

ENTRE PERÍMETROS, ÁREAS E EQUAÇÕES: A CONSCIENTIZAÇÃO DAS AÇÕES DE ENSINO.

*Amanda Cristina Tedesco Piovezan
EMEF Professora Vera Lúcia Fusco Borba
tedesco_amanda@yahoo.com.br*

*Maria Lúcia Panossian
Faculdade de Educação – Universidade de São Paulo
malupanossian@hotmail.com*

Resumo:

Durante um semestre, uma professora e uma estudante de doutorado realizaram um planejamento conjunto direcionado aos estudantes de uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede municipal de São Paulo. Nesta comunicação se apresentam os objetivos da pesquisadora, a organização e a análise das ações da professora na interação com os estudantes orientada por este planejamento que contemplava princípios e conceitos da teoria histórico-cultural como significado, mediação, instrumentos psicológicos, etc. A organização do ensino, a conscientização das ações da professora e dos estudantes e os objetivos definidos desencadearam o movimento em sala de aula que permitia a interação entre os estudantes e a apropriação de conceitos como perímetro e área para os quais eram atribuídos significados.

Palavras-chave: Área; Perímetro; Atividade; Histórico-Cultural.

1. Introdução

Durante o primeiro semestre de 2011 foi organizado e ministrado um Curso de Atualização: Atividades de ensino da álgebra a partir dos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural para professores da rede pública do Estado de São Paulo, com o objetivo de discutir princípios para a organização do ensino de álgebra na educação básica, a partir da teoria histórico-cultural e da teoria da atividade. Este curso constituiu-se em uma das ações da pesquisa de doutorado em andamento cujo objetivo é o de *explicitar as relações entre o objeto de ensino da álgebra e o movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos*.

O curso desenvolveu-se durante nove encontros semanais de quatro horas, tendo como conteúdo para as discussões: a necessidade da álgebra no ensino (pressupostos históricos, sociais e psicológicos); concepções de álgebra e educação algébrica; fundamentos da teoria histórico-cultural (conceitos como significado; apropriação;

internalização; instrumentos e signos mediadores etc.); o movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos; o desenvolvimento das álgebras retórica, sincopada, geométrica, simbólica; a relação entre pensamento e linguagem algébrica; a constituição dos programas curriculares de álgebra (BRASIL, 1998; SÃO PAULO, 2007, 2008) e a apresentação de atividades orientadoras de ensino.

Dando continuidade ao desenvolvimento do curso e da pesquisa, foi proposto a uma das professoras participantes que desenvolvesse durante o segundo semestre de 2011 um planejamento de ações de ensino com uma de suas turmas que envolvesse conteúdo algébrico recorrendo aos fundamentos da teoria histórico-cultural. O objetivo desta ação era o de identificar a apropriação de conceitos teóricos pela professora e como se processavam as articulações entre o movimento histórico e lógico dos conceitos e o objeto de ensino. Assim, esta comunicação apresenta alguns resultados de análises parciais da pesquisa relacionados ao desenvolvimento e execução deste planejamento de ensino conjunto entre a professora e a pesquisadora (ministrante do curso).

O planejamento foi direcionado a uma turma de estudantes da 6^a. Série (7^o. Ano) da rede municipal de ensino de São Paulo. A necessidade inicial era a de introduzir e desenvolver o estudo de equações, de maneira a envolver os estudantes em atividade e possibilitar uma aprendizagem com significado, uma efetiva apropriação de conceitos. Durante reuniões semanais, conjuntamente a professora e a pesquisadora discutiram e criaram as condições necessárias para o desenvolvimento do conteúdo matemático, e para a tomada de decisões sobre mudanças de encaminhamento das ações com os estudantes no momento da aula. Nestes encontros eram discutidos conceitos da teoria histórico-cultural como ‘significado’, ‘instrumento psicológico’, ‘mediação’ etc.; o desenvolvimento histórico de conceitos matemáticos; a organização das ações para que houvesse a apropriação dos estudantes; a elaboração de situações desencadeadoras de aprendizagem; o tempo destinado para o desenvolvimento das ações; as reações dos estudantes ao que já vinha sendo apresentado; a reelaboração de situações e da organização conforme os resultados apresentados com os estudantes; as dificuldades enfrentadas pela professora no decorrer do processo, etc.

