

REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA EM UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA DESENVOLVIDA NO 1.º ANO DO ENSINO MÉDIO

Gislaine Ferreira Gomes
SESC - Apucarana
gis.fg@ibest.com.br

Karina Alessandra Pessoa da Silva
UTFPR – Cornélio Procópio
karinapessoa@gmail.com

Resumo

Neste trabalho apresentamos um estudo dos diferentes registros de representação semiótica que emergem em uma atividade de Modelagem Matemática. O estudo está baseado na Modelagem Matemática como alternativa pedagógica e na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Para tanto apresentamos resultados de um trabalho com um grupo de alunas do Ensino Médio, no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática tendo como tema “planos telefônicos de fixo para fixo”. O objeto matemático abordado na atividade de Modelagem Matemática proposta corresponde à função definida por duas sentenças. No desenvolvimento desta atividade foi possível inferirmos que as alunas compreenderam o objeto matemático em estudo, pois coordenaram os diferentes registros de representação semiótica.

Palavras Chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Registros de Representação Semiótica; Função Definida por Duas Sentenças.

1. Introdução

A Modelagem Matemática é uma das diversas alternativas pedagógicas existentes para serem trabalhadas em sala de aula, podendo contribuir no entendimento dos alunos referente aos conteúdos ensinados, pois possibilita uma maior participação no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Em uma atividade de Modelagem Matemática partimos de uma situação real, escolhemos o problema a ser investigado e assim procuramos resolver este problema utilizando os conhecimentos matemáticos que os alunos possuem. Durante a realização da atividade, é possível o uso de diferentes registros de representação. O estudo dos registros de representação, bem como as atividades cognitivas geradas para o desenvolvimento de

uma atividade matemática nos remete à Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

Para Duval (2003), o acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas. As representações semióticas são externas e conscientes da pessoa. Elas realizam uma função de tratamento intencional, fundamental para a aprendizagem humana. As representações semióticas desempenham o papel de comunicar, exteriorizar as representações mentais, a fim de torná-las acessíveis às outras pessoas, bem como possibilitar o acesso e a comunicação do objeto matemático.

No entanto, de modo geral, um registro de representação semiótica pode não ser suficiente para abordar diferentes características e propriedades de um objeto matemático. Dessa forma, se faz necessário o uso de diferentes registros para um mesmo objeto matemático. Nessa perspectiva, consideramos a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica adequada a esse fim. A modelagem possibilita a oportunidade de, a partir de um tema escolhido, desenvolver um trabalho de investigação e possibilita o uso de diferentes registros de representação.

Com o objetivo de investigar que atividades cognitivas são mais evidenciadas em uma atividade de Modelagem cuja temática versa sobre diferentes planos de uma empresa de telecomunicações de telefones fixos desenvolvida por alunos do 1º ano do Ensino Médio, é que realizamos esse trabalho.

2. Modelagem Matemática na Educação Matemática

A Matemática é uma disciplina muito importante e que está presente em muitas situações do cotidiano, embora muitas vezes é vista pelos alunos como algo difícil de ser entendido, abstrato, sem importância, e adotar a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica pode possibilitar aos alunos essa compreensão da importância da Matemática, pois como segundo Vertuan (2010, p.3)

No âmbito da Educação Matemática a Modelagem Matemática surge como uma alternativa pedagógica para o ensino e a aprendizagem da Matemática que possibilita a construção de conhecimentos pelos alunos, via a reflexão de situações do cotidiano do interesse dos alunos e visa a análise dos conceitos matemáticos e das representações utilizadas para a reflexão desta situação.

Trabalhar Modelagem Matemática com os alunos cria meios que possibilitam a estes a aprendizagem e pode auxiliar o processo de construção de um sujeito com atitudes próprias, visto que os alunos precisam questionar, buscar dados, solucionar os problemas

propostos. Estas atitudes, que são importantes em uma atividade de modelagem, tornam o aluno capaz de argumentar e discutir questões de diferentes contextos.

A Modelagem Matemática tem vários propósitos e entre eles podemos destacar o desenvolvimento das potencialidades dos alunos na solução de problemas com que se deparam no dia a dia. Porém, essa é uma tarefa que não é possível resolver apenas com a repetição de exercícios e a resolução de problemas pré-estabelecidos pelo professor, mas é necessário pesquisar, investigar, conjecturar novos caminhos para a solução do problema e confrontá-los com informações reais (SANTOS E BISOGNIN, 2010).

