UMA DIVERSIFICAÇÃO NO ENSINO DE FUNÇÃO EXPONENCIAL

John Lenon Ribeiro
Universidade Estadual de Ponta Grossa
johnlenonfandangos@hotmail.com

Rita de Cássia Amaral Vieira
Universidade Estadual de Ponta Grossa
rcamaral@hotmail.com

Alzenir Virginia Ferreira Soistak
Colégio Estadual Agrícola Augusto Ribas
nisoistak@ibest.com.br

Bianca Cristina Motyl
Universidade Estadual de Ponta Grossa
biah_motyl@yahoo.com.br

Marcela dos Santos
Universidade Estadual de Ponta Grossa
maar.snt@hotmail.com

Resumo:
Este trabalho apresenta uma diversificação realizada no ensino da função exponencial, pelos acadêmicos do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência-PIBID, através do uso da Modelagem Matemática no ensino médio do Colégio Agrícola Estadual Augusto Ribas de Ponta Grossa – PR (CAAR). Alunos do colégio coletaram dados do crescimento do diâmetro da cabeça da alface, desde a sementeira até a ponto da colheita. Esses dados foram trabalhados em sala de aula para a percepção da forma gráfica e posterior lei de formação da função. Verificou-se grande interesse pela maioria dos envolvidos, melhor desempenho e compreensão dos alunos e a uma ligação do conteúdo com as disciplinas Cálculo Numérico e Estatística e Probabilidade do Curso de Licenciatura em Matemática.

Palavras-chave: Modelagem, Função Exponencial, Ensino da Matemática.

1. Introdução

Na literatura, muitas pesquisas afirmam que a disciplina de Matemática, especialmente no Fundamental e Médio, deve ser trabalhada de modo a promover o interesse e a habilidade em utilizá-la. Assim, os acadêmicos do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência PIBID/CAPES/UEPG- Matemática - 2012, atuantes no

Colégio Estadual Agrícola Augusto Ribas, pensaram em como introduzir a Função Exponencial, em atividades práticas, seguindo o que diz Bassanezi (apud Junior 2002, p.31)

> É necessário buscar estratégias alternativas de ensino-aprendizagem que facilitem sua compreensão e utilização. A modelagem matemática, em seus vários aspectos, é um processo que alia a teoria e pratica, motiva seu usuário na procura de entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la. Nesse sentido, é também um método cientifico que ajuda a preparar o individuo para assumir seu papel de cidadão.

Bassanezi (apud Junior, 2002, p,31) destaca que:

> Sua importância deve residir no fato de poder ser tão agradável quanto interessante. Nessa nova forma de encarar a matemática, a Modelagem – que pode ser tomada tanto como um método cientifico de pesquisa quanto como uma estratégia de ensino-aprendizagem - tem se mostrado muito eficaz.

Com base no exposto, busca-se algum tema do cotidiano e interesse dos alunos. Como o curso trata-se de Técnico em Agropecuária, os alunos têm aulas práticas de cultivo de várias hortaliças, então se fez o uso de uma delas, o cultivo da Alface, para introduzir noções de Função Exponencial na primeira série. Esta hortaliça foi escolhida por ter um crescimento lento no início, enquanto está na sementeira, e rápido após ser transplantada para o canteiro, ter vários estágios de cultivo em andamento nas hortas do Colégio e por eles serem os responsáveis por cultivá-las.

2. Desenvolvimento

Inicia-se a ideia com a coleta de dados, primeiramente pela professora regente da turma, em cinco estágios de desenvolvimento da alface. Foi medido a altura e o diâmetro em cada etapa: primeira na estufa com 7 dias e 15 dias, depois na horta com 40, 60 e 80 dias, nessa etapa foi aproveitada para sanar dúvidas sobre as medidas de comprimento e a diferença entre raio e diâmetro, já que as folhas da alface, conforme seu crescimento, assemelha-se a uma circunferência. Antes de apresentar esses dados aos alunos do colégio, realiza-se uma análise, colocando em dois gráficos os dados coletados, onde, em ambos consideram-se, no eixo x, os valores correspondentes ao número de dias e no eixo y, em um a altura e em outro o diâmetro, para ver qual seria a melhor aproximação a uma função exponencial. Os pontos que mais se aproximaram à função exponencial foram os que representaram o diâmetro da alface em relação ao número de dias, como mostra a figura 1.

