de Matemática uma relação interdisciplinar com a Física. De fato, embora essas questões estejam presentes na animação, essa não foi a intenção primeira ao usá-la para propor a atividade. Era muito mais forte o desejo de sugerir um encaminhamento metodológico para lidar com objetos de aprendizagem de Matemática de modo a extrapolar as questões ilustrativas, ou seja, de que esses objetos pudessem de fato contribuir para a aprendizagem de conceitos matemáticos sistematizados. No entanto, a aplicação da atividade a três grupos diferenciados e a confrontação com a teoria de Lins (1999) apontaram para o fato de que, na resolução de uma atividade, há mais elementos envolvidos na interpretação de um enunciado do que o significado esperado por quem produziu o enunciado da atividade.

Cumpre destacar que, com base nos apontamentos dos professores e nos estudos realizados pelo grupo, solicitou-se à equipe da Seed-PR que fossem feitas as alterações sugeridas pelos professores na animação usada na atividade 1. Essas alterações foram feitas e uma nova versão da animação foi disponibilizada no Portal Dia a Dia Educação.

Destaca-se, também, que ficou evidente durante a aplicação da atividade ao grupo de estudantes surdos, que é de suma importância que o professor que trabalha com estudantes com essa característica tenha uma formação específica para isso. A comunicação entre professores e estudantes é condição para a aprendizagem. Portanto, compreender a linguagem dos surdos é fundamental para que o professor possa desenvolver um bom trabalho com eles.

Durante a execução do projeto muitos dados foram coletados e nem todos puderam ser analisados neste texto, o que deixa em aberto a possibilidade de outros estudos serem realizados.

10. Referências

LINS, Romulo Campos. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a educação matemática**.** In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora Unesp, 1999. (Seminários & Debates).

PARANÁ. **Portal Dia a Dia Educação /TV Pendrive**. 2007. Disponível em < http://www.diaadia.pr.gov.br/tvpendrive/arquivos/Image/conteudos/textos/comousar_tvpendrive.pdf >. Acesso em: 21 jul. 2008.

QUINTELLA, Ary. **Matemática segundo ano colegial**. São Paulo: Companhia Nacional: 1968.