

## O USO DE MATERIAL DIDÁTICO MANIPULATIVO NO ENSINO DE COORDENADAS CARTESIANAS

*Lucas Alves Lima Barbosa*  
IFSULDEMINAS - Câmpus Inconfidentes  
lucaslima\_62@hotmail.com

*Magaly Marinello Souza*  
E. E. Francisco Ribeiro da Fonseca / IFSULDEMINAS - Câmpus Inconfidentes  
magaly-ms@hotmail.com

### **Resumo:**

Este trabalho consiste em relatar uma experiência de ensino realizada no segundo semestre de 2012, com alunos da primeira série do Ensino Médio de uma escola pública do sul de Minas Gerais, relacionada à localização de pontos no plano cartesiano. As atividades consistiram na construção de um plano cartesiano composto por tiras de papel e na localização de elementos com auxílio de um material didático feito de madeira - nomeado por nós de *réguas cartesianas* - arquitetado pela professora Magaly, coautora deste relato. Por meio de dados coletados em avaliações, expostos no último tópico deste artigo, pudemos comprovar a evolução dos alunos no que diz respeito a este conteúdo.

**Palavras-chave:** plano cartesiano; material didático manipulativo; Educação Matemática.

### **1. Introdução**

Os autores do presente trabalho fazem parte do subprojeto Matemática do PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência) do IFSULDEMINAS (Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais) - Câmpus Inconfidentes, sendo a professora Magaly Marinello Souza, uma das supervisoras envolvidas nas atividades do grupo, e o licenciando em Matemática, Lucas Alves Lima Barbosa, aluno bolsista do projeto. Após constatar que grande parte dos alunos dos primeiros anos do Ensino Médio da E. E. Francisco Ribeiro da Fonseca<sup>1</sup> - escola onde trabalha a primeira autora deste artigo - apresentava dificuldades relativas à localização de pontos no plano cartesiano decidiu-se, por bem, rever significativamente este conteúdo antes de trabalhar a construção de gráficos de funções. Foi então que realizamos, durante o segundo semestre de 2012, uma série de atividades que se distanciam um pouco do modelo do paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000), para que os alunos tivessem a

---

<sup>1</sup> Localizada na cidade de Ouro Fino-MG.

oportunidade de aprender, de fato, conceitos relacionados à localização de pontos no plano cartesiano<sup>2</sup>.

Avizinhava-se o momento de se trabalhar o conteúdo de gráficos da função afim e da função quadrática com as quatro turmas de 1º ano para as quais a professora Magaly lecionava. Ficou decidido, enquanto grupo do PIBID, que faríamos, antes de seguir com a matéria, uma avaliação diagnóstica com os alunos, na pretensão de verificar o conhecimento prévio que possuíam em relação à localização de pontos em um plano cartesiano. Na época, ficou acordado que, dependendo do diagnóstico obtido, nós retomariamos o conteúdo de pontos e coordenadas cartesianas já que, sem sombra de dúvidas, é inviável estudar funções sem saber realizar essa localização de forma tranquila. No entanto, essa retomada de conteúdo não seria feita da forma tradicional, isto é, por meio de uma aula expositiva seguida da resolução e correção de exercícios de fixação. Norteados pelos estudos efetuados nos encontros do PIBID, resolvemos que, para a tal revisão, lançaríamos mão de uma metodologia de ensino diferenciada, como veremos adiante, utilizando materiais didáticos manipulativos.

Foi nessa perspectiva que a professora Magaly, segunda autora deste trabalho, idealizou e produziu um material denominado *réguas cartesianas*, que tem por objetivo dinamizar e favorecer o ensino-aprendizagem de coordenadas no plano cartesiano. Porém, antes de tratarmos disto em detalhes, julgamos pertinente apresentar a atividade diagnóstica, já mencionada anteriormente, que nos levou a tomar a decisão de revisar o sistema cartesiano da forma proposta.

## 2. O diagnóstico

A atividade diagnóstica (Figura 1) foi constituída por três questões que tinham por objetivo verificar se os alunos: 1) Identificavam as coordenadas dos elementos localizados no plano cartesiano; 2) Representavam corretamente um par ordenado; 3) Localizavam os pontos em um plano cartesiano através de suas coordenadas; 4) Sabiam traçar um sistema de coordenadas cartesianas e 5) Identificavam o polígono encontrado a partir da união de pontos que, no caso, foi um pentágono.

