

A PASSAGEM DA MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA PARA O ENSINO SUPERIOR: CONCEPÇÃO INICIAL DE FUNÇÃO POR ALUNOS DE CÁLCULO

Raquel Taís Breunig

Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul – UNIJUÍ - GEEM
raqueltaisb@yahoo.com.br

Cátia Maria Nehring

Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul – UNIJUÍ - GEEM
catia@unijui.edu.br

Resumo:

O ensino e aprendizagem de Cálculo nos cursos de Engenharia têm instigado muitos pesquisadores, principalmente, devido às evasões e reprovações, considerando que esta disciplina é base para as disciplinas específicas. Diante disto, é proposto neste trabalho um recorte da pesquisa “Coordenação de *Registros de Representação: conceitos algébricos em cursos de Engenharia*”, considerando a concepção inicial do conceito de função pelos alunos de Cálculo. Foi proposto um protocolo aos alunos ingressantes, para identificação da concepção inicial de função, considerando o conceito e suas diferentes representações. A partir da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003) foi feita uma análise e discussão acerca dos dados obtidos no protocolo. Percebe-se que os alunos, em parte, “sabem” o que é uma função, no entanto, têm dificuldades de identificar as diferentes representações de um mesmo objeto matemático. Este fato instiga o desenvolvimento da pesquisa considerando, especificamente, o processo de ensino dos conceitos de Cálculo por parte do professor universitário.

Palavras-chave: Ensino Superior; Engenharia; Educação Matemática; Cálculo.

1. Introdução

Este trabalho foi desenvolvido a partir de um recorte do Projeto de Pesquisa “*Coordenação de Registros de Representação: conceitos algébricos em cursos de Engenharia*”. A pesquisa busca identificar os Registros de Representação Semiótica - RRS propostos por um professor e quais as coordenações e tratamentos articulados pelos alunos dos cursos de Engenharia, seus limites e possibilidades à elaboração conceitual, na disciplina Cálculo I. Para responder esta pergunta, inicialmente foi feita uma pesquisa bibliográfica, considerando as pesquisas que tem como foco o Ensino e Aprendizagem de Matemática no Ensino Superior - ES, especificamente nos cursos de Engenharia. Durante este processo também foram filmadas as aulas de Cálculo I e realizado o Estágio de

Docência em uma segunda turma desta disciplina, para que houvesse uma maior apropriação dos conceitos ensinados nesta disciplina e uma maior relação entre pesquisadora e os sujeitos da pesquisa.

No decorrer da pesquisa e do estágio docente foi possível identificar que as dificuldades em ensinar e compreender os conceitos matemáticos, sequencialmente, por professores e por alunos do Ensino Superior, têm instigado pesquisadores a evidenciar em suas pesquisas o ensino e aprendizagem de conceitos de Matemática no ES. Essas dificuldades são perceptíveis no desenvolvimento de algumas pesquisas, sendo que estas, evidenciam o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos, especificamente nos cursos de Engenharia e a transição da Educação Básica para o ES.

Dentre estes trabalhos, alguns enfatizam o ensino e aprendizagem do Cálculo, especificamente, nos cursos de Engenharia, e principalmente focado na aprendizagem dos alunos. Considerando esta problemática, pode-se dar ênfase aos relatos de professores, alunos, e vivências a partir de monitorias orientadas¹ e estágio docente, na qual, se destacam dificuldades no ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, evidenciando a dificuldade por parte dos alunos em reconhecer as diferentes representações de um objeto matemático. Evidenciam-se também as dificuldades do professor em definir os RRS e as transformações mais adequadas à aprendizagem significativa por parte dos alunos. Mariani (2006) e Müller et al. (2010), afirmam que os alunos dos cursos de Engenharia iniciam o Cálculo I com muitas dificuldades conceituais procedentes da Educação Básica. As dificuldades que se destacam, estão relacionadas aos conceitos básicos que introduzem o ensino do Cálculo I, com ênfase aos conceitos algébricos. Esse fato, conseqüentemente, implica no aumento de dificuldades nas disciplinas de Matemática no ES.

Neste contexto, pode-se destacar como relevante o referencial teórico dos RRS, proposto por Raymond Duval (2003), que possibilita ao aluno a compreensão dos conceitos matemáticos, e conseqüentemente, a identificação dos diferentes RRS de um objeto matemático. Duval (2003), afirma que, para que ocorra a compreensão dos conceitos matemáticos, é necessária a coordenação de pelo menos dois RRS, ou seja, o aluno precisa transitar entre os registros naturalmente. Flemming (2004) destaca a importância da utilização de referenciais teóricos que subsidiem o processo de ensino do

¹ As monitorias orientadas foram realizadas pela autora do texto, no decorrer do curso de Licenciatura em Matemática e Mestrado em Educação nas Ciências, nas disciplinas de Cálculo I e Cálculo II, pertencentes ao núcleo comum dos cursos de Engenharia da UNIJUÍ.

professor, de maneira que possibilitem ao aluno a compreensão significativa dos conceitos matemáticos, com destaque aos RRS.