Na Modelagem Matemática partimos de um fato real e criamos por meio da coleta, análise e organização dos dados coletados, uma expressão em linguagem matemática para representar a realidade, culminando na obtenção de um modelo matemático. O modelo matemático compreende as diversas representações matemáticas utilizadas, como tabelas, gráficos, esquemas, diagramas, mapas, equações. Essas representações são construídas para externalizar o objeto matemático em estudo.

Ao nos referirmos às representações dos objetos matemáticos nos remetemos à teoria dos Registros de Representação Semiótica.

3. Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Segundo Duval (2003), as representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento. A escrita em língua natural, a escrita algébrica e os gráficos cartesianos são exemplos de representações semióticas. Essas representações podem ser convertidas em representações “equivalentes” em outro sistema semiótico, mas podem tomar significações diferentes para a pessoa que as utiliza.

Ao estudarmos um objeto matemático, estamos estudando a sua representação e não o objeto matemático em si, pois de acordo com Damm (1999, p.135) “em Matemática, toda comunicação se estabelece com base em representações”.

Para que um sistema semiótico seja considerado um registro de representação semiótica, este precisa permitir três atividades cognitivas que são: a formação de uma representação identificável, o tratamento de um registro de representação e a conversão de um registro de representação para outro (DUVAL, 2003).

A formação de uma representação identificável ocorre quando a partir de um registro de representação é possível saber qual o objeto matemático que está sendo representado.

O tratamento ocorre quando passamos de uma representação à outra, mas permanecemos dentro de um mesmo sistema de registros, justificando e explicando o objeto em estudo.

A conversão ocorre quando conservando o mesmo objeto matemático, passamos de um determinado registro de representação a outro, ou seja, na conversão ocorre a transformação externa. Para Duval (2003, p.16) “as conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação a sua representação gráfica”.

Segundo Duval (2003) existe uma grande variedade de representações semióticas utilizadas em Matemática, sendo que a originalidade da atividade de Matemática está na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação. Duval (2003, p.15) afirma que “a compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas”, ou seja, compreender que esses registros correspondem ao mesmo objeto matemático.

Tendo em vista que em atividades de modelagem diferentes representações para o objeto matemático se fazem presentes, tratamos neste artigo da análise de uma atividade de modelagem sob a luz da teoria proposta por Duval.

4. A atividade

A atividade foi desenvolvida com quatro alunas do primeiro ano do Ensino Médio de um colégio particular da cidade de Araongas, no estado do Paraná, tendo por objetivo analisar os registros utilizados no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem, que teve como tema “Planos telefônicos de telefone fixo para fixo”. Para nos referirmos às alunas utilizamos as letras U, T, N e B e a professora, pela letra P.

Para o desenvolvimento da atividade, as alunas receberam da professora informações referentes a planos telefônicos de telefone fixo para fixo coletadas no *site* de uma empresa de telefonia (Figura 1).

Em julho de 2011 uma cliente de uma empresa de telecomunicações verificou no site as propostas de planos telefônicos de telefone fixo para fixo, o qual tinha como opção três planos que chamaremos de plano A, B e C como apresentado nas tabelas abaixo.

PLANO A

Descrição	Valor
Assinatura mensal	28,35
Franquia de 250 minutos	19,64
Minutos excedentes no horário comercial	0,139

PLANO B

Descrição	Valor
Assinatura mensal	28,35
Franquia de 500 minutos	46,04
Minutos excedentes no horário comercial	0,121

PLANO C

Descrição	Valor
Assinatura mensal	28,35
Franquia de 1000 minutos	93,11
Minutos excedentes no horário comercial	0,105

Figura 1: Folha de atividade “Planos telefônicos de telefone fixo para fixo”

Ao receberem a atividade, as alunas foram questionadas sobre qual seria o melhor plano entre as três opções, surgindo algumas respostas, assim como algumas perguntas referentes a alguns termos que constavam nas tabelas:

U – Ah! Todos os valores são iguais.

T – Claro que não, só o primeiro valor que é igual, depois vai aumentando o valor de cada minuto.

N – A única coisa que é igual é a assinatura mensal, porque o valor da franquia e o valor dos minutos que excedem de cada plano são diferentes.

U – O que é franquia?

N – A franquia é a quantidade de minutos que você pode usar no mês, que está incluído no valor do telefone, é o limite que eu posso usar.

T – Quer dizer que toda vez que você usar mais de 250 minutos você vai pagar a mais do valor.