O programa curricular oficial de Matemática do município de São Paulo (2007) prevê o início do estudo de álgebra e em especial o conceito de equações para a 6^a série/7^o ano. Além disso, os resultados de uma avaliação externa mostraram que os alunos da turma com a qual o trabalho seria desenvolvido não diferenciavam adequadamente os conceitos

de perímetro e área. Em função disso foi elaborada uma situação que deu origem ao trabalho com estes conceitos matemáticos (equações, área e perímetro) e que conduziu as ações propostas para os estudantes através de uma história virtual que remetia às dificuldades que povos antigos possuíam com as delimitações de terrenos.

A elaboração desta história virtual desencadeou uma série de experiências relevantes para o aprendizado dos estudantes e também da professora, como se desenvolverá a seguir.

2. Uma história virtual: a Situação Desencadeadora de Aprendizagem

A apropriação do conceito de Atividade Orientadora de Ensino proposto por Moura (1996,2001) revelou-se como uma possibilidade para a organização do ensino de forma a promover situações que desencadeassem nos estudantes a necessidade de apropriação de conceitos permitindo compartilhar significados produzidos na experiência histórica da humanidade.

A situação desencadeadora de aprendizagem deve contemplar a gênese do conceito, ou seja, a sua essência, ela deve explicitar a necessidade que levou a humanidade à construção do referido conceito, como foram aparecendo os problemas e as necessidades humanas em determinada atividade e como os homens foram elaborando as soluções ou sínteses no seu movimento lógico-histórico (MOURA et al., 2010, p.103-104).

Assim, em busca de gerar situações para as quais os estudantes atribuíssem significado, destaca-se como fundamental definir a situação que desencadeia a aprendizagem e que envolve os estudantes em atividade. Para Moura (1996, 2010), diferentes recursos metodológicos podem concretizar a situação que desencadeia a aprendizagem. Entre eles estão, o jogo, as situações do cotidiano e a história virtual do conceito. As ações foram planejadas utilizando como recurso metodológico a história virtual a seguir que serviu como situação desencadeadora de aprendizagem.

Agora estão todos numa nau viajando em alto mar e de repente um marinheiro grita... Terra à vista... sim, eles encontraram um local onde aportar e se instalar. Desceram todos do navio e foram desvendar a mata para ver como conseguiram se acomodar, então encontraram uma grande clareira... Mas que ótimo lugar para acampar e se instalar, podemos até construir uma nova cidade por aqui. O lugar era realmente lindo, com espaço enorme, cheio de árvores ao redor e banhado por um rio.



Figura 1: A clareira representada no tecido.

A clareira é o cenário inicial da história e foi representado em um tecido para que ocorresse a interação dos alunos com a situação. Neste tecido eles representavam o seu terreno, faziam medições e aplicavam os conceitos de perímetro e área, conforme as orientações da professora. Quando a turma ouviu a história e viu o material surgiu o interesse sobre o que seria trabalhado em matemática.

A partir desta história a professora conseguiu desenvolver o conteúdo planejado de matemática para o semestre, como estatística, organização de dados em tabelas, frequência absoluta, razão, porcentagem, proporção, gráficos, perímetro, área, equação do primeiro grau, operações com frações, sistema de medidas.

Havia a necessidade de inter-relacionar os conceitos espontâneos e científicos dos estudantes sobre área e perímetro. Conforme Vygotsky (2001) “O desenvolvimento do conceito espontâneo da criança deve atingir um determinado nível para que a criança possa apreender o conceito científico e tomar consciência dele” (p.349) e ao mesmo tempo “[...] os conceitos espontâneos dependem, em seu desenvolvimento do conceito científico (p.349)”. Por estas considerações a organização do ensino se deu de forma a fazer emergir dos estudantes os conceitos espontâneos sobre área e perímetro e agindo sobre eles e relacionando-os, fazer com que os estudantes se apropriassem inclusive usando diferentes recursos simbólicos para sua representação, recorrendo a equações para encontrar valores desconhecidos etc.

Ouvir as dúvidas dos estudantes, promover o trabalho e as discussões em grupo, compartilhar as soluções encontradas, aprender a resolver situações problemas em pequenos grupos, são lições aprendidas pela professora e necessárias em sala de aula.