Diante destas considerações, busca-se neste trabalho, analisar e identificar as concepções dos alunos em relação ao conceito de Função, considerando os Registros de Representação Algébricos - RRA. Para isto, foi proposto um protocolo a alunos dos cursos de Engenharia de uma Universidade Comunitária do interior do Rio Grande do Sul, nas aulas de uma turma de Cálculo I, no qual foi realizado o estágio de docência. Esta disciplina pertence ao núcleo comum das Engenharias, ou seja, as aulas são frequentadas por alunos dos cursos de Engenharia Civil, Elétrica e Mecânica. Esta análise será subsidiada pela Teoria dos RRS considerando as respostas dos alunos no protocolo. Além disto, será inicialmente feita uma discussão e análise de pesquisas que tenham como foco o Ensino e Aprendizagem de Matemática no ES, com o intuito de compreendermos o Estado da Arte, bem como, identificar as perspectivas existentes acerca deste campo de pesquisa.

2. Ensino e Aprendizagem de Cálculo no Ensino Superior

Ao se colocar no processo de pesquisa, é fundamental identificar pesquisas que possam contribuir para o desenvolvimento do Estado da Arte. O que de fato já foi pesquisado e quais os resultados obtidos e o que ainda precisa ser explorado. A partir disto, será proposto neste momento, a discussão e análise de algumas pesquisas e trabalhos que evidenciam o Ensino e Aprendizagem de Matemática no ES.

Cury (2004b) destaca a importância do professor, avaliar e refletir acerca dos erros cometidos pelos alunos nas disciplinas de Matemática. Destaca que a maioria dos erros se concentra nos conceitos elementares, considerando a transição do aluno, da Educação Básica para o ES, conceitos estes, considerados, muitas vezes, como pré-requisitos em disciplinas do ES. Destaca ainda, que os alunos apresentam dificuldades que perpassam todos os tipos de Representações Semióticas dos objetos matemáticos.

Especificamente, “No Brasil, o ensino de matemática para não-matemáticos, especialmente para as engenharias, tornou-se problema...” (CABRAL e BALDINO, 2004, p. 139), pois estes possuem dificuldades de aprendizagem conceitual. De uma forma epistemológica, filosófica e pedagógica, os autores refletem acerca do ensinar e aprender conceitos de Matemática. Afirmam que a apresentação do objeto matemático precisa estar fundamentada em uma diretriz didática, centrada no aluno e não na Matemática, sugerindo,

especificamente, a transposição didática. É importante que o aluno compreenda a importância dos conceitos matemáticos na sua formação profissional e, que o professor, faça essa relação entre o objeto matemático e o objeto matemático-profissional.

A unificação do Cálculo, em uma universidade, em diferentes cursos superiores, e o desenvolvimento de um programa de Pró-Cálculo, foram discutidos por Doering, Nácúl e Doering (2004). O programa foi desenvolvido devido ao índice de dificuldade enfrentado pelos alunos na transição do Ensino Médio para o ES, refletido, principalmente, nas aulas de Cálculo. Essas mudanças demonstram a importância do professor repensar suas estratégias didáticas, a fim de, refletir e desenvolver o ensino.

Flemming (2004a e 2004b) traz a discussão do ensino de Cálculo nas Engenharias considerando a criação de um software que contribui para o ensino e a aprendizagem conceitual. A autora destaca, ainda no primeiro trabalho, a importância do professor refletir acerca do ensino e da aprendizagem, tendo como base os RRS. No segundo trabalho, relata uma experiência realizada em um Curso de Engenharia Elétrica no contexto da disciplina de Matemática Aplicada à Engenharia. Os alunos foram considerados agentes e pesquisadores. A pesquisa enfatizada teve como objetivos solidificar as estratégias didáticas da disciplina e propiciar aos alunos um processo de pesquisa científica. A partir destas intervenções, percebe-se a necessidade de adequações didáticas relacionadas com o uso das diferentes linguagens, dimensionamento do tempo e efetivação de processos interdisciplinares. Além disso, a importância das Representações Semióticas ao se ensinar os conceitos matemáticos nas Engenharias.