B – Então compensa o plano C porque ele tem mais minutos pra usar, daí é

melhor pagar mais minutos então.

N – Mas se a pessoa usar menos minutos vai ter que pagar mais caro do que se optasse pelo plano A por exemplo.

B – É verdade.

Após as discussões as alunas chegaram à conclusão de que não poderiam afirmar qual seria o melhor plano sem saber a quantidade de minutos gastos pela pessoa que deseja adquirir um plano, pois perceberam que o valor pode variar de acordo com a quantidade de minutos gastos por mês.

Ao analisar as tabelas com os respectivos planos, a aluna T disse que “o plano B é o dobro do plano A então o valor é o dobro também, porque se o plano A é de 250 minutos e o preço é 19,64 e o plano B é 500 minutos então o preço será o dobro também”. Em seguida a aluna U discordou, pois com o uso da calculadora encontrou que o dobro do valor deveria ser de R\$ 39,28 e não de R\$ 46,04 como sugeria o plano B, percebendo assim que no plano B o valor da franquia era mais caro do que a franquia do plano A. Neste momento a aluna N fez uma observação dizendo que embora o preço da franquia fosse mais caro, o valor cobrado dos minutos excedentes no plano B era mais barato do que no plano A.

Após as discussões a professora voltou a questionar as alunas de qual seria o melhor plano, obtendo as seguintes repostas:

B – Depende do tanto que a pessoa fala no telefone.

T – Se ela falar pouco compensa o plano A, se falar muito compensa o plano C.

A aluna B foi questionada pela professora sobre o que seria esse “tanto” que a pessoa fala no telefone.

B - É o tempo que ela fica falando no telefone, se ela ficar muitos minutos compensa o plano C.

P – Então podemos chamar os minutos que excedem de t ?

Neste momento podemos observar que ocorre a conversão, pois como afirma Duval (2003), as conversões são transformações de representações que mudam de um determinado registro para outro conservando o mesmo objeto. Neste caso ocorre a conversão da língua natural para a linguagem algébrica, pois as alunas passam a representar os minutos pela representação algébrica t . Após realizada a conversão, as alunas continuaram a discutir sobre a relação entre o tempo e o valor a ser pago.

T – Isso mesmo porque se o tempo que ela falar no telefone for maior do que 250 ela irá pagar a mais do valor.

U – E se ela falar menos de 250 minutos, ela pagará a menos?

N – Não, se ela falar menos de 250 minutos ela pagará o mesmo valor do que se usasse os 250 minutos, ela só paga se passar do limite da franquia.

B – Então se ela falar 260 minutos é melhor usar o plano B, porque ela pode falar mais tempo.

Neste momento a professora sugeriu às alunas que fizessem os cálculos para encontrar o valor que pagariam pelos 260 minutos caso optassem pelo plano A.

U – É fácil, é só pegar e multiplicar 260 por 0,139 que encontra o valor pra pagar.

T – Não é assim, porque ela tem 250 da franquia que pode usar, então só vai passar 10 minutos a mais.

B – Então a gente tem que multiplicar 10 por 0,139 e depois somar.

N- Isso mesmo, multiplicamos 10 por 0,139 e depois somamos a 47,99 que é o valor fixo dos 250 minutos.

Após as discussões as alunas fizeram o registro algébrico, sendo que todas realizaram da mesma maneira como apresentado na Figura 2.

Neste momento ocorre a conversão entre os registros, uma vez que as alunas discutiram usando a língua natural e em seguida realizam a representação algébrica. Analisando o registro algébrico feito pelas alunas, podemos observar que não encontraram dificuldade em realizar a conversão entre os registros, pois as alunas representaram o registro algébrico da mesma forma como mostrado na Figura 2.

