O ENSINO DA ÁLGEBRA DE ACORDO COM TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA SEGUNDO RAYMOND DUVAL

CELIA FINCK BRANDT
UEPG
brandt@bighost.com.br
DENISE THEREZINHA RODRIGUES MARQUES WOLSKI
UEPG
denisewolski@homail.com
HELAINE MARIA DE SOUZA PONTES
UEPG
helainepontes@yahoo.com.br
ANA CRISTINA SCHIRLO
SEED
acshirlo@gmail.com
FÁTIMA APARECIDA QUEIROZ DIONIZIO
UEPG
faqdionizio@hotmail.com

Resumo:
Durante o ano letivo de 2012 o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática – GEPAM/UEPG estabeleceu como objetivo estudar a Teoria das Representações Semióticas de Raymond Duval, delimitando como objeto de estudo as contribuições da referida teoria para o ensino e aprendizagem da álgebra. Na presente pesquisa procedemos aplicando um instrumento diagnóstico para alunos de 7º e 8º anos do ensino fundamental. Esse instrumento continha questões relativas às cinco ideias colocadas por Duval (2011) para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Pretendíamos identificar a atribuição de significação às expressões com letras e números e à capacidade de designação de objetos. Consideramos essencial apresentar a trajetória realizada para o desenvolvimento da presente pesquisa que já absorveu um ano das atividades do GEPAM. Acreditamos que levaremos mais um semestre para análise dos dados e obtenção de resultados.

Palavras-chave: Álgebra; representações semióticas; função referencial de designação.

1. Introdução

O GEPAM (Grupo de Estudos e Pesquisas em Aprendizagem Matemática) se propõe, entre outros, ao estudo da Teoria das Representações Semióticas de Raymond Duval. Durante o ano letivo de 2012 estabelecemos o desafio de focar a pesquisa nas contribuições da teoria para o ensino e aprendizagem da álgebra.

Duval (2009) defende que um mesmo objeto pode ser representado por diversos registros, no entanto, alerta para o fato de que não existe compreensão em matemática se não houver a distinção entre o objeto e sua representação.

Percebemos então a necessidade de que haja a mobilização de vários registros de representação presentes na matemática, e que isso não é para o aluno, um fenômeno evidente e nem acontece de forma espontânea devendo ser trabalhado pelo professor. A mobilização de vários registros é fonte, por sua vez, de dificuldades que estão relacionadas ao fenômeno da não congruência entre esses registros.

De acordo com Duval (2009), para que um registro seja convertido em outro, sem dificuldades, ou de forma espontânea, é preciso que haja congruência entre eles. Isso é possível quando são atendidas três condições: correspondência semântica das unidades de significado, univocidade semântica terminal, mesma ordem das unidades de significado nos registros de partida e de chegada.

Para Duval (2009), a passagem de um registro de representação para outro, ou a mobilização simultânea de dois registros, é a razão de muitas dúvidas e bloqueios nos alunos, independente do nível de ensino em que se encontram.

Esses subsídios teóricos fundamentaram um estudo realizado pelo GEPAM para enfrentar as dificuldades dos alunos dos anos finais da Educação Básica, ao ter que lidar com a escrita algébrica. O grupo se propôs a investigar: Em que medida a proposta de Raymond Duval para o ensino da álgebra promove a aprendizagem? Existe um caminho específico para o processo de ensino da álgebra? Os objetivos colocados foram: apontar em que medida a proposta de Duval (2011) para o ensino da álgebra promove a aprendizagem; apontar um caminho para o processo de ensino da álgebra;

Até o momento, o trabalho se desenvolveu de acordo com as seguintes etapas: estudo da teoria dos Registros de Representações Semióticas segundo Raymond Duval; preparação e aplicação de instrumento de coleta de dados para servir como avaliação diagnóstica; levantamento e categorização das dificuldades recorrentes enfrentadas pelos alunos e reveladas no instrumento inicial de coleta de dados; análises preliminares.

O presente artigo trará os subsídios teóricos, seguidos dos procedimentos metodológicos de produção e análise de dados e, finalmente as considerações feitas a partir das análises preliminares.

