GEOMETRIA PROJETIVA: O JOGO DOBBLE

Andréia Cardoso Ferreira[1]
Universidade de Brasília
Andreia.matunb@yahoo.com.br

Resumo:
O minicurso tem como objetivo a construção do Jogo Dobble, através da metodologia de resolução de problemas. O Dobble é um jogo de velocidade aparentemente muito simples, através do qual podemos introduzir e trabalhar as ideias de geometria projetiva finita na educação básica.

Palavras-chave: Metodologia de resolução de problemas; Geometria projetiva; Jogo Dobble.

Materiais: Papel, lápis, borracha, lápis de cor, bolinhas de isopor e fio de telefone.

1. Introdução

O ensino de geometrias não euclidianas na educação básica raramente é explorado. Seja pela falta de conhecimentos dos professores, pela falta de tratamento deste tema nos livros didáticos ou, na maioria das vezes, por se acreditar que os conceitos envolvidos são de difícil assimilação por parte dos alunos. (Ivone Watermann e Valdeni Soliani Franco, 2008/2009). Entre elas está a geometria projetiva. Perdem então os nossos alunos que são privados de uma das mais importantes construções teóricas teóricas de todos os tempos.

Segundo Francisco Rui Tavares de Almeida (2009), a geometria projetiva começou a ser desenvolvida no início do século XIII quando os pintores quiseram passar para suas pinturas o realismo tridimensional. Durante o século XVII, enquanto o uso da perspectiva se firmava nas pinturas, Blaise Pascal e Gerard Desargues iniciaram o estudo sistemático de perspectiva que teve como consequência o desenvolvimento da geometria

[1] A autora foi bolsista do programa PIBID/CAPES durante a elaboração deste trabalho.

projetiva enquanto teoria. A geometria projetiva finita é um exemplo particular desta teoria quando restrita a um conjunto finito de pontos.

A geometria projetiva finita se baseia num conjunto finito não vazio X, cujos elementos são chamados “pontos”, num conjunto finito não vazio Y de subconjuntos de X, cujos elementos são chamadas “retas” e nos seguintes axiomas: Quaisquer dois pontos estão contidos em uma, e somente uma, reta; Duas retas quaisquer contêm um, e somente um, ponto em comum; Existem quatro pontos três a três não colineares.

A sequência didática que deu origem a este minicurso visa abordar um assunto raramente apresentado em sala de aula que é a geometria projetiva finita. O seu objetivo é a análise da estrutura de um plano projetivo finito isto é, determinar a quantidade de pontos, de retas e a relação entre estas quantidades e a quantidade de pontos em cada reta. Esta análise, que envolve aspectos aritméticos, leva à elaboração de algoritmos e mostra a interação entre áreas distintas da matemática: a geometria, a aritmética e as artes.

A metodologia usada neste minicurso é a de resolução de problemas. O problema a ser resolvido pelos alunos é a análise de um jogo cuja construção segue os conceitos da geometria projetiva finita.

Esta sequência foi elaborada no âmbito do Programa Institucional de Iniciação a Docência-PIBID/CAPES do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília[2].

2. O minicurso

O objetivo deste minicurso é o estudo de conceitos de geometria projetiva finita. Para atingir este objetivo, foi escolhido como ponto de partida o jogo Dobble, que é uma representação de um plano projetivo finito de ordem 7.

[2] Este trabalho foi orientado pelo prof. Guy Grebot do Departamento de Matemática da UnB.

O estudo da geometria projetivo finita permite desenvolver várias habilidades específicas nos alunos. A habilidade de contagem é a mais exigida durante o minicurso uma vez que o problema da construção de um plano projetivo finito é determinar: quantas retas há no plano; quantos pontos há em cada reta; se todas as retas têm a mesma quantidade de pontos; se existe uma relação entre a quantidade de pontos e de retas. Outra questão fundamental é saber se, dado um conjunto finito de pontos, ele pode representar um plano projetivo finito. Ainda que seja um tema de pesquisa atual, é importante sensibilizar os alunos a respeito e mostrar que nem todo conjunto finito de ponto pode representar um plano projetivo finito sem por isso entrar em detalhes técnicos.