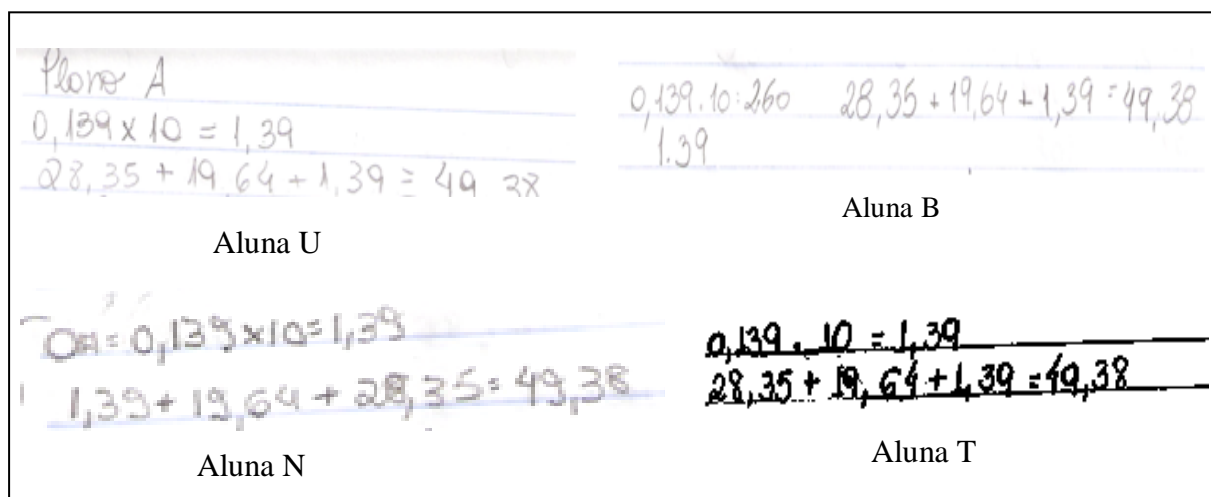


Figura 2: Registro algébrico do valor pago por 260 minutos

Analisando o registro algébrico realizado pelas alunas na Figura 2, podemos verificar que ocorre o tratamento no registro algébrico, pois como afirma Duval (2003, p. 16) “os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro”, e neste caso as alunas realizam a transformação dos valores, ou seja, permaneceram no mesmo registro para chegar a resposta do problema.

Após a realização dos cálculos no registro algébrico, a aluna U disse que compensaria o plano B pois iria pagar 46,04 no plano B e 49,38 no plano A, logo a aluna N interveio.

N – Claro que não, porque no plano B vai pagar 74,39.

U – Verdade, eu esqueci de somar a assinatura mensal, então ainda compensa o plano A.

Por meio dos cálculos realizados com a questão, as alunas compreenderam que o preço a ser pago depende do tempo que a pessoa utiliza na conversa ao telefone, portanto as alunas foram questionadas sobre como determinar o valor a ser pago em relação ao tempo gasto.

De início para responder ao questionamento, as alunas por meio da tabela dos planos, construíram com suas palavras, ou seja, em língua natural o que compreenderam da tabela, procurando assim encontrar uma representação para o valor pago para uma quantidade qualquer que excedesse a franquia dos planos. Neste momento ocorre uma conversão do registro tabular para o registro língua natural (Figura 3).