2. Subsídios teóricos

É importante que seja definido neste primeiro momento a diferença entre signo e representações semiótica. Uma exemplificação simples e resumida apresentada por Duval (2011), sobre esta diferenciação consiste em entender que:

> [...] as representações semióticas são as frases em linguagem natural, as equações, e não as palavras, os algarismos e as letras. São as figuras, os esquemas, os gráficos e não os pontos, raramente visíveis, ou os traços. Muitas vezes associamos os signos a essas unidades elementares de sentido, que são apenas caracteres para codificar: letras, siglas, algarismos, às vezes palavras-chave, ou os gestos da mão. O que equivale considerar os signos como as <<coisas>> pelas quais é preciso começar para dar um sentido. (DUVAL, 2011, p. 38).

Para que possamos prosseguir é necessário levantar e responder alguns questionamentos de ordem epistemológica e cognitiva: O que é o conhecimento matemático? O que ele pode ter de diferente dos outros tipos de conhecimento? Temos um acesso direto e imediato aos objetos matemáticos? Nesse sentido, o conhecimento deve considerar: a natureza dos objetos e a forma como são apresentados e como podemos ter acesso a eles por nós mesmos; os processos cognitivos mobilizados em qualquer ação do pensamento matemático.

Outras questões também importantes devem ser levantadas: quais são os sistemas, estruturas ou capacidades do sujeito necessárias ou mobilizadas para ter acesso aos objetos, diretamente ou por uma sequência de processos conscientes ou não conscientes? Qual a natureza da relação cognitiva entre esses processos e os objetos?

Essa abordagem cognitiva foi levada em consideração no presente estudo com vistas à superação das dificuldades para o ensino e a aprendizagem da álgebra. Esse ponto de vista é diferente do ponto de vista *matemático* sobre o ensino da álgebra. Segundo Duval (2011) os dois são incompatíveis e serão esclarecidos nas considerações sobre o ensino da álgebra, apresentadas a seguir.

As maiores dificuldades apresentadas para a introdução e utilização das letras no ensino da álgebra, são resolução de equações e resolução de problemas.

Segundo Duval (2011) o ensino, de acordo com o ponto de vista matemático, está organizado da seguinte maneira: i) definição dos conhecimentos globais a serem adquiridos ao final de um ciclo de ensino e dos objetivos finais do ensino da álgebra (estes conhecimentos são estabelecidos pelos matemáticos, pelos didáticos, pelos professores da educação e pelas políticas ministeriais); ii) definição da decomposição a ser feita com os elementos de base que dirão que tarefas e problemas propor, visando um desses elementos de base; iii) definição da progressão organizada (sobre um ano, um ciclo) para adquirir um desses elementos de base, considerado o mais importante dos três. Essa progressão vai decidir a progressão que deverá será feita em um ano, dois anos,... e ela cabe aos professores e aos psicólogos que deverão pensar como fazer e o que fazer para atingir esses objetivos.

No entanto, Duval (2011) entende que o caminho é inverso: é preciso primeiro levar os alunos a conhecerem as letras, colocá-las em equação e depois começar a trabalhar com as ideias de igualdade e desigualdade. O autor defende que essa ordem é mais complicada, e ao apontar o porquê dessa complexidade, faz um alerta:

> Colocar em equação é um grande problema. Se não conseguirmos colocar em equação todo o resto será construído sobre areia. Colocar em equação serve para a realidade. O problema é que, nem os matemáticos e nem os didáticos compreendem o porquê da dificuldade de ir do domínio matemático para a realidade e vice versa. Para colocar em equação, estes profissionais, há dois séculos procedem da mesma forma e admitem as dificuldades dos alunos para aprender. (p.)

Os próprios matemáticos afirmam que colocar em equação envolve muitas dificuldades. Eles dizem que o aluno deve reconhecer a incógnita do problema, aceitar designá-la por uma letra e operar sobre ela como ele faz com um número e, também, saber traduzir os dados mais correntemente verbais em uma cadeia de operações escritas com letras e números.

2.1 O ponto de vista cognitivo sobre a decomposição dos objetivos para a aquisição da álgebra: 5 idéias

Duval (2011) defende outro ponto de vista, o cognitivo, que definirá a decomposição dos objetivos para a aquisição dos conceitos algébricos. Esse ponto de vista compreende cinco ideias que devem ser levadas em consideração. Para que se inicie a discussão sobre essas ideias, é necessário nos determos antes nas funções discursivas que implicam as operações discursivas.

Mas quais são as funções discursivas que determinam as operações discursivas e o quê representam?