---

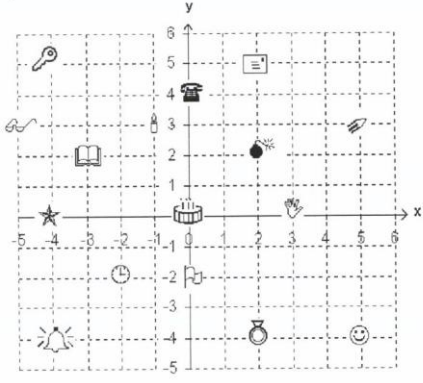
<sup>2</sup> Faz-se necessário ressaltar, antes de qualquer coisa, que foram os estudos realizados no âmbito do Pibid que geraram as ideias necessárias para a efetivação das atividades que aqui relatamos, pois, de fato, é por meio do grupo de estudos estabelecido no contexto deste programa que estamos conseguindo ter um contato mais direto com as tendências pedagógicas relativas à Educação Matemática.

E.E. Francisco Ribeiro da Fonseca  
Atividade Diagnóstica de Matemática – Localização de Pontos no Plano Cartesiano

Aluno(a): ..... n°: ..... 1º ano EM .....

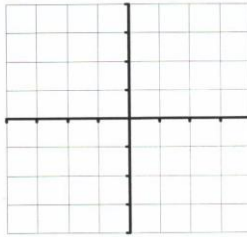
1) Observe o plano cartesiano e escreva os pares ordenados que dão a localização:

a) do sino .....  
b) da cara .....  
c) da vela .....  
d) da estrela .....  
e) do telefone .....  
f) da bandeira .....  
g) do bolo .....  
h) da mão .....  
i) do envelope .....



2) Complete o que falta no plano cartesiano e localize os pontos:

A (3,2)  
B (-3,1)  
C (-2,-3)  
D (1,-2)  
E (2, 0)  
F (-1, 0)  
G (0, 3)  
H (0, -4)



3) Trace um plano cartesiano, a seguir localize os pontos que correspondem aos pares ordenados abaixo:  
A(1,3) | B(4,0) | C(3,-3) | D(-1,-3) | E(-2,0)  
Para finalizar r ligue o ponto A ao B, o B ao C, e assim por diante, até ligar a E ao A. Qual foi a figura que apareceu?




Figura 1 - Atividade Diagnóstica.

Depois de aplicar a atividade diagnóstica mostrada acima nas quatro turmas, os resultados de cada questão foram organizados em tabelas, apresentadas no final deste trabalho. Atribuímos o valor 1 ao aluno que acertou a questão, 0,5 ao aluno que acertou parcialmente a questão e 0 ao aluno que errou a questão. Desta forma, conseguimos obter uma média percentual de acertos por aluno e uma média percentual de acertos da turma. Ao analisar os resultados deste levantamento percebemos, em média, que metade dos alunos de cada turma não identificavam as coordenadas de um ponto, não representavam corretamente os pares ordenados e não traçavam corretamente pontos no plano cartesiano. Alguns alunos apresentavam dificuldades até em posicionar os números inteiros na reta real (Figura 2).

Foi a partir deste indesejável diagnóstico que decidimos retomar o conteúdo de localização de pontos no plano cartesiano, utilizando, no entanto, uma metodologia diferenciada do tradicionalismo abarcado pela aula puramente expositiva. É nessa perspectiva que elaboramos uma sequência de quatro atividades pedagógicas, relacionadas

entre si, objetivando trabalhar o conteúdo de maneira significativa, como veremos nos próximos tópicos.

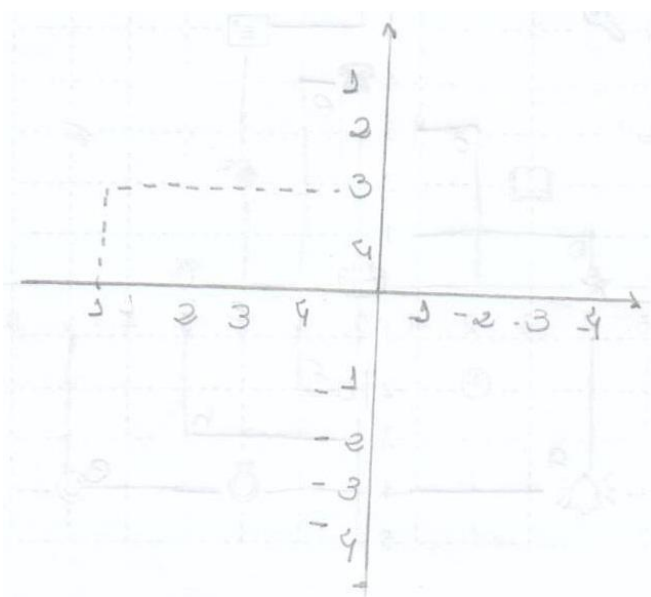


Figura 2 - Parte da atividade diagnóstica realizada por uma aluna do 1º ano A da E. E. Francisco Ribeiro da Fonseca