O fato de estarmos lidando com uma geometria suscita ainda a questão da sua representação. A representação de retas que sejam conjuntos discretos de pontos, cria situações de conflito de extrema riqueza que permitem fortalecer o próprio conceito de continuidade uma vez que os alunos estão “acostumados” à geometria euclidiana ou, pelo menos, a alguma geometria não finita. Esta análise é feita neste minicurso assim como a representação tridimensional do plano projetivo finito de ordem 2.

No fim do minicurso, os alunos são levados a usar os conceitos teóricos desenvolvidos ao longo das atividades, para determinar táticas de jogo para uma variação do jogo original Dobble.

3. Metodologia do Minicurso

A metodologia usada aqui é a de resolução de problemas. Na base desta metodologia está um problema a partir do qual se desencadeia a construção do conhecimento. Com base nesse problema o professor vai questionando e conduzindo o aluno no desenvolvimento de seu raciocínio para que este resolva a situação problema proposta.

Segundo Elaine Maria Poffo (2011) a metodologia de resolução de problemas não deve ser encarada apenas como solução de problemas, mas como uma maneira pela qual os conceitos e habilidades matemáticos podem ser construídos. Do contrário, recairíamos na utilização de listas de problemas que, por si só, vem se mostrando ineficaz.

A metodologia de resolução de problemas permite desenvolver no aluno a habilidade de aprender a aprender. Segundo (ONUCHIC, 1999, p.208) trabalhar a matemática nessa perspectiva nos permite ajudar o aluno a compreender as ideias, conceitos e processos necessários ao trabalho a ser desenvolvido. Através dessa abordagem o processo de ensino-aprendizagem se torna mais significativo já que "essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução." (BRASIL, 1998, p. 40).

Em relação à metodologia tradicional, há uma mudança drástica no papel desempenhado pelo professor. Aqui, ele passa a ser um mediador que instiga os alunos, através de questionamentos e sugestões de investigações, a fazerem conexões com conhecimentos já adquiridos e coloca-os frente a frente com a construção de seu próprio conhecimento. A atuação do professor é mais intensa, pois ele deve estar constantemente atento às diversas questões e soluções apresentadas pelos alunos para conduzi-los a perceberem um caminho lógico a ser seguido, sem impor-lhes um determinado raciocínio. Da mesma forma, não é papel do professor ditar uma solução ao aluno, mas ele deve fazer com que o aluno chegue à solução através do raciocínio que tiver desenvolvido.

Outro aspecto a ser levado em conta nesta metodologia é a escolha do problema. É importante selecionarmos uma situação problema que seja desafiadora para que o aluno se envolva no processo de resolução. No nosso caso, o problema é a análise do jogo Dobble.

4. A sequência didática usada no minicurso

O Dobble é um jogo francês publicado pela Amodée e pela Play Factory. É um jogo de observação e velocidade.

Ele é composto de 57 cartas, cada uma contendo 8 símbolos, e é jogado como segue: Coloca-se uma carta no centro da mesa e as cartas restantes são distribuídas igualmente entre os jogadores. Cada jogador deve, o mais rápido possível, identificar qual símbolo é comum a uma de suas cartas e à carta do centro; quem conseguir identificar o símbolo mais rapidamente, deve colocar sua carta por cima da carta do centro anunciando qual símbolo é comum às duas cartas. O jogo continua dessa forma até que algum jogador, que será o vencedor, fique sem cartas.

Por trás deste jogo aparentemente bem simples se esconde uma estrutura matemática que buscamos explorar, a partir dessa sequencia didática, juntamente com os alunos.

Atividade 1:

Material: Baralho.

1. O que você observa a respeito do jogo?

O objetivo desta atividade é fazer com que os alunos, jogando uma partida, extraiam o máximo de informações possíveis a respeito da estrutura do jogo.