A função referencial implica na operação de designação de objetos. Esta operação é a que designa "[...] sobre o que, ou a propósito do que, vamos enunciar qualquer coisa. As unidades de sentido correspondentes à designação dos objetos não são as palavras, mas as expressões que combinam pelo menos duas palavras." (DUVAL, 2011, p. 78)

A função apofântica implica na operação de constituição de um enunciado completo, que consiste na operação que define uma frase. Pode representar uma afirmação, negação, interrogação, ordem, etc. (DUVAL, 2011).

A função de expansão discursiva implica na operação de articulação de enunciados completos em uma unidade coerente, ou seja, " [...] são aquelas que organizam uma sequência de frases em unidade com um mesmo propósito e que lhe dão uma coerência." (DUVAL, 2011, p. 79)

A função de reflexividade discursiva implica na operação de transformação potencialmente recorrente de um enunciado completo, que permite a interpretação a partir do vínculo que se estabelece entre o ato intencional e a produção de um enunciado. "Isto quer dizer que uma língua deve permitir explicitar no enunciado mesmo a maneira como o locutor emprega a língua para dizer o que quer dizer." (DUVAL, 2004, p. 121, trad. pelos autores).

Definidas as funções discursivas e suas respectivas operações discursivas, discutiremos a seguir, as ideias que devem ser consideradas para o ensino da álgebra, de acordo com Duval (2011).

1ª IDÉIA

Não são as letras que são importantes, mas as operações discursivas de designação dos objetos feita por meio da língua natural ou formal. Em relação às práticas espontâneas de designação dos objetos, a álgebra exige que utilizemos de imediato outro tipo de designação. Os objetos que precisaremos designar são as quantidades, os números, as grandezas ou listas abertas de números que podem ter uma relação entre si.

Exemplo: Sejam as listas

1
2
3
4
.
.

2
3
4
5
.
.

Os números da segunda lista (à direita) guardam uma relação com os números da primeira lista (da esquerda). Cada valor da segunda lista é igual ao valor da primeira lista mais uma unidade. Esse padrão se repetirá indefinidamente e pode ser designado de uma forma geral: cada número da segunda lista pode ser obtido a partir de um "m" da primeira lista mais uma unidade "n = m + 1". As listas abertas permitem colocar em equação a lei de regularidade.

Colocar em equação, segundo o autor, vai necessitar que haja um problema para ser equacionado e exigir que o aluno seja capaz de distinguir 5 operações de designação.

Eis o exemplo que Duval (2011) apresenta: Um jornal e seu suplemento custam 1,10. O jornal custa 1,00 a mais que seu suplemento. Quanto custa o jornal? Nesse caso as designações necessárias seriam:

Quadro 1 - Designações necessárias a resolução do problema

	Designação verbal	**Dados numéricos**	**Redesignação verbal**
	Custo do jornal Custo do suplemento Custo dos dois	? ? 1,10	a b a + b
Designação indireta: descritiva ou funcional	O jornal custa .... mais que o suplemento	(... + 1) Uma designação numérica relativa ao preço de um jornal	(b + 1)
Dupla designação de um mesmo objeto	Objeto: o custo dos dois, isto é, o custo do jornal e seu complemento custam 1,10	1,10 Designação direta Designação numérica relativa ao preço do jornal e seu suplemento	(a + b) (b+1 + b)

Fonte: Duval (2011)

2ª IDÉIA

Segundo Duval (2011) para compreender o funcionamento de colocar em equação não devemos propor a resolução de problemas, mas a fabricação de problemas.

Para o autor a análise cognitiva da fabricação dos problemas se faz praticando dois tipos de variação: a primeira, diz respeito à descrição completa de uma operação (aqui matemática) a escrever; a segunda, se faz suprimindo os dados. Há muitas maneiras de suprimir os dados para que os dados restantes permitam encontrá-los (descrição mínima).

Exemplo: dois mais três é igual a cinco. Temos cinco dados: 2, +, 3, =, 5. Podemos suprimir +, = (uma primeira variação) e fabricar um problema com os números 2, 3 e 5. Exemplo de problema a ser fabricado: dois multiplicado por três é maior que cinco (2.3 > 5). Mas podemos fazer outra variação, por exemplo, suprimindo o 2 e ficando com os números 3 e 5, com a relação de igualdade e com a operação de adição. Nesse caso existem diversas possibilidades para compor enunciados concretos. Por exemplo: Tenho 5 balas e ganho 3, com quantas fico? (5 +

3 = ...); ou Tenho algumas flores e ganhei de presente 3 da minha amiga. No final fiquei com 5. Quantas flores tenho? (...+ 3 = 5); ou Tinha 3 balas e ganhei ficando com 5. Quantas balas ganhei? (3 + ... = 5)

Para o exemplo do problema do jornal as variações poderiam ser: Um jornal e seu suplemento custam 1,10. O jornal custa 1,00 a mais que seu suplemento. Quanto custa o jornal? Existem 3 maneiras de suprimir os dados ou questões possíveis: 1,05 e ... = 1,10 ou .... e 0,5 = 1,10 ou 1,05 e 0,5 = ...