Menestrina e Moraes (2011) discutem a organização da disciplina Matemática Básica, tendo como foco a identificação dos conhecimentos prévios dos alunos, oferecida aos iniciantes dos cursos de Engenharia. Estes conhecimentos são fundamentais para que o aluno tenha uma aprendizagem significativa no decorrer do curso. O objetivo deste projeto foi preparar o aluno, melhorar, ampliar o seu conhecimento, para que sua aprendizagem, de fato, seja significativa. No decorrer da disciplina foram abordados conteúdos tais como, conjuntos numéricos, aritmética básica, potenciação e radiciação, logaritmos, expressões algébricas, trigonometria, funções e inequações. Os pesquisadores perceberam um melhora no desenvolvimento conceitual dos alunos, desencadeando aprendizagens significativas.

A partir de um projeto de pesquisa intitulado “Ciências Exatas na Escola Básica”, Rehfeldt, Nicolini, Quartieri e Giongo (2012) buscam identificar os conhecimentos matemáticos prévios de alunos da disciplina Cálculo I, nos cursos de Engenharia de uma

universidade particular. O trabalho enfatiza os resultados iniciais da pesquisa. A partir da análise de pré-testes, as autoras afirmam que existem alunos que possuem muitos e poucos conhecimentos prévios, e isso demonstra a sensibilidade da Educação Matemática nos cursos de Engenharia. Os conhecimentos prévios mais desenvolvidos pelos alunos são a capacidade de ler e interpretar gráficos, realizar cálculos com frações envolvendo quantidades e de resolver situações-problema envolvendo grandezas inversamente proporcionais (REHFELDT, et al., 2012). A ausência dos conhecimentos prévios, de certa forma, impede a aprendizagem dos alunos em Cálculo I, fazendo com que ela se constitua numa aprendizagem mecânica.

Brignol (2004) tem como objetivo, em sua dissertação, identificar os fatores que influenciam na reprovação de alunos na disciplina Matemática I, pertencente ao núcleo comum dos cursos de Administração, Ciências Contábeis e Ciências Econômicas. Para a realização da pesquisa, a autora realizou um estudo de caso, composto por um questionário aplicado aos alunos, outro aos professores, bem como, uma entrevista com os mesmos. Estes materiais foram aplicados com o intuito de identificar as características e o ponto de vista de cada sujeito. A partir da análise destes instrumentos, e a relação dos dados obtidos, foi identificado, que a reprovação está relacionada a diversos fatores, dentre eles, o ensino de Matemática na Educação Básica, as práticas pedagógicas do professor, dedicação por parte do aluno e o tempo. Os fatos que mais se destacam são, novamente, a aprendizagem do aluno ao ingressar no ES e a prática docente.

Vaz (2010), em sua dissertação, tem como foco, identificar os tratamentos dos conceitos de Limite, Derivada e Integral em cursos de Engenharia, considerando os livros didáticos e o discurso do professor de Cálculo I e de disciplinas específicas da Engenharia. A autora realizou análise documental, entrevistas semi-estruturadas e a observação das aulas de Matemática e das disciplinas específicas que mais utilizam os conceitos matemáticos. Os resultados da pesquisa indicam que os autores de livros apresentam os conceitos de Cálculo com bastante ênfase, utilizando as abordagens numéricas, algébricas e geométricas (gráfica), neste momento a autora enfatiza a Teoria dos RRS como relevante à compreensão conceitual. Os professores também trabalham com os conceitos usando as abordagens dos livros-textos, mas com a tendência à algebrização e o Cálculo operacional. O livro didático é visto pelo professor como um referencial para a organização do plano de aula.