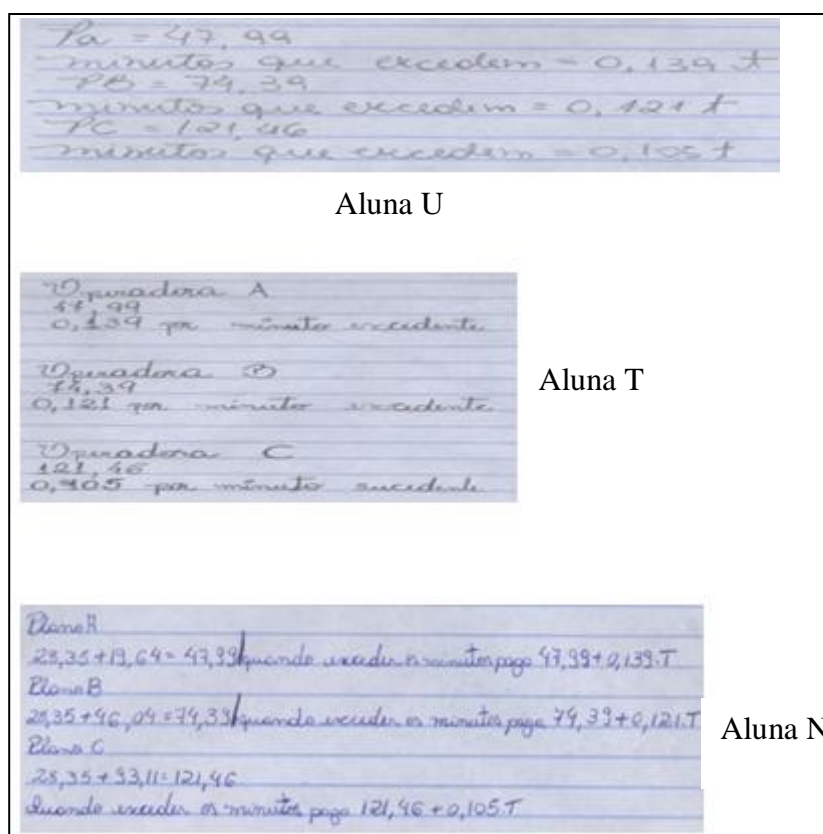


Figura 3: Registros em língua natural da alunas

Em seguida foi solicitado às alunas que fizessem a representação por meio de uma expressão, ou seja, que fizessem a mobilização do registro língua natural para o registro algébrico, pois como afirma Duval (2003) a atividade de conversão não é espontânea e precisa ser estimulada pelo professor, pois do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão. Apenas duas das quatro alunas conseguiram realizar a conversão como apresentado na Figura 4.

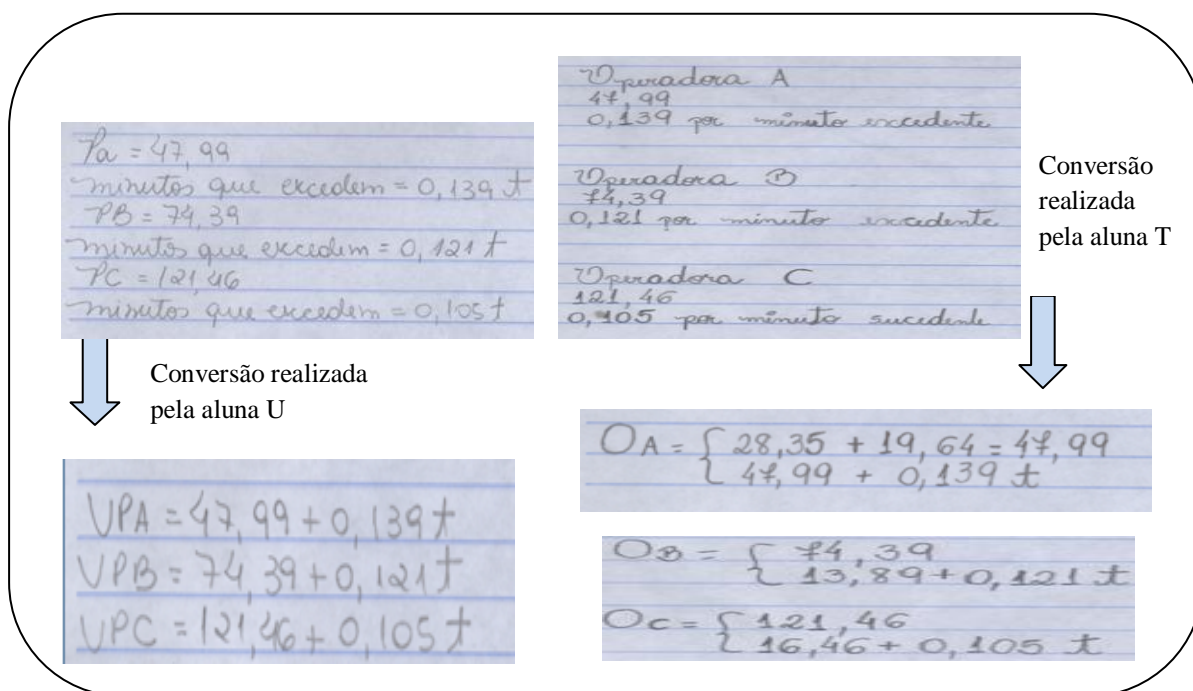


Figura 4: Conversão do registro língua natural para o registro algébrico das alunas

Após a representação do registro algébrico, a aluna T fez a observação de que se tratava de uma função linear, pois o valor está em função do tempo e ainda acrescentou que representa uma função linear crescente, pois o valor sempre vai aumentar quando exceder o limite da franquia. A professora solicitou que as alunas representassem no plano cartesiano os modelos matemáticos obtidos.

Na construção do gráfico houve conversão de registros, pois é necessário construir a tabela com os valores para em seguida solicitar a construção do gráfico, portanto neste momento ocorreu a conversão do registro tabular para o registro gráfico, como apresentado na Figura 5, para tanto utilizaram a planilha eletrônica Excell.