Para cada questão podemos ter várias situações concretas. A forma de propor a questão aos alunos é proceder da seguinte forma: se eu suprimir um dos dados, como posso encontrar o outro? Quantas supressões diferentes eu posso fazer? Nesse caso são três maneiras possíveis.

Para a segunda variação podemos fabricar o problema: Um jornal e seu suplemento custam juntos 1,10. O suplemento custa 0,5. Quanto custa o jornal? Para a terceira variação poderemos fabricar o problema: Um jornal custa 1,05 e seu suplemento custa 0,5. Quanto custa junto, o jornal e seu suplemento?

Pode ser feita uma dupla supressão. .... + ... = 1,10

Duas situações equivalentes são possíveis: A supressão exige uma designação funcional que é a descrição de uma operação a fazer.

A primeira designação é relativa à: o jornal custa 1,00 a mais que seu suplemento. E essa supressão introduz outro dado que não está presente na designação funcional na qual foram suprimidos dois dados. Essa dupla supressão obriga a uma designação funcional intermediária: 1,05 – 0,05 = cujo resultado que é 1,00 não está em .... + ... = 1,10

O jornal custa 1,05 a mais que seu suplemento que custa 0,5. Quanto custa o jornal?

Se quisermos conduzir os alunos à aprendizagem da álgebra e às formas de pensar algebricamente, essa não é uma forma adequada de proceder, pois o problema foi desmontado.

3ª IDÉIA

Para Duval (2011) a resolução do problema exige somente recurso a uma representação auxiliar condicional. Os enunciados dos problemas apresentados têm que possibilitar aos alunos reconhecer as operações pertinentes. E qual é a maneira de possibilitar esses reconhecimentos: não é uma questão gramatical, sintática, ou de vocabulário.

Exemplo: Os bois e as galinhas de uma fazenda somam 3 cabeças (ou 37) e 8 (ou 118) patas. Quantos bois e quantas galinhas existem na fazenda?

Nesse problema existem duas informações de dimensão semânticas diferentes que se cruzam.

A informação não está no número de cabeças, ou no número de patas, ou no número de galinhas ou no número de bois. A informação está no cruzamento dessas informações. Os enunciados na língua brasileira são lidos linearmente e isso impede esse cruzamento.

4ª IDÉIA

Segundo Duval (2011) para resolver problemas reais não são as equações que são úteis, mas sim as fórmulas. Numa fórmula as letras codificam o termo genérico dando lugar a medidas.

5ª IDÉIA

O autor coloca que para a resolução de equações *não são as letras* que contam, mas *a ocorrência das letras*. A diferença entre objeto e signo não é importante se o ensino se voltar para o terreno algébrico e para os cálculos algébricos que trabalham com a ocorrência das letras e também para a significação das letras. Duval (2011) sugere que as coisas (ocorrência e significação das letras) não sejam feitas sucessivamente e sim em paralelo.

A introdução das letras deve ser dissociada de toda atividade de resolução de problemas. Ela deve ser associada logo de entrada à designação funcional, isto é, para dizer algo sobre um padrão de regularidade, por exemplo. Por que dissociar? Porque nos problemas as letras são introduzidas como incógnitas e isso faz criar uma associação durável entre uma letra e um número. O estatuto de letra co-variável, como por exemplo, na identificação de padrões de regularidade, termina e 90% dos alunos entendem que o estatuto da letra é variável.

A introdução das letras deve obedecer às seguintes condições: função de condensação, que uma letra está no lugar de uma lista aberta e função de designação funcional que exige não somente uma lista aberta, mas duas. Se isso não for feito os alunos ficarão em tentativas numéricas.