3. Ações com os estudantes

Após a apresentação da história virtual e do cenário para os estudantes, a primeira ação com os estudantes foi a de escolher um nome para o lugar. Foram coletadas sugestões de nomes e realizou-se uma votação. Para sistematizar e organizar os dados foi feita uma tabela que permitiu que se identificasse a noção de porcentagem que os estudantes possuíam, uma atividade que não era comum para a professora e a classe. Os estudantes foram envolvidos em quantificar os votos e transformá-los em porcentagens.

Foi possível notar que alguns dos estudantes com a ajuda dos demais, conseguiam estabelecer as relações e reconhecer as porcentagens associadas na tabela. Consideramos aqui a noção de Zona de Desenvolvimento Proximal (ou Potencial). De forma sintética a ideia é a de que existe uma zona de desenvolvimento real que se refere ao que a criança é capaz de fazer sozinha, e há também um desenvolvimento potencial, que se refere ao que a criança é capaz de fazer com a ajuda dos outros. Assim, por exemplo, alguns estudantes compreendiam que se haviam 28 alunos na sala, isso equivalia a 100%, 14 equivaleriam a 50% e 7 equivaleriam a 25%. Uma aluna entendeu que para achar 1% de qualquer valor bastava dividir o valor por 100, e para achar as demais porcentagens bastava multiplicar pelo valor de 1%. Estas relações surgiram na discussão com os estudantes e foram manifestadas por eles. Entretanto alguns alunos apesar da discussão ainda não haviam compreendido da mesma forma como seus colegas como calcular a porcentagem apenas conversando sobre o que seria 100%, 50%, 25%. Estes alunos necessitam de outras ações e situações para compreender as relações entre as porcentagens, e em relação a este conceito se encontram em outro nível de desenvolvimento.

Essa possibilidade de alteração no desempenho de uma pessoa pela interferência de outra é fundamental na teoria de Vygotsky. Em primeiro lugar por que representa, de fato, um momento do desenvolvimento: não é qualquer indivíduo que pode, a partir da ajuda de outro, realizar qualquer tarefa (OLIVEIRA, 2004, p.59)

Dando continuidade à história “Na primeira noite que passaram lá de tão cansados dormiram realmente ao relento, mas sentiram a necessidade de organizar-se”, os estudantes foram organizados em grupos e receberam o material (pedaços de barbante com medidas

iguais) para delimitar o seu terreno na clareira, também foram orientados a fazer um esboço inicial no caderno.

Enquanto os grupos criavam seus terrenos com o barbante na clareira, um aluno questionou porque alguns grupos receberam um pedaço de barbante maior que outros. Este aluno estava compreendendo pela experiência sensível, que alguns terrenos eram maiores e que isso devia acontecer pelo fato do barbante ser maior, apesar de, durante a entrega dos materiais, ser esclarecido que os pedaços de barbante tinham o mesmo tamanho.



Figura 2: Representação dos terrenos.

Isso reforçou a necessidade de diferenciar e explicitar os conceitos de perímetro e área, pois este aluno olhando para o desenho que os grupos faziam do terreno estabeleceu a relação de que para ter uma área maior era necessário um pedaço maior do barbante.

O pedaço de barbante era o instrumento que permitia representar e modificar o desenho do terreno. Desta forma pode também ser considerado como um signo no sentido atribuído por Vygotsky, de instrumento psicológico. Os instrumentos e signos, conforme Vygotsky (2001) são elementos mediadores da relação do homem com o mundo. Entretanto há diferenças entre o que é considerado como instrumento e o que é considerado como signo. Com os instrumentos provocam-se mudanças nos objetos, já os signos tem por função agir sobre as ações psicológicas, e por isso são chamados ‘instrumentos psicológicos’.

O uso de um pedaço de tecido para representar o terreno, o uso do barbante para criar um espaço delimitado, o uso de pequenos pedaços de papel como unidade de medida de área, são todos signos que auxiliam os estudantes a compreender os conceitos de área e perímetro. Sem a ação explícita do professor e sem a definição do objetivo do ensino, nem o pedaço de tecido, nem o barbante, nem os pedaços de papel fariam o papel de signos nem serviriam como mediadores para a construção dos conceitos matemáticos.