### 3. Primeira etapa da atividade: Construção de um sistema cartesiano

Foi distribuído a cada aluno um retângulo de papel medindo 17 cm de comprimento por 2 cm de altura, onde eles teriam que traçar um segmento de reta horizontal, de medida 17 cm, dividindo a altura deste retângulo ao meio. Com auxílio de uma régua, solicitamos que marcassem pontos neste segmento, espaçados entre si em 1 cm, e localizassem o centro do segmento, atribuindo a ele o número zero, para, a partir dele, marcar uma escala numérica onde os números inteiros positivos estariam à direita do zero e os inteiros negativos, à esquerda do zero. Em seguida, entregamos a todos um novo retângulo com as mesmas dimensões do anterior. Neste segundo retângulo eles tiveram que repetir os passos mencionados acima, mas agora concebendo a enumeração no sentido vertical.

Feito isto, solicitamos aos alunos que cruzassem as tiras de papel de modo que os zeros ficassem sobrepostos, formando assim um sistema cartesiano ortogonal. Fomos comentando então, fazendo menção ao material construído por cada um, que um sistema cartesiano ortogonal é formado por duas retas orientadas (eixos), representadas pelas tiras de papel enumeradas por eles, e identificadas pelas letras x e y, onde o eixo x é denominado “eixo das abscissas” e o eixo y é denominado “eixo das ordenadas”, e que

esses eixos são perpendiculares entre si, dividindo o plano em quatro regiões chamadas quadrantes, enumerados no sentido anti-horário (Figura 3).

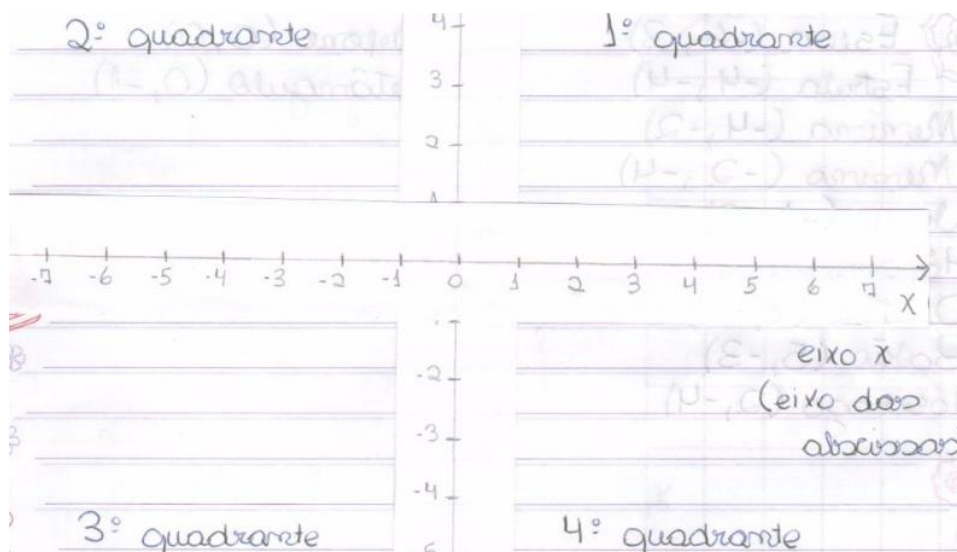


Figura 3 - Plano cartesiano montado por uma aluna 1º ano D da E. E. Francisco Ribeiro da Fonseca

#### 4. Segunda etapa da atividade: Localização de elementos em um plano cartesiano por meio do material didático *régua cartesiana*

Para esta etapa da atividade solicitamos que os alunos se organizassem em duplas. Para cada dupla fornecemos o material didático denominado *régua cartesiana*, idealizado pela professora Magaly, a partir das suas experiências com o ensino fundamental. O material em questão consiste em um bloco retangular feito de madeira, com as seguintes medidas: 37,5 cm de comprimento, 30 cm de largura e 3,5 cm de altura. Na parte superior do bloco retangular existe uma região rebaixada, onde podemos encaixar uma folha de papel A4, e na lateral existem frestas por onde deslizam duas régua de cores diferentes que podem percorrer os dois eixos. (Figura 4)

São nessas folhas A4 que estão impressos os elementos cujas coordenadas devem ser identificadas pelos alunos. Sendo assim, os alunos receberam uma folha (Figura 5) para encaixar no material e, com a ajuda de um retroprojetor, fomos perguntando aos alunos quais elementos pertenciam a cada um dos quadrantes e quais elementos estavam sobre o eixo das abscissas ou das ordenadas. Fomos escrevendo no quadro as respostas dadas por eles, estabelecendo assim um momento de discussão e participação de todos.