Como exemplo podemos apresentar o problema: encontrar dois números sucessivos cuja soma é 143, escrever em equação e resolvê-la. Primeiro os alunos trabalham com a calculadora e podem pegar dois números que não são sucessivos e cuja soma está longe de ser 143 (25 e 26, ou 64 e 65, ou 37 e 38...). Procedendo dessa maneira encontram os números 71 e 72. Esse procedimento não deve ser incentivado. Devemos levar os alunos a utilizar a forma x + x + 1 = 143. Isso mostra que o problema não está na letra, mas na designação funcional. Nesse caso o professor deve apresentar primeiro duas listas, abertas, de números sucessivos:

1	2
2	3
3	4
.	.
.	.

Em seguida o professore deve solicitar que os alunos encontrem um padrão de regularidade que permita associar os valores das duas listas. Nesse caso se um número x qualquer for da primeira lista, na segunda ele será do tipo x + 1. Esses números são sucessivos e então o problema poderá ser resolvido, isto é, somando x com x + 1 e igualando a 143.

O professor deve levar os alunos a trabalharem conjuntamente sobre a comparação das duas listas em paralelo. Trata-se de uma atividade de observação. Os alunos começam a escrever as duas listas e em determinado momento eles tomam consciência que estão escrevendo a mesma coisa, pois eles estão diante de um problema de designação. Quando eles pensam de que forma podem parar, encontram-se diante de um problema de condensação. Eles trocam o registro de partida pelo registro de chegada. É necessário variar o registro de entrada para haver a atividade de redesignação. Essa proposta é anterior ao ensino das equações e é paralela à fabricação de problemas e ao uso de fórmulas. Só por últimos o professor deve devemos levar os alunos a adquirir os mecanismos de aplicação matemáticas à situações reais e criarem os problemas.

3. Instrumento para produção de dados

Na presente pesquisa procedemos aplicando um instrumento diagnóstico para alunos de 7º e 8º anos (antigas 5ª e 6ª séries) do ensino fundamental. Esse instrumento continha questões relativas às cinco idéias colocadas por Duval (2011). Pretendíamos identificar a atribuição de significação para expressões com letras e números e a capacidade de designação de objetos.

Retomaremos brevemente cada uma das cinco idéias colocadas por Duval (2011) para justificar e tornar claro a seleção de cada uma das questões colocadas para os alunos: 1ª ideia - operações discursivas de designação dos objetos feita por meio da língua natural ou formal; 2ª ideia - fabricação de problemas; 3ª ideia - resolução do problema com recurso a uma representação auxiliar condicional; 4ª ideia – resolução de problemas reais com fórmulas; 5ª ideia - ocorrência das letras.

Seguindo este raciocínio consideramos que as atividades apresentadas no Quadro 2 estão relacionadas à primeira ideia proposta por Duval (2011). Para resolver essas atividades os alunos precisarão realizar uma operação discursiva de designação, que pode ser por meio da língua natural ou formal:

Quadro 2 - Atividades relacionadas a 1ª ideia de Duval (2011): operações discursivas de designação dos objetos feita por meio da língua natural ou formal

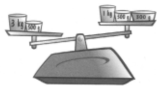
1. Leia este problema, que aparece muitas vezes em livros de passatempo:

"Um esquilo encontrou 50 nozes num período de 5 dias. Em cada dia, o esquilo encontrou 3 nozes a mais do que no dia anterior. Quantas nozes ele encontrou em cada dia?"

Antes de tentar resolvê-lo, discuta com seu professor e colegas sobre essa questão:O esquilo encontrou a mesma quantidade de nozes todos os dias? Se a quantidade de nozes encontradas no primeiro dia fosse igual a 7, quantas nozes ele teria encontrado no segundo dia? E no terceiro dia?Como saber se 7 é um bom palpite para a quantidade de nozes encontradas no primeiro dia?

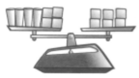
Agora pense em uma estratégia para resolver o problema. Depois de resolvê-lo, mostrem para a classe como vocês pensaram.

2. A balança a seguir está desequilibrada:



Quantos gramas é necessário colocar em um dos pratos, para que a balança fique equilibrada? Em qual dos pratos?

3. A balança a seguir só ficou equilibrada quando foi colocado o sexto peso no prato direito. Sabendo que cada peso tem massa igual a 40 gramas, faça o que se pede:

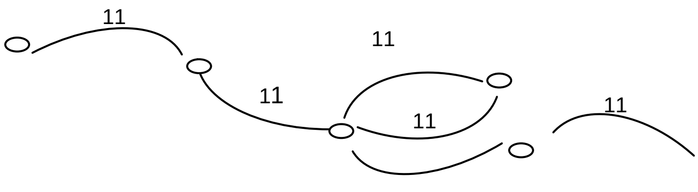


O que acontecerá se colocarmos um peso de mesma massa somente no prato direito da balança? Justifique.
Qual é a massa de cada copo?