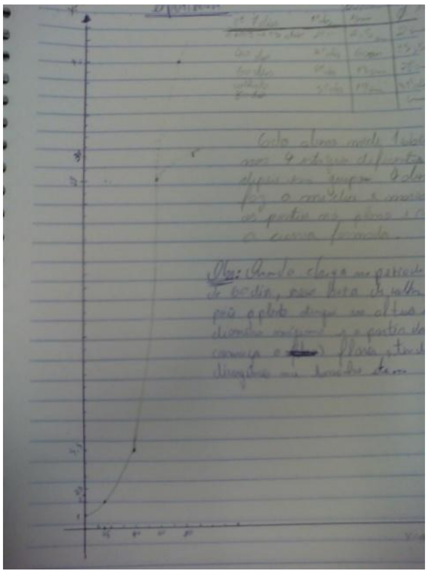

Figura 1– primeiras tentativas de aproximação da função – foto de arquivo pessoal

Notada que a curva deste crescimento se assemelha com a função exponencial, decide-se encontrar a função geradora da mesma, utilizando os dados coletados. Com os conhecimentos sobre a função exponencial, enquanto acadêmicos de primeira série do Curso de Licenciatura em Matemática, não se consegue chegar a lei de formação adequada. Assim, busca-se o auxilio da professora de Cálculo Numérico, disciplina ofertada na quarta série deste Curso, que fornece o Método dos Mínimos Quadrados, com ajuste de curva e o método do Ajuste Parabólico os quais são testados para ver qual se aproxima da função exponencial. Ela explica como chegar a uma aproximação com cada um dos métodos. Assim, usa-se a equação (1) e (2) que se refere ao Método dos Mínimos quadrados e a equação (3) que se refere ao Método do Ajuste Parabólico.

$$a_1 \sum (x^2) + a_2 \sum (x) = \sum (\mathrm{Lny})(x) \quad (1)$$

$$a_1 \sum (x) + n a_2 = \sum \mathrm{Ln}(y) \quad (2)$$

$$\hat{y} = ax^2 + bx + c \quad (3)$$

$$\begin{cases} a\sum x^4 + b\sum x^3 + c\sum x^2 = \sum x^2.y \\ a\sum x^3 + b\sum x^2 + c\sum x \ = \sum x\ .y \\ a\sum x^2 + b\sum x \ + n.b \quad = \sum y \end{cases}$$

O gráfico dos dados coletados, utilizando o Método dos Mínimos Quadrados através do uso do Microsoft Excel, segue abaixo, na figura 2.

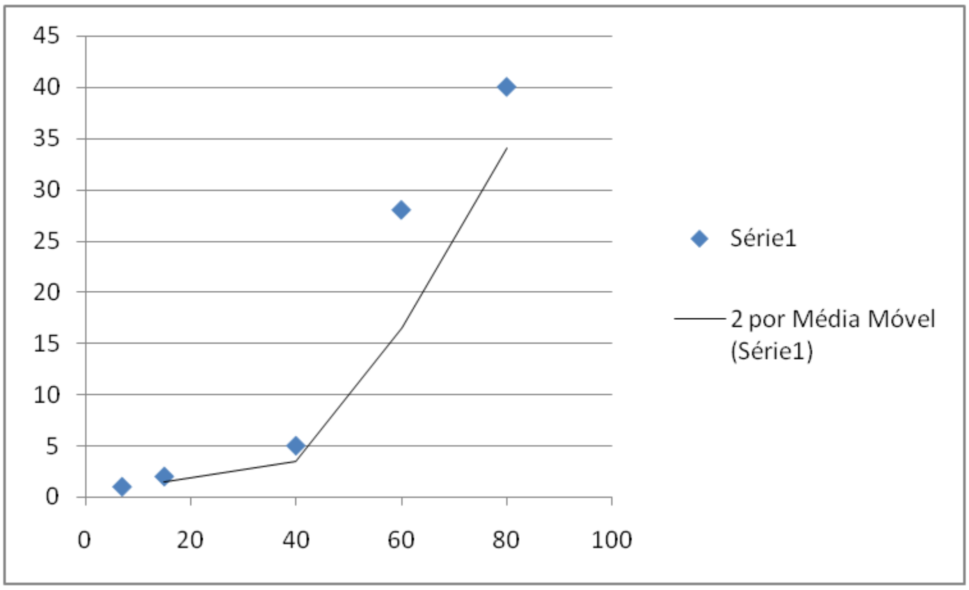

Figura 2 – aproximação pelo Método dos Mínimos Quadrados

A seguir, na figura 3, apresenta-se o gráfico, utilizando o Ajuste Parabólico através do uso do Microsoft Excel.