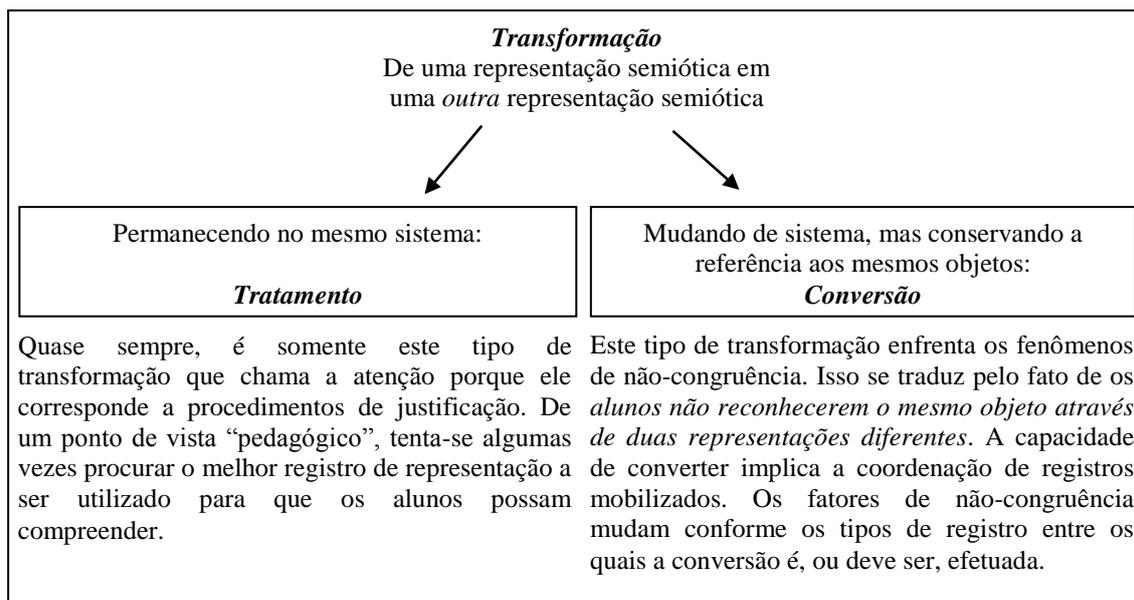
A tese de Mariani (2006) tem como foco a aprendizagem de conceitos matemáticos em Cálculo a partir da Teoria dos RRS. A pesquisa foi realizada com alunos do curso de Matemática, na qual a pesquisadora assume, também, o papel de docente. A pesquisadora busca compreender/identificar como ocorre a transição da Educação Básica para o ES, considerando a coordenação dos RRS, por parte dos alunos, tendo como objeto matemático a função afim. Para a realização da pesquisa, foram propostas atividades que possibilitassem a coordenação dos Registros. A autora identificou que iniciam o ES com várias dificuldades conceituais, principalmente no que tange aos conceitos algébricos. A leitura da pesquisa instiga a questionar acerca do processo de ensino, considerando a Teoria dos RRS.

A partir destas leituras e reflexões é perceptível a importância de ampliar as pesquisas em relação ao ensino de Matemática no ES, e que a Teoria dos RRS tem sido grande aliada. Identifica-se que muitas afirmações indicam com grandes evidências que o ensino de Matemática na Educação Básica tem sido um dos fatores mais indicados quando se remete ao baixo rendimento dos alunos ao ingressar no ES. Estes fatores instigam vários questionamentos, destacando-se, quais os RRA identificados pelos alunos ao ingressar no ES? São capazes de definir, de forma simples, no que consiste uma função e de que formas é possível representá-la? A partir destas indagações, é proposto a seguir uma discussão acerca dos RRA e a análise dos resultados obtidos nos protocolos propostos aos alunos ingressantes no componente curricular Cálculo I dos cursos de Engenharia.

3. Registros de Representação Semiótica

Duval (2003) afirma que os objetos matemáticos não são perceptíveis através de objetos concretos, sendo necessário, para tanto, a utilização de representações semióticas ao se referir aos objetos utilizados em Matemática. É importante considerar as transformações das representações semióticas, ou seja, o Tratamento e a Conversão dos registros. Damm (1999), afirma que os RRS modificam os procedimentos dos alunos nas atividades de Tratamento e Conversão, porém é a Conversão dos RRS que possibilita ao aluno adquirir uma apreensão conceitual dos objetos matemáticos.

Ao se referir às transformações de tratamento e de conversão, dos RRS, pode-se considerar o quadro a seguir, que, de forma clara, as diferencia.



(DUVAL, 2003, p. 15)

Considerando ainda essas transformações, o autor propõe a coordenação de ao menos dois RRS, para assim, proporcionar a compreensão dos objetos matemáticos. Essa afirmação é de grande impacto sobre o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, pois, para a identificação e coordenação dos RRS, é necessária uma apreensão conceitual significativa por parte dos alunos.

A Teoria dos RRS (DUVAL, 2003), associada às dimensões da Álgebra propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática (BRASIL, 1998), possibilitou a identificação dos RRA a seguir definidos: *Registro Aritmético (RA)* – linguagem algébrica usada para expressar ou traduzir padrões numéricos e geométricos; *Registro Funcional (RF)* – expressa relações e variáveis; *Registro de Equações (REq)* – as letras são entendidas como incógnitas; *Registro Estrutural (RE)* – a letra assume dimensão de símbolo abstrato; *Registro Gráfico (RG)* – envolve gráficos no plano cartesiano; *Registro Numérico (RN)* – envolve tabelas e sequências numéricas; *Registro da Língua Materna (RLM)* – as situações são apresentadas na língua natural.

A partir destes diferentes RRA é possível realizar as atividades de Tratamento e Conversão, acima explicitadas. Estas transformações possibilitam ao aluno, uma compreensão conceitual significativa. Diante das considerações feitas até o momento, do estudo teórico e a organização dos RRA, foi possível desenvolver um protocolo, considerando o conceito de função e suas diferentes representações.