Figura 4 - Aluna manuseando o material didático

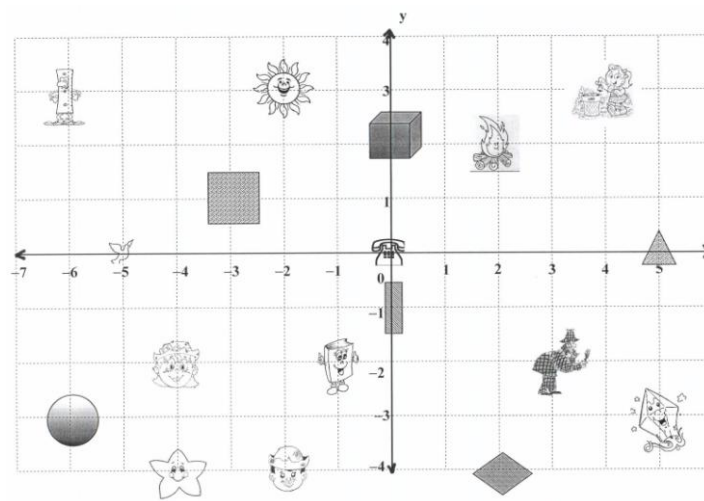


Figura 5 - Folha A4 acoplada ao material didático *Réguas Cartesianas*

A cada dupla foi entregue uma régua de cor amarela que deveria ser encaixada na fresta lateral do material com o propósito de deslizá-la sobre o eixo  $x$ . Foi neste momento que solicitamos que os alunos deslocassem a régua até um determinado elemento e estabelecessem a sua posição em relação ao eixo  $x$ . Por exemplo: “levar a régua até o *sol* e verificar que o valor correspondente ao eixo  $x$ , neste ponto, é  $-2$ ” ou “levar a régua até o *detetive* e verificar que o valor correspondente ao eixo  $x$ , nesse ponto, é  $3$ ”. Questionamos se havia mais de uma figura que correspondia a um mesmo valor no eixo  $x$ . A resposta foi afirmativa, pois, de fato, existiam elementos nessa condição, como por exemplo: o *cubo*, o *telefone* e o *retângulo*, que correspondiam ao zero. Neste momento foi levantada a seguinte questão: Se existe mais de uma figura correspondente ao mesmo valor em  $x$ , por que elas não estão no mesmo lugar? Realizando observações e reflexões deste tipo, fomos levando nossos alunos a compreender, com o riquíssimo auxílio do material didático, como

procedemos para marcar e identificar pontos de acordo com o sistema cartesiano.

Solicitamos então que deixassem a régua amarela encostada no canto do material e entregamos uma segunda régua, agora branca, que deveria ser encaixada na outra fresta lateral do material, com o objetivo de fazê-la deslizar sobre o eixo  $y$ . Prosseguimos adotando os mesmos passos, levando-os a posicionar a régua em uma determinada figura e questionando qual era o valor correspondente, agora em relação ao eixo  $y$ . Por exemplo: “levar a régua até o *quadrado* e verificar que o valor correspondente ao eixo  $y$ , neste ponto, é 1”. Neste momento (Figura 6), discutimos a respeito da necessidade de conhecermos dois valores, um em  $x$  e outro em  $y$ , para sabermos com precisão a posição de um objeto no plano cartesiano. Foi então que conversamos um pouco a respeito do que vem a ser um par ordenado, bem como da forma como ele é representado. Levamos nossos alunos a pensar que, se é um par, são dois valores e que se é ordenado, é por que tem uma ordem que deve ser levada em consideração, isto é, o primeiro elemento corresponde ao valor da abscissa e o segundo elemento ao valor da ordenada. Desta forma nossos alunos conseguiram entender que, se trocarmos os valores de ordem, a posição da figura não será a mesma no plano. Buscamos verificar, com o auxílio das réguas cartesianas, a posição de todas as figuras que se encontravam nesta situação: o *detetive*  $(3,-2)$  e o *sol*  $(-2,3)$ ; o *menino de chapéu*  $(-2,-4)$  e *menina de chapéu*  $(-4,-2)$ .

