

TETRAEDROS DE SIERPINSKI: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O ENSINO DE GEOMETRIA

Beatriz Volpato Garcia
Universidade Federal do Paraná
biazinhavolpato@hotmail.com

Cláudia Vanessa Cavichiolo
Colégio Estadual Professor Lysímaco Ferreira da Costa
claucavich@yahoo.com.br

Enderson Lopes Guimarães
Universidade Federal do Paraná
enderson2ufpr@yahoo.com.br

Michele Pilato
Universidade Federal do Paraná
mihpilato@yahoo.com.br

Simone da Silva Soria Medina
Universidade Federal do Paraná
simone.silva.medina@gmail.com

Vanessa Amabile Provenzi
Universidade Federal do Paraná
amabile_provenzi@hotmail.com

Resumo:

Esse trabalho, desenvolvido junto ao Colégio Estadual Professor Lysímaco Ferreira da Costa, por bolsistas do projeto PIBID/UFPR – Matemática 2011, tem como objetivo relatar uma das atividades do projeto, denominada de “Árvore de Natal de Sierpinski”, que consistiu da confecção de um tetraedro de Sierpinski, realizada juntamente com alunos do 9º Ano do Colégio, tendo como proposta trabalhar a Matemática de forma diferenciada e contextualizada. Este tema foi escolhido por estarmos em um período de final de ano, ou seja, período natalino e por percebermos a dificuldade de alguns professores em trabalhar a geometria de forma diferenciada, e também dos alunos em visualizarem a geometria presente em fenômenos ou objetos simples, como uma árvore de natal, que foi o resultado final da atividade.

Palavras-chave: Ensino de geometria; Tetraedro de Sierpinski; Aulas diferenciadas.

1. Introdução

Durante as atividades desenvolvidas junto ao projeto PIBID (Projeto Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência), oferecido pela Diretoria de Educação Básica da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), os bolsistas do projeto de Matemática 2011, atendendo aos objetivos do programa, têm a oportunidade de vivenciar o conhecimento do que é ser um professor de Matemática além de conhecer a escola em todos os seus aspectos.

Uma das atividades desenvolvidas pelo projeto foi à elaboração e aplicação de uma abordagem pedagógica, que consistiu na construção do fractal Triângulo de Sierpinski, confeccionado em três dimensões, ou seja, de um tetraedro de Sierpinski.

Esta atividade foi aplicada junto a alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e do Ensino Médio do Colégio Estadual Lysímaco Ferreira da Costa, localizado no bairro Água Verde em Curitiba-PR. Participaram ao todo, cerca de 150 alunos. A opção por essas turmas se deu pelo fato da docente de Matemática dessas turmas, estar vinculada ao projeto na função de supervisora.

A principal justificativa por escolher esta abordagem, foi à constatação da dificuldade em ministrar o ensino de geometria de um modo diferenciado e contextualizado. Pensamos que a motivação de trabalhar com a geometria surge através da percepção de como ela está presente no mundo em que vivemos e ainda, segundo Hernandez (1998) e Demo (2003), o que se aprende na escola deve ter relação com a vida das pessoas envolvidas no processo de ensino. Por isso, o presente trabalho descreve o desenvolvimento de uma sequência didática, que consiste ao final na confecção de uma árvore de natal, produzida pelos próprios estudantes, tendo em vista a proximidade ao final do ano, ou seja, ao período natalino.

2. Fundamentação Teórica

Considerada uma extensão da geometria clássica, a Geometria Fractal surgiu da necessidade de se calcular e descrever certos fenômenos da natureza ou objetos intrincados que não possui forma definida. Apesar de existirem indicações que os fractais são conhecidos desde o século XX, somente há poucos anos, com o desenvolvimento e aperfeiçoamento dos computadores, a Geometria Fractal vem se consolidando.

Sua nomenclatura se origina do adjetivo em latim *fractus*. O verbo latino corresponde *frangere* que significa “quebrado” ou “fraturado”: criar fragmentos irregulares. Caracterizam-se por repetir um determinado padrão com ligeiras e constantes variações. Como conseqüência dessa auto-similaridade, as diferentes partes de um fractal se mostram similares ao todo. Assim, os fractais têm cópias aproximadas de si em seu interior (NICOLINE, 2005).

Os fractais, segundo Siqueira (2005), podem apresentar uma infinidade de formas diferentes, não existindo uma aparência consensual, mas, o autor aponta a duas características frequentes: a complexidades infinita, que significa que nunca conseguiremos representá-los completamente e, a auto-similaridade, ou seja, que um fractal costuma apresentar cópias aproximadas de si mesmo em seu interior.