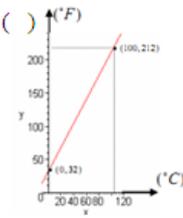
4. Procedimento de Alunos – análise a partir da perspectiva dos Registros de Representação

A partir das pesquisas explicitadas, do estudo teórico e da organização dos RRA, foi organizado um protocolo, considerando o objeto matemático, Função. Este protocolo foi proposto com o intuito de identificar as concepções iniciais de Função e suas diferentes representações por parte dos alunos ingressantes no ES, na disciplina de Cálculo I. Esta marca o primeiro contato dos alunos com a Matemática no Ensino Superior. Responderam ao protocolo um grupo de quarenta e nove alunos, os quais pertenciam à turma na qual foi realizado o estágio de docência, sendo este o número de alunos presentes na segunda aula de Cálculo I, no primeiro semestre do ano de dois mil e doze. O procedimento seguinte à aplicação do protocolo foi fazer sua análise a partir do aporte teórico explicitado, e que segue.

Figura 1: Situações de ensino propostas.

1. Defina, com suas palavras, o que você entende por função, considerando suas características. Dê um exemplo:

2. Observe as situações abaixo e assinale quais representam uma função:

()  () $f(x)=0,5x^2+4x-4,5$ ()

Nº de peças	1	2	3	4	5
Custo (R\$)	1,20	2,40	3,60

() Na aula de Matemática Julia montou 1 quadrado com 4 palitos, 2 quadrados com 7 palitos, 3 quadrados com 10 palitos, e assim sucessivamente.

() $10=2y^3+6$

() Comprei 120 peças para minha loja de informática e obtive o custo total de R\$ 144,00. Concluí que o valor de cada peça é de R\$ 1,20.

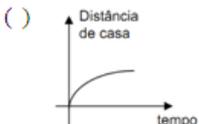
3. Relacione adequadamente cada gráfico à sua situação relatada:

a. Eu tinha acabado de sair de casa, parei e percebi que havia esquecido meus livros. Então voltei para busca-los e, após, saí novamente de casa.

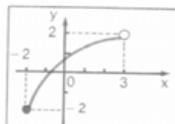
b. Tudo ia bem até que o pneu do meu carro furou, então o troquei e continuei minha viagem.

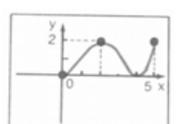
c. Eu iniciei calmamente, mas aumentei a velocidade quando me dei conta de que iria me atrasar.

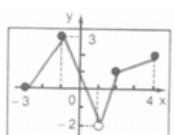
d. Saí rapidamente de casa, mas comeci a andar mais lentamente para poder apreciar as vitrines das lojas.

()  ()  ()  () 

4. Os registros gráficos seguintes representam funções; observando-os, determine o domínio e o conjunto imagem de cada uma das funções:

a) Domínio: _____ Imagem: _____ 

b) Domínio: _____ Imagem: _____ 

c) Domínio: _____ Imagem: _____ 

Fonte: Protocolo, 2011.

A primeira situação de ensino mobiliza o RLM, e tem o intuito de instigar o aluno, de forma simples, definir o que é uma função. Conforme Anton (2000, p. 19), “Se uma variável y depende de uma variável x , de tal forma que cada valor de x determina um valor de y , então dizemos que y é **uma função de x** .” Uma definição mais complexa de função é explicitada por Leithold (1994, p. 32),

“Uma **função** é um conjunto de pares ordenados de números (x,y) , sendo que dados dois pares ordenados distintos, nenhum deles terá o mesmo primeiro número. O conjunto de todos os valores admissíveis de x é chamado de **domínio** da função e o conjunto de todos os valores resultantes de y é chamado a **imagem** da função.”

Logo adiante, Leithold (1994) destaca que x é a variável independente e y a variável dependente. A partir destas duas definições explicitadas, pode-se definir, de forma simples, que uma função é uma relação entre variáveis, dependente e independente.

Entende-se que, o aluno sabendo definir o que é uma função, ele será capaz de identificar as diferentes formas de representar uma função, ou seja, os RRA. Por este fato, foi proposta a situação de ensino dois, que solicita ao aluno apenas que identifique quais dos registros representam uma função. A situação dois é composta, sequencialmente, por um RG, RF, RN que representa o RF $y=1,20x$, RLM que representa o RF $y=3x+1$, REq e novamente um RLM que pode ser também representado pelo REq $120x=144 \rightarrow x=1,20$. Os registros que representam o objeto matemático função são, o RG, o RF, o RN na forma de tabela, e o primeiro RLM, no qual, ao ser interpretado, representa uma função.