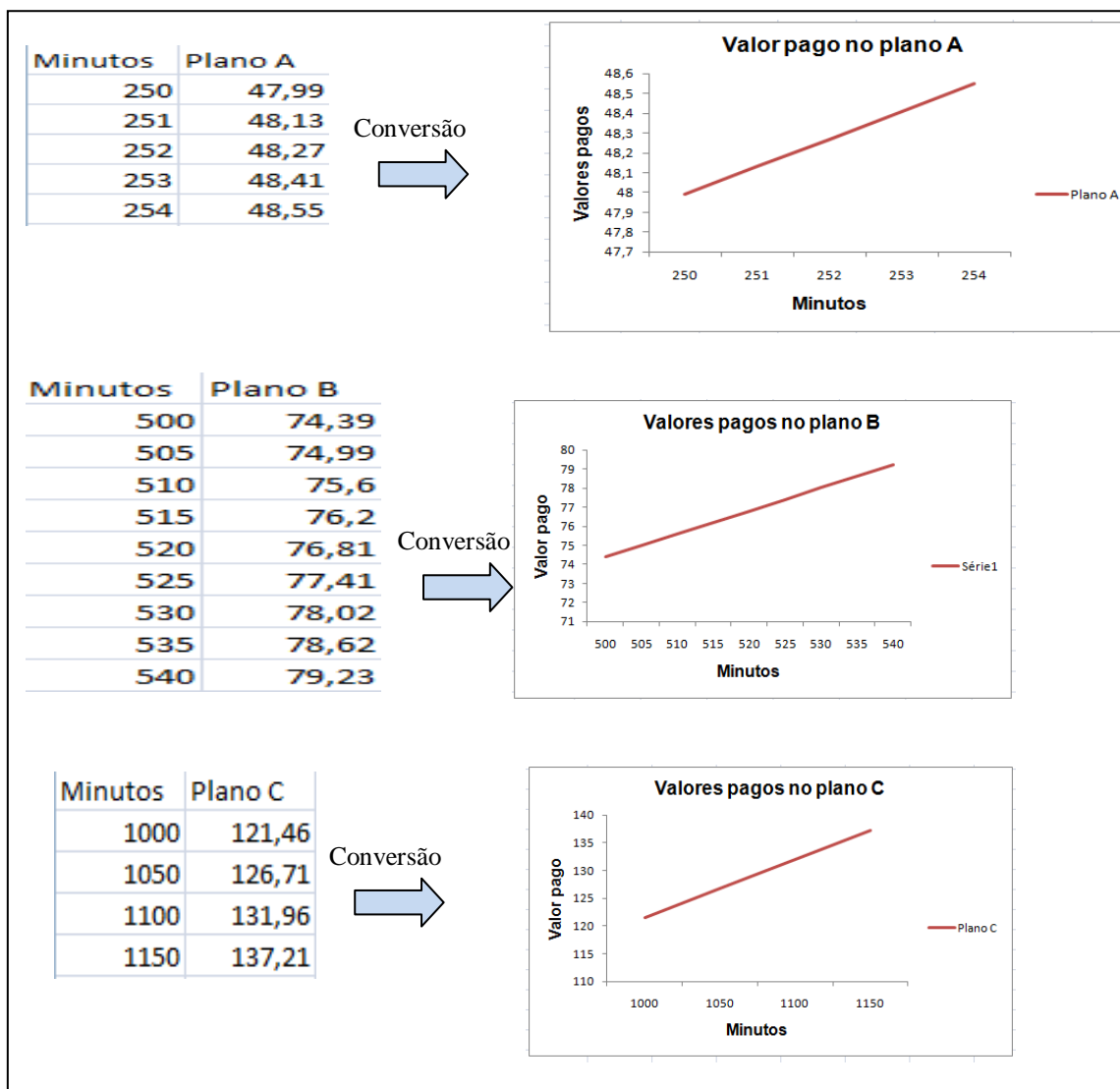


Figura 5: Conversão do registro tabular para o gráfico realizado pelas alunas

Embora as alunas tenham feito a representação algébrica e a representação gráfica do objeto matemático, podemos observar que não se trata de uma forma adequada de representar o objeto matemático em questão, sendo necessário neste momento auxiliá-las no processo do registro algébrico.

Ao questionar a aluna U sobre o que representava para ela a representação algébrica do plano A feita da forma $VPA = 47,99 + 0,139 t$, foi obtido como resposta:

U – Quer dizer que a pessoa vai pagar no plano A 47,99 mais 0,139 vezes o tempo que ela falar no telefone.

T – Então se ela falar 280 minutos, quer dizer que ela vai pagar 47,99 mais 0,139 vezes 280?

U – Claro que não, esse t é o tempo que passar dos 250 minutos.