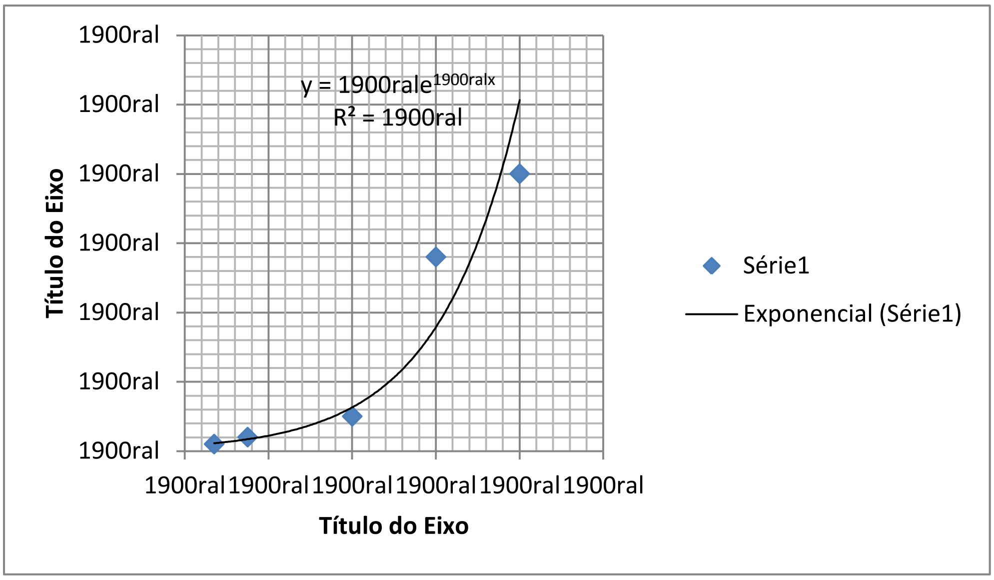

Figura 3 – aproximação pelo Ajuste Parabólico

Utilizando-se as equações (1) e (2), referente ao Método dos Mínimos Quadrados, organiza-se a tabela 1, abaixo, com os dados coletados.

X	y	X^2	Ln y	X Ln y
7	1	49	0	0
15	2	225	0,693147	10,39721
40	5	1600	1,609438	64,37752
60	28	3600	3,332205	199,9323
80	40	6400	3,688879	295,1104
$\sum x = 202$ n = 5	$\sum y = 76$	$\sum X^2 = 11874$	$\sum \text{Ln } y$ = 9,323669	$\sum x\text{Ln}y$ = 569,8174

Tabela 1 – Tabulação de dados

Substituindo estes valores e resolvendo o sistema de duas variáveis da equação (1) e (2), obtém-se (4) e (5):

$$a_1 = 0{,}0520148 \qquad (4)$$

$$a_2 = -0{,}2366621 \qquad (5)$$

Porém, a função exponencial é dada pela seguinte lei de formação:

$$g(x) = ab^{x} \qquad (6)$$

Donde, obtêm-se os valores dos coeficientes a e b, em (7) e (8).

$$a = e^{a2} = e^{-0,2366621} = 0{,}7892579 \qquad (7)$$

$$b = e^{a1} = e^{0,0520148} = 1{,}0533913 \qquad (8)$$

Logo substituindo (7) e (8) em (6), temos:

$$g(x) = 0{,}07892579X1{,}0533913^{x} \quad (9)$$

Chegando-se assim, na lei da função g(x) que melhor representou o crescimento exponencial da cabeça da alface.

Vale ressaltar, que esse resultado foi obtido em um primeiro momento pelo pibidiano da 1ª série do curso, duas horas após rápida explicação da profª Fabiane de Oliveira, docente de Cálculo Numérico no Curso de Licenciatura em Matemática. Em um segundo momento, os acadêmicos da quarta série do curso, e matriculados na disciplina de Cálculo Numérico, com a referida professora, trabalharam os dados coletados pelos pibidianos e constataram que a função de base *e* foi a de melhor aproximação e o Método dos Mínimos Quadrados o mais adequado, entre outros conhecidos pelos acadêmicos na disciplina.

Após definir a lei de formação, visto que Estatística está previsto no conteúdo curricular do Colégio, aplica-se à fase inicial da coleta de dados, com todos os alunos da primeira série, como mostra as Imagens 1, 2, 3 e 4.