A terceira situação de ensino, a partir de diferentes contextualizações, tem o intuito de identificar se o aluno é capaz de realizar a conversão do RLM para o RG, e relacionar a RLM com a representação gráfica. O aluno precisa identificar que o primeiro RG representa o RLM da situação d , o segundo RG representa a situação b , o RLM da situação c é representado pelo terceiro RG e, o quarto RG representa o RLM da situação a . Na situação de ensino quatro o aluno é instigado a realizar o movimento $RG \rightarrow RN$, identificando o Domínio e a Imagem de cada gráfico, neste momento o aluno terá que ter conhecimento das variáveis dependente e independente e sua relação gráfica, bem como, saber realizar o tratamento numérico, no momento de registrar o solicitado. Na letra a o domínio da função é de menos dois até três, com intervalo aberto para três, sendo $[-2, 3[$ o RN e, a imagem, consiste no intervalo de menos dois à dois, com intervalo aberto em dois, sendo representado numericamente por $[-2, 2[$. O intervalo que representa o domínio da letra b é o intervalo fechado de zero até cinco, sendo $[2, 5]$ o RN, o RN que representa a

imagem da função é $[0, 2]$, ou seja, intervalo fechado de zero à dois. A função c tem como domínio o intervalo $[-3, 1[$ e $]1, 4]$, ou seja, de intervalo aberto para menos três até intervalo aberto um, e, do intervalo aberto um ao quatro, com intervalo fechado, sua imagem tem como RN o intervalo $] -2, 3]$, ou seja, aberto para menos dois até o ponto fechado três. A partir destas possibilidades propostas no protocolo, foi feita a análise dos registros realizados pelos quarenta e nove alunos.

Ao realizar a análise das respostas dos alunos na primeira situação de ensino, foi identificado que, trinta e nove alunos definiram que função é a relação entre variáveis. Seis alunos definiram função incorretamente ou de forma incoerente com a definição dada por Anton (2000) e Leithold (1994). Pode-se destacar a resposta do Aluno 9, que definiu função como “[...] *um parâmetro entre dois pontos.*” O Aluno 22 definiu que função “[...] *são variáveis de valores indefinidos, caracterizadas por valores positivos e negativos; abscissas e ordenadas [...].*” Quatro alunos não responderam à situação proposta. Destes quatro alunos, todos tiveram dificuldades de identificar as representações de função na situação dois, no entanto, não apresentaram dificuldades ao realizar a conversão do RLM para o RG na situação de ensino três. Estes alunos também tiveram dificuldades na situação quatro, identificando incorretamente ou não identificando o domínio e a imagem nos RG.

Dentre os seis alunos que definiram função incorretamente, cinco assinalaram o RG como sendo representação da função. Apenas dois alunos reconheceram o RF como uma representação da função. O RN foi reconhecido como uma representação por cinco alunos. O primeiro RLM, representando a função $y=3x+1$, foi reconhecido como função por quatro alunos. O REq foi assinalado por um aluno, ou seja, o este identificou como sendo uma representação de função, o último RLM, foi indicado corretamente, que não é representação de uma função por três alunos. Na situação de ensino três, apenas um aluno realizou incorretamente a conversão dos RLM para o RG de forma incorreta.

Foi possível identificar, na situação de ensino dois, que apenas dois alunos indicaram, incorretamente, que o RG não representa uma função. Quatorze alunos responderam de forma incorreta que o RF não é função, ao contrário do RN, o qual foi respondido corretamente, que era função, por trinta e quatro alunos. O RLM já se torna mais difícil de os alunos afirmarem que era a representação ou não de uma função, pois vinte e quatro alunos indicaram que este registro não representa uma função. Para que o aluno identifique que é uma função ele precisa compreender a situação proposta,

interpretar. No REq os alunos compreendem o papel da letra no registro, o de incógnita, não de variável, pois apenas quatro alunos indicaram que este registro seria uma função. O segundo RLM foi marcado incorretamente como função por vinte alunos. Vale ressaltar que grande parte destes alunos marcou incorretamente o primeiro RLM, indicando novamente, dificuldades no que tange à interpretação de situações problema.

Na situação de ensino três, dos trinta e nove alunos, vinte e quatro realizaram corretamente a conversão do RLM para RG correspondente. Dois alunos erraram todas as relações e, dois alunos não responderam. Isto evidencia que possuem dificuldades em realizar a conversão do RLM para o RG, bem como para os demais registros. Oito alunos relacionaram incorretamente dois gráficos, e outros três alunos três gráficos, evidenciando também a dificuldade de realizar a conversão a partir do RLM, devido a compreensão e interpretação de situações problema.