Para que estes signos realmente exerçam o papel de mediadores, é necessário que sejam internalizados, ou seja, os registros externos destes signos se transformam em processos internos. Estes signos não se caracterizam somente por serem uma marca externa, ou por serem usados por um só indivíduo, mas principalmente por serem compartilhados, por possibilitarem a comunicação entre um grupo e carregarem um

significado. Por isso torna-se tão necessária a organização do ensino em etapas de desenvolvimento de ações da professora que permitam aos estudantes atribuir significado aos signos, tornando-os realmente elementos mediadores para a construção conceitual.

Outro diálogo com os estudantes mostra como o conceito de perímetro que já havia anteriormente sido discutido através de exercícios de aplicação do tipo ‘Calcule o perímetro das figuras’, ainda não havia sido apropriado.

Professora: O que as figuras têm em comum? [referindo-se aos terrenos criados por cada grupo de estudantes]

Resposta: O contorno

Professora: Qual o nome deste conceito, do que as figuras têm em comum?

Resposta do Aluno A: Área?

Resposta do Aluno B: Não, é Perímetro!

Resposta do Aluno A: Ah é... O contorno da figura é o perímetro. Medida ao redor.

Professora: O que significa calcular o perímetro?

Repetiram o que o Aluno A disse: Medida ao redor.

Professora: Podemos dizer que todas as figuras ficaram com o mesmo espaço (superfície)? (mostrando com a mão pra que entendessem o significado de superfície).

Resposta do Aluno A: Então superfície é a área!

Resposta: Não, porque alguns desenhos parecem ser maiores que outros.

Professora: Podemos afirmar que se temos o mesmo perímetro, construímos figuras de mesma área?

Resposta: Não.

Nesse diálogo percebemos que o aluno que respondeu a primeira questão não recorreu à palavra ‘perímetro’ para indicar a medida ao redor de uma figura, mesmo já tendo ouvido e trabalhado com este termo. O Aluno A, por sua vez, deu uma palavra, que foi área, e no decorrer do diálogo entendeu a diferença e lembrou-se do que já tinha estudado e relacionou perímetro com medida ao redor.

Em Vygotsky (2001,2004), o significado da palavra está diretamente associado à formação de conceitos, em diferentes estágios que variam desde os sincréticos, em que as palavras são usadas sem que se estabeleçam nexos objetivos, passando pelos complexos e pseudoconceitos, em que algumas relações objetivas se estabelecem e as palavras são usadas para identificar objetos e ações, até chegar aos conceitos propriamente ditos em que “O papel da palavra (o valor do signo verbal) é aqui completamente distinto daquele que desempenha no nível dos complexos” (2004, p.60).

Para alcançar este uso da palavra (no caso, perímetro e área) associada e com a apropriação de um conceito foram necessárias diversas ações e os diálogos da professora com os estudantes. Outra ação desenvolvida foi a comparação das áreas que foram criadas

nos terrenos dos diferentes grupos, e para tanto era necessário criar um modo de medição destas áreas que estavam representadas no terreno.

Um aluno ainda não tinha entendido como deveria ser feita a comparação e estava preocupado em ter uma estratégia para saber se fizera a comparação corretamente. Pensou em sobrepor um terreno no outro, entretanto isso era impossível, já que não poderia cortar o terreno e o barbante (usado para cercar cada terreno) estava no pano fixado com fita adesiva. Então ele pegou uma folha de sulfite e colocou sobre o terreno, depois pegou o pedaço menor, um quarto da folha de sulfite e disse que podiam ver quantos pedaços cabiam em cada terreno.

Outra aluna começou a colocar os pedaços no terreno, mas reparou que ficaram muitos espaços vazios, e como eles haviam identificado que $\frac{1}{4}$ da folha sulfite ainda era grande foram orientados a cortar, se achassem necessário. Então dividiram ao meio. Conversamos com toda a classe, afinal acharam uma unidade padrão para comparar os terrenos e cada grupo deveria então verificar quantas unidades padrões cabiam em cada terreno.