Benoit Mandelbrot, idealizador da geometria fractal, ao definir os fractais se apoiou muito em matemáticos, cientistas, que já haviam se dedicado a este estudo sistemático dos fractais, mas não chegaram a ter uma conclusão exata dos seus estudos (EITERER, 2005). Podemos citar, por exemplo, Georg Cantor (1845-1918), David Hilbert (1862-1943), Giuseppe Peano (1858-1932), Helge von Koch (1870-1924), Waclaw Sierpinski (1882-1969), entre outros.

3. Desenvolvimento da atividade

Primeiramente expomos alguns conceitos de fractal. Um fractal é um objeto que não perde a sua definição formal à medida que é ampliado, mantendo-se a sua estrutura idêntica à original. Existem também duas categorias de fractais: os fractais geométricos, que repetem continuamente um padrão idêntico, por exemplo, o triângulo de Sierpinski, e os fractais aleatórios. Conforme já mencionado, as principais propriedades que caracterizam os fractais são a auto-semelhança e a complexidade infinita. Outra característica importante dos fractais que podemos citar é a sua dimensão.

Em seguida apresentamos a teoria do triângulo de Sierpinski, e explicamos como este é construído: de início constrói-se um triângulo equilátero, encontra-se o ponto médio de cada um dos lados e unem-se os pontos médios. A figura resultante é formada então por quatro triângulos congruentes e ao final retira-se o triângulo do meio. Nos outros três que sobraram repetimos o mesmo procedimento adotado no triângulo maior, sempre retirando o triângulo do meio, e assim se prossegue, até a dimensão que se queira representar.

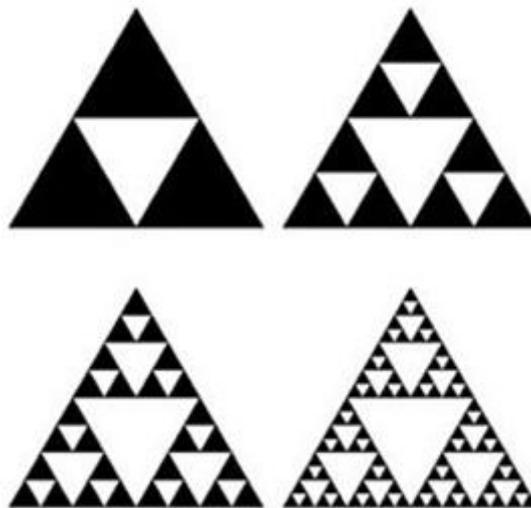


Figura 1 – Triângulo de Sierpinski
Fonte: Benfica e Alves, 2011

No começo da explicação, os alunos tiveram um pouco de dificuldade em visualizar como ficaria, uma vez que não o utilizaríamos no plano $R2$, mas sim em $R3$, o que dificulta a visualização abstrata da figura final, porém à medida que estes foram trabalhando e montando as peças começaram a fazer mais sentido.

A seguir, pedimos que os alunos se organizassem em duplas e entregamos a cada dupla uma folha com alguns moldes de tetraedros, tesouras, régua e colas. Em primeiro lugar, eles cortariam os moldes, passariam caneta com a régua por cima das linhas marcadas, para ajudá-los a dobrar cada tetraedro, em seguida dobrariam e colariam formando assim cada tetraedro que comporia o tetraedro maior de Sierpienski.

Por se tratar de trabalho de final de ano, véspera de férias, espírito natalino, a semelhança entre um tetraedro e um pinheiro natalino, batizamos nosso projeto de Árvore de Sierpienski de Natal.

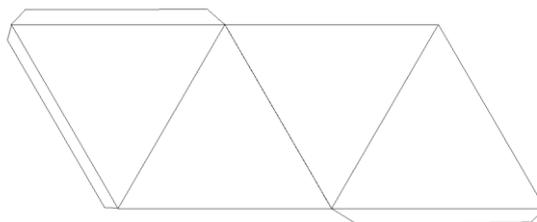


Figura 2 – Planificação de um tetraedro regular
Fonte: Autores, 2013

Após a confecção dos tetraedros individuais, iniciou-se a montagem da “Árvore de Natal”, passando cada iteração do fractal em um estágio, que ao final chegou a um tetraedro regular com aresta de tamanho aproximado de 160 centímetros. De início achamos que os alunos teriam mais dificuldade em montar os tetraedros maiores a partir dos pequenos, porém fomos surpreendidos. Por se tratar de um material em três dimensões, a visualização e a montagem se deu de forma mais fácil do que o previsto por. As figuras a seguir mostram as etapas da construção, desde o recorte e colagem dos tetraedros iniciais, passando pelas iterações seguintes, até chegar ao resultado final.