Foi perceptível na situação de ensino quatro, a dificuldade em relação aos símbolos matemáticos, principalmente relacionado aos pontos aberto e fechado. No item *a*, vinte e um alunos representaram corretamente o domínio e a imagem das funções, alguns na forma de intervalo, $[-2, 3[$, por exemplo, ou na forma $\{x \in R / -2 \leq x < 3\}$. Apenas um aluno registrou corretamente o domínio e incorretamente a imagem, indicando-a como sendo todos os Reais. Dezesete alunos responderam incorretamente o domínio e a imagem, indicando estes como sendo todos os Reais, na forma de ponto, alguns também registram o domínio e a imagem sendo o intervalo do menos dois ao infinito ou do três ao infinito negativo. O domínio e a imagem do item *b* não foi respondido por dois alunos, e incorretamente por seis alunos, dentre os erros se destacam novamente, o domínio e a imagem sendo todos os Reais e registrado na forma de ponto. Três alunos realizaram o RN do domínio incorretamente, e a imagem corretamente, outros três na forma inversa, o RN do domínio estava correto e a imagem incorreta. Os erros observados são semelhantes aos relacionados anteriormente. Vinte e cinco alunos realizaram o RN do domínio e da imagem corretamente. Por fim, no item *c* foram observados os mesmos erros dos itens anteriores em relação ao RN, porém, pelo RG apresentar uma curva mais “complexa”, o número de erros foi maior, principalmente em relação à representação do domínio, por se tratar da união de dois intervalos. Vinte e cinco alunos não sabiam realizar o RN do domínio, no entanto responderam corretamente a imagem da função. Apenas um aluno não respondeu ao item, e onze alunos realizaram o RN do domínio e da imagem incorretamente, da mesma forma relatada anteriormente. Apenas dois alunos realizaram o RN corretamente.

A partir da análise dos protocolos sob a ótica dos RRS (DUVAL, 2003), percebe-se que de fato, a conversão entre os RRS é um tratamento que exige mais do aluno, no entanto, este procedimento, proporciona ao aluno uma compreensão conceitual mais significativa. Anton (2000, p. 20) afirma que “Algumas vezes é desejável converter uma representação de uma função em outra.” Implicando na necessidade de compreensão do conceito. É possível afirmar com Brignol (2004, p. 82) que “Quando chega aos bancos universitários, o aluno não está devidamente preparado, no que tange aos conhecimentos pregressos específicos.” Apesar das condições consideráveis dos alunos ao ingressar no Ensino Superior, na disciplina Cálculo I, identifica-se que o aluno que compreende o que é o objeto matemático função, tem maior facilidade de transitar entre suas diferentes representações, reafirmando as contribuições significativas do referencial teórico dos RRS na prática docente.

5. Resultados Parciais da Pesquisa

Este trabalho foi organizado com o intuito de identificar as concepções iniciais dos alunos ingressantes nas Engenharias, na disciplina Cálculo I, em relação ao objeto matemático Função. As análises e reflexões foram realizadas a partir do estágio de docência, considerando a Pesquisa “*Coordenação de Registros de Representação: conceitos algébricos em cursos de Engenharia*”. Como principal referencial teórico, foi utilizada a Teoria dos RRS de Raymond Duval (2003).

A partir da leitura e reflexão de artigos, tese e dissertações, foi possível perceber a importância das pesquisas com enfoque à aprendizagem e ao ensino de Matemática no ES, principalmente nos cursos de Engenharia, que tem a Matemática como principal subsídio. A partir das leituras e análise dos dados obtidos neste trabalho, foi explícito que existe grande fragilidade nos alunos no que tange à apropriação de conceitos matemáticos. Este fato implica na dificuldade dos alunos identificarem os diferentes RRA de uma Função.

Estas dificuldades refletem no desempenho do aluno no decorrer da disciplina Cálculo I, e também nas disciplinas específicas das Engenharias, que em grande parte, utilizam a Matemática. É importante que o professor identifique as fragilidades dos alunos na transição da Educação Básica para o ES pois “[...] os professores são os únicos ‘recursos’ do processo de ensino que têm a capacidade de compreender as necessidades dos alunos [...]” (CURY e OLIVEIRA, 2004, p. 38). É a partir desta compreensão que o

professor poderá pensar, repensar e refletir sua prática docente no ES, para que ele seja o mediador entre o conhecimento e o aluno, para que este se aproprie dos conceitos matemáticos.

As reflexões realizadas a partir da análise dos protocolos, subsidiada pela Teoria de Duval (2003), possibilita perceber que os alunos têm noção, por mais simples que seja, do que é uma função, possibilitando identificar as diferentes representações. As dificuldades identificadas em reconhecer os diferentes RRA, implicam na percepção de que a mediação do professor é muito importante, no processo de aprendizagem dos conceitos matemáticos no ES. É importante compreender, não somente como o aluno aprende, mas como o professor ensina os conceitos, o que existe por trás deste processo.