Atividade 2:

1. Com base nas observações anteriores, dá para afirmar que pelo menos um jogador sempre vai poder continuar jogando até ele não ter mais cartas na mão?
2. Podemos afirmar que todos os jogadores sempre terão condições de jogar na mesma rodada?
3. Em caso afirmativo, qual é a condição que torna este último fato verdadeiro?

A estrutura matemática do jogo

Atividade 3: Construindo um mini-dobble com 3 símbolos por carta.

1. Quais condições precisam ser levadas em consideração na hora de montar o mini-dobble?
2. Quantos símbolos diferentes são necessários? Quais são os símbolos que escolheu.
3. Quantas cartas compõem o mini-dobble? Quais são elas?
4. Quantas cartas contém um determinado símbolo?
5. Quantas vezes cada símbolo aparece no baralho?

Atividade 4:

Material: Lápis de cor.

1. Faça uma representação do mini-dobble de forma que as cartas sejam representadas por traços e os símbolos por pontos.
2. Represente o mini-dobble usando fios de telefone para as cartas e bolinhas de isopor para os pontos.

Atividade 5:

1. Quando temos 8 símbolos por carta, qual deve ser o número de cartas e de símbolos? E quando temos 3 símbolos por carta?
2. Dado n símbolos por carta, quantas cartas passam por cada símbolo?
3. Quais são as quantidades de símbolos e de cartas em função da quantidade n de símbolos contidos numa carta?
4. O que você pode afirmar acerca das quantidades de cartas e de símbolos dado um n qualquer?

Atividade 6:

1. Com base no que você observou das atividades anteriores, seria fácil construir esse jogo para qualquer quantidade de símbolos por carta? O que você considera fácil ou difícil de fazer?

2. No nosso jogo temos 57 símbolos. Qual seria o primeiro passo na determinação das cartas?

Variação do Jogo: Jogo das Famílias

Atividade 7:

Outra forma de jogar seria através do jogo das famílias. O objetivo é montar a família de todas as cartas que contêm um mesmo símbolo.

Distribuímos as cartas entre os jogadores e sorteamos quem irá iniciar o jogo. O jogador que iniciar o jogo pede uma carta a outro de sua escolha, que deverá entregá-la caso atenha. O jogador pode continuar pedindo cartas a quem quiser até que não possa ser atendido. Ele então passa a vez para o jogador a quem pediu uma carta por último. O jogo continua até que algum jogador consiga montar uma família.

1. Jogue uma partida com os teus colegas.
2. Qual estratégia poderia ser usada para não revelar aos demais jogadores, a família que se pretende montar?

5. Referências

ALMEIDA,FRANCISCO RUI TAVARES *Geometria projetiva e desenho*. Disponível em:< http://www.ime.usp.br/~rui/form3.pdf>

DHANANJAY P.MEHENDALE *Finite Projective Planes*, Sir Parashurambhau College, Tilak Road, Pune 411030, Índia. < http://arxiv.org/ftp/math/papers/0611/0611492.pdf>

MARSHALL HALL, JR *The Theory of Groups*, Macmillan Company, New York.

MARSHALL HALL, JR *Uniqueness of The projective Plane which 57 points*, American Mathematical Society, 1953, vol 4,912-916.

MAXIME BOURRIGAN *Dobble et la gometrie finie*,<http://images.math.cnrs.fr/Dobble-et-la-geometrie-finie.html>

LINQUIST, M.M, SHULTE, A.P *Aprendendo e ensinando geometria*. São Paulo: Editora Atual, 1996. 308p.

POFFO, ELAINE MARIA *A resolução de problemas como metodologia de ensino: uma análise a partir das contribuições de Vygotsky*. Disponível em: http://www2.rc.unesp.br/gterp/?q=node/70. Acesso em: 30/03/2013.

SOARES, M. T. C, BERTONI, N. P. *Metodologia da resolução de problemas*. Disponível em: <http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_24/metodologia.pdf>. Acesso em: 08/03/2013