T – Então não podemos colocar t, pois senão a pessoa que for calcular quanto pagará irá substituir pelo tempo total que falar.

Neste momento a professora questionou as alunas como deveria ser representado o tempo que excedia da franquia, mas as alunas tiveram dificuldade em fazer a representação por meio do registro algébrico, logo a professora auxiliou as alunas na construção do registro algébrico.

A professora explicou às alunas que era preciso subtrair o valor total gasto, do valor da franquia do plano, pois caso contrário a pessoa poderia entender da mesma forma como a aluna T entendeu a representação da aluna U.

N – Então se calcularmos no plano A, por exemplo, vamos ter que subtrair o valor total dos minutos gastos menos os 250 da franquia e depois multiplicar por 0,139, o resultado vamos somar com o valor da assinatura mensal e com o valor da franquia de 250 minutos.

A professora questionou à aluna como seria representada a função linear da forma como havia dito, e a aluna de imediato fez uma representação algébrica (Figura 6).

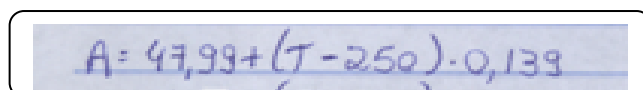

$$A = 47,99 + (T - 250) \cdot 0,139$$

Figura 6: Representação algébrica da função linear da aluna N

Podemos perceber que ocorreu a mobilização de dois registros de representação, sendo eles o registro língua natural e o registro algébrico, havendo a conversão entre esses dois registros.

Após feita a representação a aluna T questionou quanto ao intervalo que deveria ser considerado para representar a função.

T – O intervalo de tempo vai ser diferente, porque quando a pessoa falar no plano A menos que 250 minutos ou até 250 minutos ela vai pagar um preço, e quando falar mais do que 250 minutos ela vai pagar outro preço.

B – Mas por que precisa ter um intervalo? Isso faz diferença na conta?

N – A T tem razão, é preciso colocar um intervalo sim, mas como podemos fazer isso?

Embora as alunas compreendessem que era necessário considerar um intervalo de tempo diferente, as mesmas não conseguiram representar no registro algébrico esse intervalo, assim a professora interveio auxiliando as alunas na dificuldade apresentada.

A professora afirmou que era necessário considerar um intervalo na função, então explicou as alunas que deveriam considerar dois intervalos, ou seja, quando a pessoa falasse até 250 minutos seria um determinado intervalo, caso a pessoa excedesse os 250 minutos seria considerado outro intervalo.

Após a explicação da professora a aluna N realizou o registro algébrico, porém considerou apenas o intervalo quando excedesse os minutos da franquia como apresentado na Figura 7.

$$\begin{aligned}
 &A \begin{cases} 1,33 + 12,64 + 28,35 = 49,38 \\ 49,38 + (T - 250) \cdot 0,139 \end{cases} \quad T > 250 \\
 &B \begin{cases} 0B = 28,35 + 46,04 = 74,39 \\ 74,39 + (T - 500) \cdot 0,121 \end{cases} \quad T > 500 \\
 &C \begin{cases} 0C = 28,35 + 93,11 = 121,46 \\ 121,46 + (T - 1000) \cdot 0,105 \end{cases} \quad T > 1000
 \end{aligned}$$

Figura 7: Representação algébrica da função linear, considerado o intervalo

Embora o intervalo representado pela aluna não seja adequado de acordo com a notação de intervalo da função em estudo em relação ao tempo, a aluna conseguiu realizar a transformação do registro língua natural feito pela professora, para o registro algébrico como apresentado na Figura 7.

A aluna U e a aluna T representaram os intervalos no plano B e C, porém ocultaram o tempo que é considerado quando se trata da notação de intervalos do tempo dado, como apresentado na Figura 8.

$$\begin{aligned}
 &\text{Plano B} \\
 &\begin{cases} 28,35 + 46,04 = 74,39 & t \leq 500 \\ 74,39 + (t - 500) \cdot 0,121 & t > 500 \end{cases} \\
 &\text{Plano C} \\
 &\begin{cases} 28,35 + 93,11 = 121,46 & t \leq 1000 \\ 121,46 + (t - 1000) \cdot 0,105 & t > 1000 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Figura 8: Representação algébrica da aluna U e T considerando o intervalo

O que podemos observar é que as alunas compreendem a importância de considerar o intervalo, porém apresentam dificuldades em representar o objeto matemático, mesmo tendo conhecimento sobre o mesmo. Foi necessário a professora relembrar a notação de

intervalo com as alunas para que estas pudessem fazer a representação de forma adequada do intervalo na função.