Figura 3 – Confecção dos tetraedros pelos alunos

Fonte: Autores, 2013

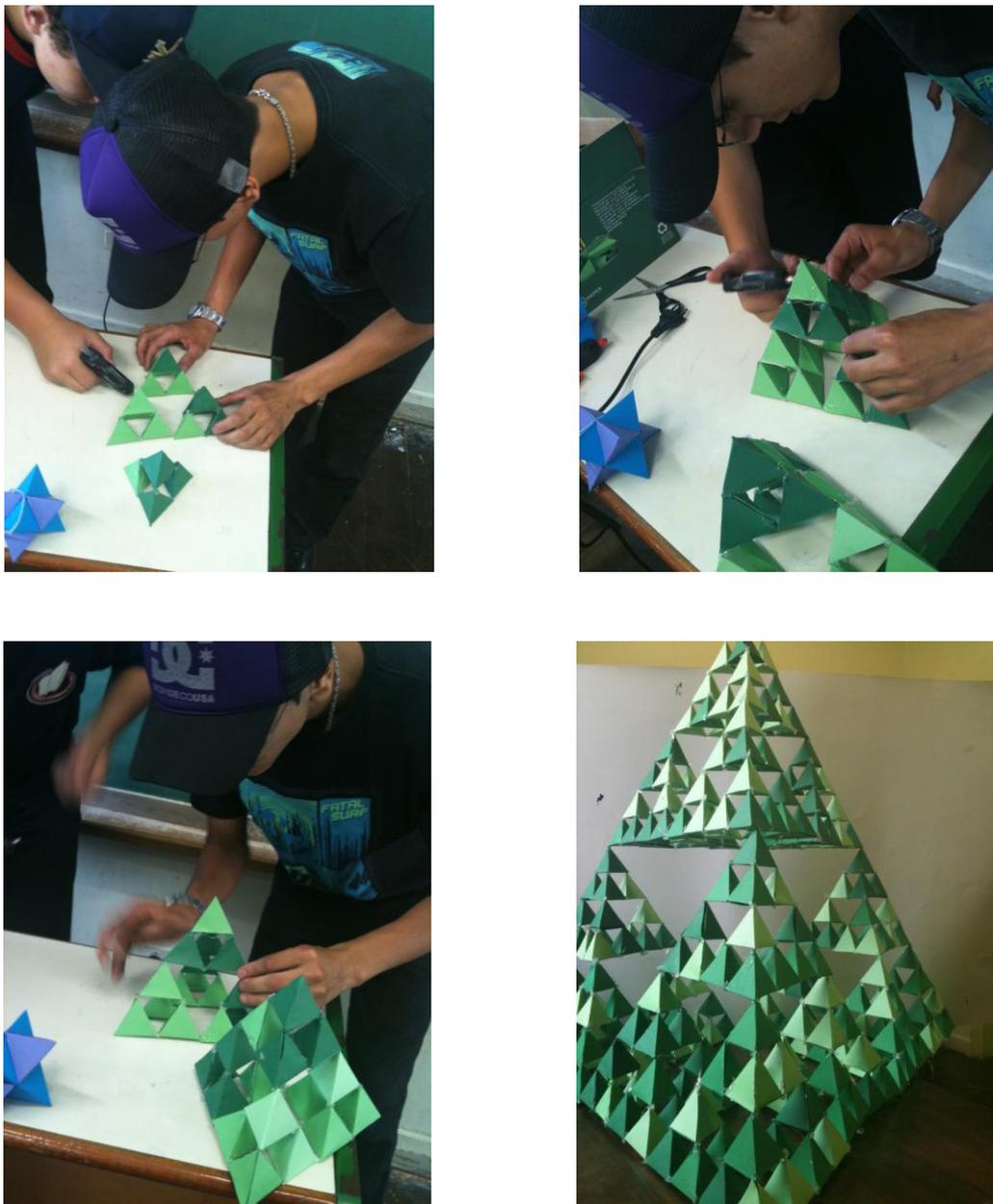


Figura 4 – Montagem do Tetraedro de Sierpinski

Fonte: Autores, 2013

À medida que eles foram montando e colando, a regularidade das formas chamou a atenção de todos, e assim a definição de fractal se tornou muito mais clara com um exemplo palpável.