4. A balança a seguir está em equilíbrio e cada lata tem massa de 100 gramas.

Faça o que se pede:
Escreva uma sentença matemática que represente o equilíbrio da balança.
O que acontecerá quando reduzirmos à metade o conteúdo de cada prato da balança? Justifique sua resposta.
O que acontecerá se acrescentarmos, em ambos os pratos, o dobro do conteúdo contido em cada prato?
Qual é a massa de cada caixinha?

5. Uma nave espacial viaja por etapas, cada uma com a mesma extensão:



Se a extensão de cada etapa é de 11 anos-luz, o que se poderia dizer sobre a distância percorrida em y etapas?

6. Complete as sequências:
A 1 1 A 1 1 A 1 1 A 1 1 …
vermelho, amarelo, verde, vermelho, amarelo, verde, ..
5, 10, 15, 20, 25, …

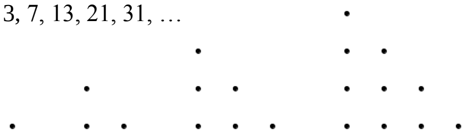
7) Escreva uma sentença matemática que represente cada sequência, isto é, que permita obter qualquer número da sequência.

a) 1, 4, 7, 10, 13, 16, …
b) 1, 4, 9, 16, 25, 36, ...
c) 1, 3, 5, 7, 9, 11, …

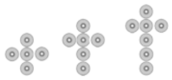
d) 1, 3, 6, 10, 15, 21, ...

e) 1, 3, 7, 13, 21, 31, …

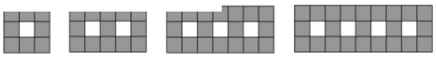
f)



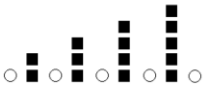
g)



h)

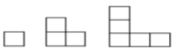


i)



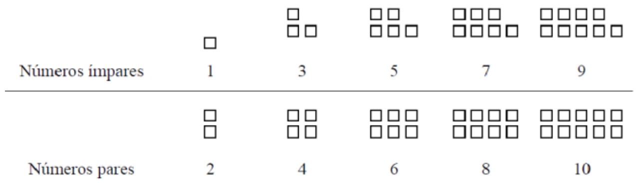
j)

k)



Ordem	1	2	3	4	…
Número total de quadrados	1	3	5	7	…

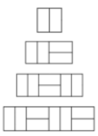
l)



m)

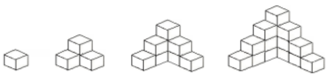
Ordem	1	2	3	4	…
Número total de segmentos	4	5	6	7	…

n)



Número de blocos (ordem)	1	2	3	4	…
Número total de rectângulos	2	4	6	8	…

o)



Ordem	1	2	3	4	…
Número total de cubos	1	4	9	16	…

p)Encontre 5 regularidades e descreva-as

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

As atividades descritas no Quadro 3 referem-se a 2ª ideia, pois é o momento em que os alunos deverão elaborar um problema, considerando que se pretende que o aluno compreenda o funcionamento da equação.

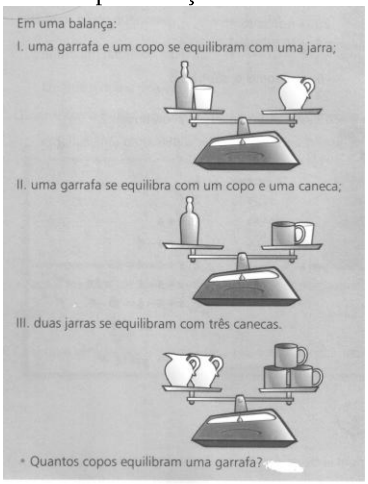
Quadro 3- Atividades relacionadas a 2 ª ideia de Duval (2011): fabricação de problemas

7. Crie um problema para a sentença $2x - 10 = 30$

Fonte: as autoras.

A próxima atividade descrita no Quadro 4 exige o cruzamento de duas informações de dimensões semânticas diferentes, que estão relacionadas à 3ª ideia de Duval (2011).

Quadro 4 - Atividades relacionadas a 3 ª ideia de Duval (2011): resolução do problema com recurso a uma representação auxiliar condicional;



Fonte: as autoras.