Podemos dizer que os pedaços de folha sulfite em seus diferentes tamanhos foram usados como elemento mediador que permitiu a medição da área. A primeira relação que o aluno quis fazer para a comparação era imediata, colocar um terreno sobre o outro, porém com alguma orientação compreendeu que poderia fazer isso usando outro elemento, no caso os pedaços de $\frac{1}{8}$ de folha sulfite, que permitiam que ele fizesse a medição tanto de um terreno quanto de outro para depois comparar.

De posse dos dados das medições dos terrenos, elaboramos situações problemas que poderiam ser resolvidas com equações de primeiro grau envolvendo as áreas encontradas. Os primeiros problemas de equações propostos foram sobre a comparação de áreas do terreno de um grupo com o de outro grupo. As equações que resolviam os problemas propostos incluíam a falta de uma parcela da adição, a falta do 1º ou 2º termo da subtração e até a falta de elementos de expressões que envolvem o produto de um número por uma adição, neste caso a técnica de resolução não era tão facilmente desenvolvida pelos estudantes, apesar da compreensão do problema proposto.

O uso de frações $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ de $\frac{1}{8}$ da folha de sulfite A4, permitiu que se criassem problemas para serem resolvidos através de equações de primeiro grau também com frações, atribuindo sentido a algumas operações que muitas vezes são ensinadas de

forma mecanizada com os estudantes, por exemplo, a necessidade de encontrar o denominador comum, a necessidade de adicionar frações etc.



Figura 3: Medindo o terreno da clareira

A proposta seguinte da professora para os estudantes foi a de dividir igualmente o pedaço de terra. Os estudantes então perceberam que não poderiam partir de perímetros iguais, mas sim de áreas iguais. Para dividir a clareira em áreas iguais precisavam saber qual a área total da terra que tinham para dividir, neste momento foi sugerido o trabalho com o instrumento de medição que auxilia no avanço deste processo, a régua. Para isso, definimos de forma regular a área do terreno que seria usada.

Conhecida a área aproximada da terra que tinham pra dividir definiu-se que cada grupo ficaria com 15dm^2 da área, assim desenharam seus novos terrenos com esta medida de área e perceberam que o que variava agora eram os valores do perímetro.

Após a reformulação dos terrenos o trabalho com equações foi novamente inserido agora utilizando como grandeza desconhecida a medida dos perímetros. Neste momento a preocupação era de formular questões cuja resolução tornasse o uso de equações necessárias, com os estudantes compreendendo a facilidade dos cálculos e a organização do pensamento por meio da escrita da equação.



Figura 4: Terrenos com a mesma área.

Historicamente, temos que os registros de equações de primeiro grau e com uma incógnita surgem para resolver situações-problemas, mesmo ainda sem recorrer ao simbolismo formal usado atualmente. E por muito tempo as ideias algébricas se desenvolvem através de problemas que envolvem somente uma incógnita. (RADFORD, 2011)

Desta forma era um dos objetivos do planejamento que as equações geradas e resolvidas pelos estudantes estivessem associadas a situações-problema e relacionadas aos conceitos de área e perímetro. Assim, os estudantes registraram e resolveram várias equações associadas ao problema da área e posteriormente do perímetro, que foram formuladas pela professora, mas que se relacionavam ao trabalho em desenvolvimento de medição e comparação das áreas e perímetros do terreno. Por exemplo:

- O dobro do perímetro do meu terreno subtraindo 10dm tem a mesma medida que o perímetro do terreno da família Bergamine. Qual a medida do perímetro do meu terreno?
- Com um pedaço de barbante consigo dar três voltas ao redor meu terreno. Ana me mostrou que com o mesmo pedaço de barbante posso dar só uma volta no terreno da família Araújo e ainda sobram 20 dm do barbante. Qual é a medida do meu terreno?

Nestes problemas, a medida desconhecida é o perímetro do ‘meu terreno’ (o terreno da professora), mas as demais medidas dos perímetros, por exemplo, da família Bergamine, ou da família Araújo, são medidas conhecidas pelos estudantes, portanto não são caracterizadas como outra incógnita do problema.

Desta forma os estudantes compreendiam o significado das equações que elaboravam, ainda assim encontraram dificuldades em simbolizar e resolver aquelas que exigiam procedimentos técnicos mais elaborados, por exemplo:

- Um terço da soma do meu perímetro com 4dm é igual a diferença entre perímetro do meu terreno com o da família Adans. Qual a medida em dm do meu terreno?