Continuando com a ideia de Árvore de Sierpinski de Natal, resolvemos construir também Estrelas de Natal, transferindo a estrela de Davi do R2 para o R3. Utilizando um tetraedro maior e 4 tetraedros cujo a medida da aresta era metade da medida da aresta do tetraedro maior, assim obtivemos o seguinte poliedro:



Figura 5 – Estrela de Davi em R3
Fonte: Autores, 2013

Além de desenvolver a visão matemática deste trabalho através de geometria, proporções, R2 e R3, o fato do uso de cola, tesoura e régua, aumenta as habilidades psicomotoras dos alunos, visto que na adolescência, devido à influência da tecnologia, muitos perdem certas habilidades por falta de uso.

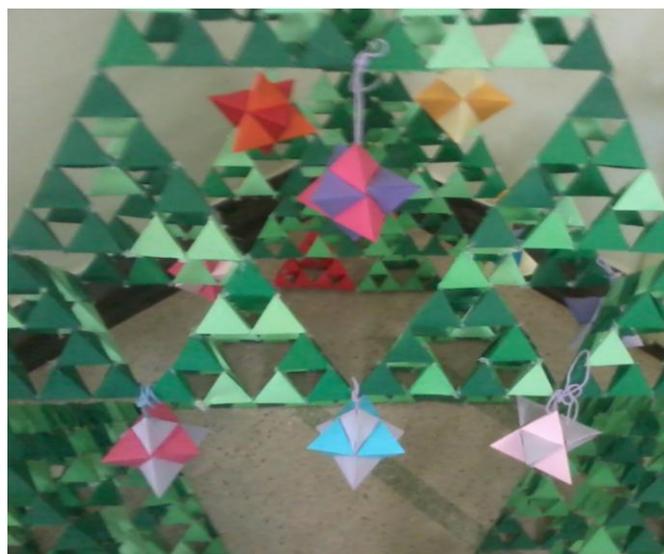


Figura 6 – Árvore e Estrelas de Natal
Fonte: Autores, 2013

4. Considerações Finais

Consideramos, a partir dessa proposta desenvolvida, que uma maneira satisfatória de se ensinar os conceitos da geometria é através da Geometria Fractal, pois percebemos durante a aplicação o entusiasmo e envolvimento da grande maioria dos alunos.

A abordagem desse assunto permite ao professor, construir uma proposta de trabalho em sala de aula criando um ambiente agradável e prazeroso aos olhos dos estudantes. Além disso, possibilita explorar diversos assuntos da geometria (como polígonos, áreas, volumes, perímetros, entre outros) através de belas imagens.

Diversificar as sequências pedagógicas é interessante, pois atualmente, todas as áreas do conhecimento vêm passando por transformações, inclusive a Matemática. Desta forma, é importante que todos os professores de Matemática, acompanhem os avanços que esta área apresenta, para que o seu educando tenha acesso a essa forma de conhecimento em sala de aula. Desse modo acreditamos que a disciplina de Matemática possa transmitir maior prazer, motivação e interesse.

5. Referências

BENFICA, A.; ALVES, C. Fractais: progressão e série geométrica - uma metodologia de ensino. Revista Modelos. Ano I, Vol. I, agosto, 2011.

DEMO, Pedro. Educar pela pesquisa. Campinas-SP: Autores Associados, 2003.

EITERER, L. F. M. Uma abordagem fractal para localização de bloco de endereços em segmentação de envelopes postais. Dissertação (mestrado). PUC/PR, 2005. Disponível em <http://www.ppgia.pucpr.br/teses/DissertacaoPPGIa-LuizFelipeEiterer-2005.pdf>. Acesso fev. 2013

HERNANDEZ, F. Transgressão e Mudança na Educação: os projetos de trabalho. Trad. Jussara Haubert Rodrigues. Porto Alegre: Artmed, 1998.

NICOLINE, C. A. H. Construindo uma proposta de Geometria Fractal para o ensino fundamental. In: III CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 3., 2005, Canoas. Anais... Canoas: ULBRA, 2005. p. 1-6. CD-ROM.

SIQUEIRA, R. Introdução aos fractais. Disponível em <http://www.insite.com.br/fractarte/artigos.php>. Acesso fev. 2013