Imagem 1
Arquivo pessoal

Imagem 2
Arquivo pessoal

Imagem 3
Arquivo pessoal

Imagem 4
Arquivo pessoal

Com os dados coletados em campo, em sala de aula, os alunos organizaram-se em grupos e obtiveram a média aritmética da medida do diâmetro, em cada fase de crescimento. Após, organizaram uma tabela, que auxiliou - os na representação do gráfico em papel milimetrado. Observando-se o gráfico traçado, verificou-se que o crescimento da alface se aproxima de uma função exponencial. Porém para os alunos somente foi passada a lei de formação, não chegando a sua dedução por envolver cálculos e métodos que ultrapassam o conteúdo proposto para a turma em questão. Assim, na Figura 4 temos o gráfico da função, feito por um dos alunos, e logo a seguir, na Figura 5 o gráfico feito no computador através de um software de Matemática, *graphmatica*, em ambos os casos utilizando os dados coletados.

Figura 4 – representação gráfica elaborado por um aluno – arquivo pessoal

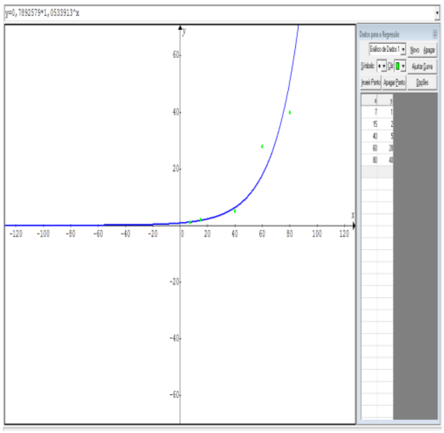

Figura 5 – gráfico da função $g(x) = 0{,}07892579X1{,}0533913^{x}$

3. Considerações Finais

Após a verificação de aplicação de função concluímos com esse trabalho, a importância do uso da modelagem matemática no ensino em séries regulares. Com essa forma de ensino percebemos que o conteúdo ensinado fica associado com a realidade, pois há conexão entre o que se aprendeu e o que se executou. Geraram-se assim uma motivação e uma busca por parte de todos os envolvidos no processo, alunos do ensino médio, acadêmicos do curso de licenciatura em matemática e professores do curso. Essa modelagem possibilita o envolvimento com a disciplina de Estatística e Probabilidade do Curso de Licenciatura em Matemática, visto que é necessário definir e colher uma amostra, prever a margem de erro, tabular dados, identificar a melhor média para representação do Espaço Amostral, etc.

Observamos que houve uma grande aceitação por parte da maioria, pois como se trata de um colégio de formação de Técnicos em Agropecuária, estes alunos perceberam a aproximação desse conceito matemático com sua área de trabalho.

Grande parte dos alunos tiveram uma boa aprendizagem com essa metodologia, como pode ser constatado nos resultados das avaliações e na introdução dos primeiros conceitos de função logarítmica. Aqui cabe ressaltar que também é de interesse deles saber quanto tempo levará a alface para atingir o diâmetro pretendido.

Essa experiência metodológica realizada, não somente favoreceu o entendimento do assunto, onde a maioria participou com entusiasmo e dedicação, mas em cada etapa, foi notado e trabalhado o grau de dificuldade dos envolvidos para uma boa aprendizagem.

4. Agradecimentos

Primeiramente a CAPES pelo desenvolvimento do projeto PIBID, que nos possibilita um envolvimento maior com a escola e alunos da educação básica, nos fortalecendo na formação inicial e continuada de professores, a UEPG que nos possibilitou o envolvimento, ao Colégio Agrícola Augusto Ribas CAAR pelo acolhimento, aos acadêmicos da 4ª série do Curso de Licenciatura em Matemática da UEPG, a Profª Fabiane de Oliveira do Departamento de Matemática e Estatística da UEPG, e a Deus por nos possibilitar a vida.

5. Referências

BASSANEZZI, R. C. *Ensino*-**aprendizagem com modelagem matemática**. 2. Ed. São Paulo: Contexto, 2004.

BIEMBENGUT, S. MARIA; HEIN, NELSON. **Modelagem matemática no ensino** 4. Ed 1ª reimpressão – São Paulo: Contexto 2007.

BIEZUNER, R. JOSUÉ. **Ajustes de curvas por Quadrados mínimos lineares: Geometria Analítica e Álgebra Linear**, 2005.

GIMÉNES, C. C. PIQUET, J. D. **Funciones y gráficas**. Madri: Síntesis, 1990. 176p.

MENDES, S. CARMO, R. VENÂNCIO, C. **Função exponencial**, 2007.

SILVA, C. K. *Funções Exponenciais e Logarítmicas: da história às aplicações*. Universidade Luterana do Brasil ULBRA, 2007.