A atividade a seguir descrita no Quadro 5 refere-se à 4ª ideia de Duval (2011), em que considera-se que as fórmulas é que são úteis para resolver problemas e não as equações.

Quadro 5 - Atividades relacionadas a 4 ª ideia de Duval (2011): resolução de problemas reais com fórmulas;

A área do retângulo pode ser representada por essa fórmula:
A = **c** . 1

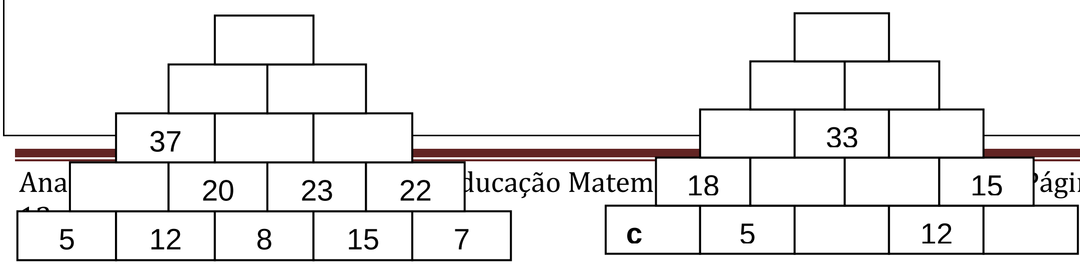
Qual é o significado de cada letra na fórmula da área do retângulo: A = c.1?
Como seria uma fórmula matemática para representar a área do quadrado?

Fonte: as autoras.

As atividades a seguir descritas no Quadro 6 correspondem à 5ª ideia de Duval (2011), onde o que se considera na resolução das equações não são as letras, mas sim a ocorrência dessas letras;

Quadro 6 - Atividades relacionadas a 5 ª ideia de Duval (2011): ocorrência das letras.

A regra das duas pirâmides é a mesma. Descubra-a e encontre os números que estão faltando.



Dica: Na segunda pirâmide, decomponha o 33 e vá tentando!Quadro 6 - Atividades relacionadas a 5 ª ideia de Duval (2011): ocorrência das letras.

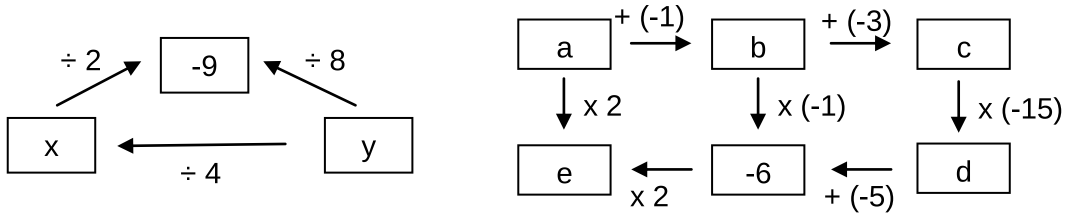
Num estacionamento há 27 veículos, entre carros e motos, o que dá um total de 80 rodas

Quantos carros e quantas motos há no estacionamento? Para facilitar, você pode preencher uma tabela como esta:

Quantidade de carros	Quantidade de motos	Total de veículos	Quantidade de rodas
7	20	27	68
10	17	27	
3			
	5		

Encontre uma ou mais sentenças matemáticas que representem o problema.
Substitua os valores encontrados na tabela nas sentenças que você elaborou e confira sua solução.

Indique nas flechas as operações e os números adequados para tornar os esquemas verdadeiros



Fonte: as autoras.

3.1 Caracterização dos sujeitos

O pré-teste foi aplicado em duas situações diferentes: na primeira delas participaram 3 turmas de 8º ano da escola A (nível em que os alunos já tem alguma familiaridade com a linguagem matemática formal), localizada num bairro de periferia da cidade de Araucária (Pr). O mesmo foi aplicado em quatro horas/aula. No total, participaram 76 alunos (38 meninos e 38 meninas), na faixa etária de 11 a 15 anos; na segunda, participou uma turma de 7º ano de uma escola pública de Arapoti (Pr) também num total de 4 horas aula. Participaram 38 alunos (20 meninas e 18 meninos)

Os sujeitos foram identificados de acordo com o código composto pelos seguintes itens: *Aplicador, turma, série, sujeito.* Assim o código G8A1 se refere as respostas do aluno 1 ao teste diagnóstico aplicado pelo professor G para a turma A do 8 ano .