Após a intervenção da professora, as alunas lembraram e conseguiram representar de forma adequada a função, bem como o intervalo considerado nos planos como apresentados na Figura 9.

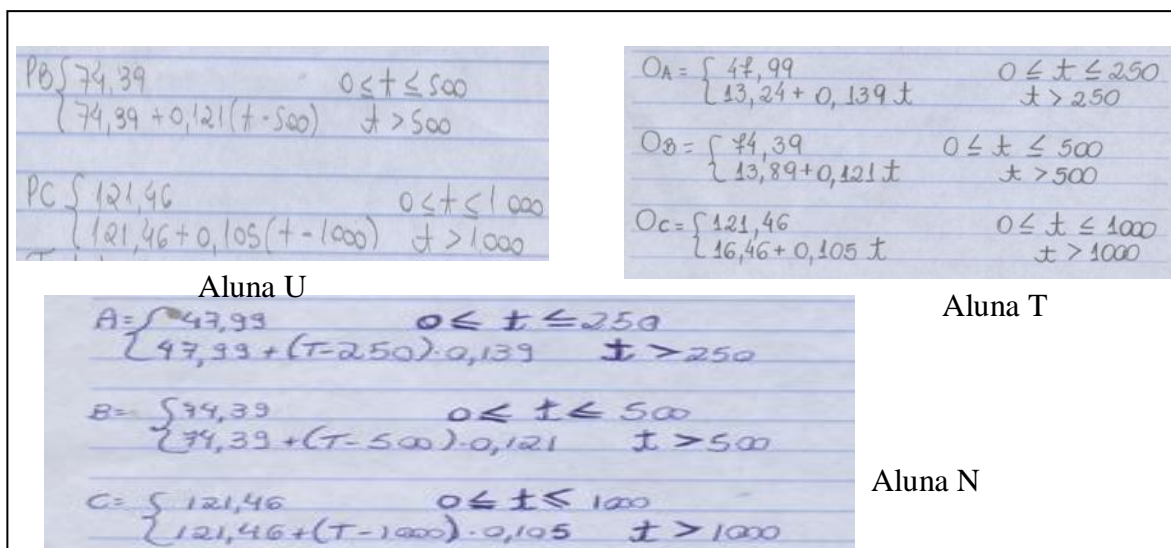


Figura 9: Representação algébrica da função linear considerando o intervalo nos planos B e C das alunas

Por meio desta atividade de Modelagem Matemática resolvida pelas alunas, podemos verificar uma contribuição que a Modelagem Matemática proporciona como alternativa pedagógica na aprendizagem de conteúdos matemáticos, como também a presença dos registros de representação semiótica, o tratamento e a conversão desses registros em uma atividade de Modelagem Matemática.

5. Considerações finais

Buscamos enfatizar neste trabalho a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval e como esses registros se fazem presentes em uma atividade de Modelagem Matemática.

O trabalho ilustra que em uma atividade de Modelagem podem ser trabalhados diferentes registros de representação, bem como a coordenação desses registros que age na aprendizagem cognitiva do aluno.

Para analisar os registros de representação semiótica presentes em uma atividade de Modelagem Matemática apresentamos a resolução das alunas, nas quais podemos observar a presença desses registros para o estudo das funções abordado na atividade desenvolvida.

Por meio deste trabalho podemos concluir que os registros de representação semiótica, bem como o tratamento e a conversão entre esses registros estão presentes nas atividades de Modelagem, desempenhando um papel fundamental na aprendizagem dos alunos.

6. Referências

- DAMM, Regina F. Registros de Representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. *Educação Matemática: uma introdução*. São Paulo: EDUC, 1999, p.135- 154.
- DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia D. A. *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica*. Campinas: Editora Papiros, p. 11- 34, 2003.
- SANTOS, D.C.D.; BISOGNIN, E. A Modelagem e a ludicidade no ensino de matemática. In: IV EPMEM – Encontro Paranaense de Modelagem Matemática em Educação Matemática. Maringá, 2010. 1 CD.
- VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na Educação Básica. In: IV EPMEM – Encontro Paranaense de Modelagem Matemática em Educação Matemática. Maringá, 2010. 1 CD.

Agradecimentos à Fundação Araucária, Secretaria de Estado da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior (SETI-PR) e ao Governo do Estado do Paraná, pelo apoio financeiro recebido para viabilizar esta participação.