Estas reflexões instigam vários questionamentos, e tornam relevante a pesquisa em andamento. É importante que o professor tenha conhecimento das sensibilidades e dificuldades dos alunos em relação aos conceitos matemáticos. Além disto, é necessário pensar na forma em que o professor ensina, se este processo possibilita aos alunos ingressantes a apropriação dos conceitos, e de que forma ocorre a intervenção docente, quais os RRS mobilizados neste processo.

6. Referências

ANTON, H. **Cálculo, um novo horizonte**. 6 edição. Porto Alegre: Bookman, 2000.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação. Brasília: MEC, SEF, 1998. (Anos Finais do Ensino Fundamental)

BRIGNOL, M. B. S. **Reprovação em Matemática I: fatores que interferem**. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Católica de Brasília, Brasília, DF: UCB, 2004.

CABRAL, T. C. B.; BALDINO, R. R. O Ensino de Matemática em um Curso de Engenharia de Sistemas Digitais. In: CURY, Helena Noronha (Org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas**. Porto Alegre, RS: EDIPUCRS, 2004, p. 139-186.

CURY, H. N. (Org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas**. Porto Alegre, RS: EDIPUCRS, 2004a.

CURY, H. N. “Professora, eu só Errei um sinal!”: como a análise de erros pode esclarecer problemas de aprendizagem. In: CURY, Helena Noronha (Org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas**. Porto Alegre, RS: EDIPUCRS, 2004b, p. 111-138.

CURY, H. N.; OLIVEIRA, A. M. P. Da Saliva e Pó de Giz ao Software de Computação Algébrica: a difícil adaptação dos professores de matemática às exigências da sociedade informatizada. In: CURY, Helena Noronha (Org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas**. Porto Alegre, RS: EDIPUCRS, 2004, p. 17-40.

DAMM, R. F. Registros de Representação. In: MACHADO, Sílvia Dias de Alcântara (Org.). **Educação Matemática: uma introdução**. São Paulo, SP: EDUC, 1999, p. 135-153.

DOERING, C. I.; NÁCUL, L. B. C.; DOERING, L. R. O Programa Pró-Cálculo da UFRGS. In: CURY, Helena Noronha (Org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas**. Porto Alegre, RS: EDIPUCRS, 2004, p. 201-224.

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Sílvia Dias de Alcântara (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas, SP: Papirus, 2003, p. 11-33.

FLEMMING, D. M. O Ensino de Cálculo nas Engenharias: relato de uma caminhada. In: CURY, Helena Noronha. (Org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas**. Porto Alegre, RS: EDIPUCRS, 2004a, p. 271-292.

FLEMMING, D. M. A Pesquisa no Ensino da Matemática nos Cursos de Engenharia. In: COBENGE – Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, 2004, Brasília. Anais COBENGE – **CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA**. Brasília: 2004b.

LEITHOLD, L. **O Cálculo com Geometria Analítica – volume 1**. 3 edição. São Paulo: HARBRA, 1994.

MARIANI, R. C. P. **Transição da Educação Básica para o Ensino Superior: a coordenação de registros de representação e os conhecimentos mobilizados pelos alunos no curso de cálculo**. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo: PUC/SP, 2006.

MENESTRINA, T. C.; MORAES, A. F. Alternativas para uma Aprendizagem Significativa em Engenharia: curso de Matemática Básica. **Revista de Ensino de Engenharia**, Passo Fundo, v. 30, n. 1, jan./jun. 2011. Disponível em: <<http://www.upf.br/seer/index.php/ree/article/view/854/1589>>. Acesso em: 12 ago.2012.

MÜLLER, T. J. et al. Análise de Erros como uma Alternativa para Promover a Aprendizagem de Cálculo. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5. 2010, Canoas. **Anais...** Porto Alegre, RS: ULBRA, 2010.

REHFELDT, M. J. H. et al. Investigando os Conhecimentos Prévios dos Alunos de Cálculo do Centro Universitário UNIVATES. **Revista de Ensino de Engenharia**, Passo Fundo, v. 31, n. 1, jan./jun. 2012. Disponível em: <<http://www.upf.br/seer/index.php/ree/article/view/1081/1615>>. Acesso em: 12 ago.2012.

VAZ, I. C. Os Conceitos de Limite, Derivada e Integral em Livros Didáticos de Cálculo e na Perspectiva de Professores de Matemática e de Disciplinas Específicas em Cursos de Engenharia. Dissertação (Mestrado em Educação Tecnológica), Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG: CEFET/MG, 2010.