3.2 Organização dos dados

Como cada questão tratava de ideias diferentes entre si, os dados estão sendo organizados em modelos de tabelas diferentes. O Quadro 7 foi elaborado para organizar os dados empíricos relativos às respostas dos sujeitos à questão 10. Em cada célula do quadro será colocada a resposta do sujeito. As análises serão realizadas tendo por subsídios teóricos as ideias de Duval (2011) relativas à aprendizagem da álgebra.

Quadro 7 dados empíricos relativos às respostas apresentadas para a questão 10

Alunos	Questão 10					
	Completou a sequência				Escreveu a sentença	
	numérica		geométrica		certo	Errado
	certo	errado	certo	errado		
H7B1						
H7B2						
H7B3						
H7B4						
H7B5						

Fonte: as autoras.

4. Resultados parciais da pesquisa

As análises dos dados estão em andamento. Consideramos essencial apresentar a trajetória realizada para o desenvolvimento da presente pesquisa que já absorveu um ano das atividades do GEPAM. Acreditamos que levaremos mais um semestre para análise dos dados e obtenção de resultados.

O que podemos adiantar é a importância, para o conhecimento, de considerar a natureza dos objetos e a forma como são apresentados e como podemos ter acesso a eles por nós mesmos. Nesse caso específico, se queremos a aprendizagem da álgebra e os processos cognitivos que devem ser mobilizados, devemos entender de que forma o processo de ensino deve ser organizado.

A pesquisa, até o momento, possibilitou compreender que existem sistemas, estruturas ou capacidades para serem mobilizadas de modo a permitir ter acesso aos objetos, diretamente ou por uma sequência de processos conscientes ou não conscientes. Esses sistemas e estruturas foram necessários para a elaboração das atividades que foram organizadas de modo a diagnosticar as capacidades essenciais para permitir o aprendizado da álgebra. Essas estruturas ou sistemas voltaram-se para o desenvolvimento da capacidade de elaborar problemas, designar objetos a partir de sentenças abertas e de padrões de regularidades a serem generalizados, atribuir significação às letras utilizadas em fórmulas, trabalhar com informações cruzadas em tabelas de dupla entrada.

A pesquisa, por meio dos estudos teóricos, possibilitou compreender que existe uma relação cognitiva entre processos e os objetos algébricos cuja natureza é específica desse campo de conhecimento.

Pela primeira vez pudemos refletir a respeito de outro caminho, inverso ao tradicional (do ponto de vista matemático) que significou entender a capacidade dos alunos conhecerem letras (em fórmulas, ou para designação de objetos) presentes em estruturas necessárias para compreender, posteriormente, igualdades e desigualdades. Esse diagnóstico foi importante, pois para Duval (2011) o primeiro passo a ser contemplado no ensino da álgebra é verificar a capacidade de colocar em equação. Se essa capacidade não for desenvolvida o processo de ensino não estará assentado em bases sólidas capazes de garantir o aprendizado da álgebra. O caminho inverso de ensinar, isto é, que letras podem representar números, não adquire significado para os alunos. No entanto quando elas são utilizadas para designação de padrões de regularidades observáveis sua utilização é natural e espontânea, sem manifestação do fenômeno de congruência semântica. As dificuldades dos alunos em transitar do domínio da matemática para a realidade e vice-versa pode ser enfrentada.

A pesquisa encontra-se em fase de organização dos dados para análises. O próximo passo será a organização de atividades para o momento de intervenções didáticas necessárias para a atribuição de significação aos objetos algébricos. Com esses procedimentos estaremos em condições de propor um novo caminho para o processo de ensino da álgebra.

No momento podemos responder à pergunta “Existe um caminho específico para o processo de ensino da álgebra?” concordando que esse caminho não só é específico para a aprendizagem da álgebra como é oposto ao ponto de vista dos matemáticos com o qual convivemos até então. Com as análises poderemos responder em que medida a proposta de Duval (2011) para o ensino da álgebra promove a aprendizagem da álgebra.

5. REFERÊNCIAS

DUVAL, R.. **Semiosis y pensamiento humano: Registros Semióticos y aprendizajes Intelectuais.** Colombia: Universidade Del Valle, 2004.

______. **Semiósis e Pensamento Humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. Trad. L. F. Levy e M. R. A. da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

______. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2010.

______. **Ver e ensinar a matemática de outra forma:** entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas. Organização Tânia M. M. Campos. Tradução Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.