A partir destas dificuldades enfatizou-se o ensino de algumas técnicas para resolver equações, sendo que a apresentação da técnica de resolução não se constituiu como algo enfadonho e sem sentido para os estudantes, mas sim surgiu para suprir uma necessidade.

4. Resultados da pesquisa

Esta comunicação destaca uma das ações da tese de doutorado cujo objetivo final é o de explicitar as relações entre o movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos e o objeto de ensino da álgebra. Considera que ao estudar o desenvolvimento histórico da álgebra são gerados elementos para a organização do ensino de álgebra e que, portanto, há uma relação que necessita de estudos aprofundados entre o desenvolvimento histórico de

uma área de conhecimento e a didática ou as ações de ensino planejadas por uma professora. Nesta comunicação foram apresentadas algumas etapas da organização e das ações desenvolvidas durante um semestre de planejamento entre professora e pesquisadora procurando explicitá-las através de conceitos da teoria histórico-cultural como significado, instrumentos e signos, atividade, consciência etc.

Ao recorrer a fundamentos e conceitos da ciência pedagógica e psicológica para explicar e compreender ações de ensino, professora e pesquisadora se conscientizam da importância da organização do ensino para possibilitar as interações entre professores e estudantes, gerando movimento do pensamento durante a aula e desta forma possibilitando novas aprendizagens e o estabelecimento e apropriação de relações conceituais.

Alguns princípios da teoria histórico-cultural se mostraram muito presentes como a necessidade constante de interação; a necessidade de internalização dos signos; o desenvolvimento e a aprendizagem com o ‘mais capaz’; o movimento da zona de desenvolvimento proximal.

O processo de apropriação de conceitos não se dá de forma imediata, mas sim de forma mediada pelas ações planejadas do professor que deve promover situações que gerem a necessidade de conhecimento para o estudante e que os auxilie a estabelecer relações conceituais e sistematizar o conhecimento apropriado. Foi o que se buscou fazer neste planejamento, propiciar em diversas situações as relações entre perímetro e área e recorrer às equações como instrumento para resolver situações-problema. Ao recorrer às equações foi necessário organizar os registros escritos tornando-os comum a todos, para que as equações adquirissem significado e realmente fossem usadas para encontrar o valor desconhecido em um problema, e não somente com um fim em si mesmas.

Definir os objetivos de ensino e mantê-los durante a interação com os estudantes, tendo possibilidades de retomar conceitos em situações diversificados que são desencadeadoras da atividade dos estudantes, permite que os estudantes que certamente possuem níveis diferentes de desenvolvimento se apropriem dos conceitos.

5. Agradecimentos

Esta comunicação apresenta uma das ações da pesquisa de doutorado em andamento ‘Contribuições da Teoria Histórico-Cultural para a organização do ensino de álgebra’ que é financiada pela FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo).

6. Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998

MOURA, M. (Coord.). **Controle da variação de quantidades**. Atividades de ensino. São Paulo: Edusp, 1996.

_____. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A.; CARVALHO, A. (Orgs.). **Ensinar a ensinar**: didática para a escola. São Paulo: Pioneira, 2001.

MOURA, M.O (org). **A atividade pedagógica na teoria histórico cultural**. Brasília: LiberLivro, 2010

OLIVEIRA, Marta Kohl de. **Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento, um processo sócio-histórico**. São Paulo: Editora Scipione, 4^a.ed. 2004.

RADFORD, Luis. **Cognição matemática: História, Antropologia e Epistemologia**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

SÃO PAULO (SP). Secretaria Municipal de Educação. Diretoria de Orientação Técnica. **Orientações curriculares e proposição de expectativas de aprendizagem para o Ensino Fundamental : ciclo II : Matemática / Secretaria Municipal de Educação – São Paulo : SME / DOT, 2007.**

_____. Secretaria Estadual de Educação. **Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática**. São Paulo: SEE, 2008.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. Trad. Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

_____. **Teoria e método em Psicologia**. Trad. Claudia Berliner. 3^a ed. São Paulo: Martins Fontes, 2004