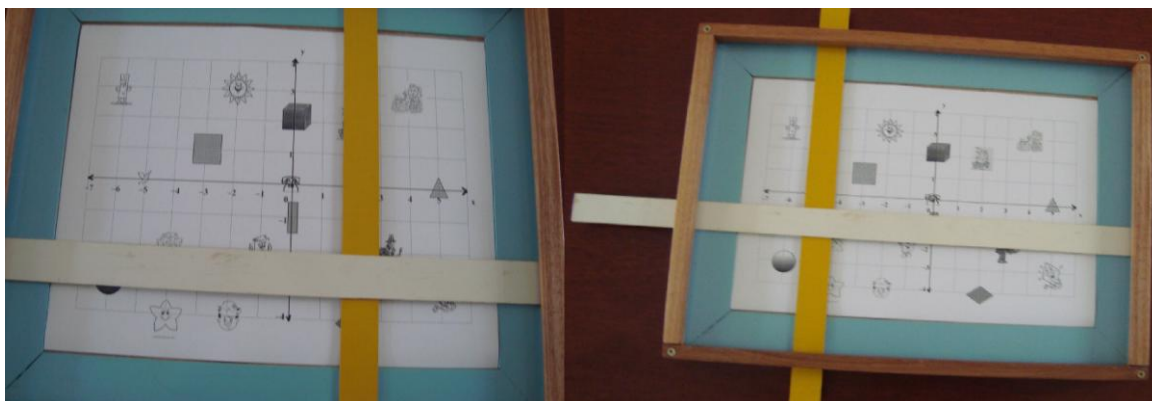


Figura 6 - Imagens demonstrando procedimentos ocorridos durante a 2ª etapa da atividade

Depois de conversarmos bastante sobre a localização de pontos, momento no qual cada um teve a chance de expor o que pensava e colocar em prova, com a ajuda do material em mãos, a veracidade do seu pensamento, solicitamos que todos anotassem em seus cadernos, da maneira aprendida, o par ordenado referente a cada figura da folha anexada ao material didático.

### **5. Terceira etapa da atividade: Localização de pontos em um plano cartesiano no intuito de formar polígonos.**

Esta etapa também foi realizada em duplas e o objetivo era que os alunos localizassem pontos no plano cartesiano e os concebessem como vértices de um polígono. Desta forma, entregamos a todos uma folha quadriculada onde estavam impressos os dois eixos cartesianos e solicitamos que completassem o que estava faltando no plano, exercício semelhante à segunda questão da atividade diagnóstica. Fomos passando na lousa as coordenadas cartesianas dos pontos que formavam cada polígono e, após a construção do mesmo, recordávamos o seu nome. Ao todo, os alunos desenharam seis polígonos em um mesmo plano: um losango, um hexágono, um retângulo, um quadrado e dois triângulos.

### **6. Quarta etapa da atividade: Construção de Planos Cartesianos**

Esta etapa final da atividade foi realizada individualmente, parte em sala de aula e parte como tarefa para casa. O objetivo era que cada aluno traçasse, em uma folha de papel fornecida pela professora, alguns planos cartesianos, e neles localizasse os pares ordenados estabelecidos previamente, a fim de formar polígonos. Neste instante discutimos a respeito do “tamanho” que iríamos representar este plano no papel, isto é, quais seriam os maiores valores positivos e negativos que deveríamos deixar demarcados no eixo das abscissas e no eixo das ordenadas. Levantamos esta questão levando em conta a experiência da professora Magaly já que, por meio do cotidiano escolar vivenciado, ela concluiu que muitos alunos apresentam esta dificuldade ao fazer uma atividade, pois, de fato, não sabem como melhor representar o eixo  $x$  e o eixo  $y$  em termos de comprimento. Juntos, fomos discutindo essa questão até chegarmos à conclusão de que, para traçar um plano utilizando o espaço disponível da maneira correta, basta apenas observar, nos pares ordenados dados, quais os valores (positivos e negativos) mais distantes do zero. Estes valores mais distantes serão os extremos de representatividade do plano e, por meio deles, podemos saber o “tamanho” dos eixos. Cada polígono foi desenhado em um plano cartesiano diferente, reafirmando o objetivo desta etapa que era levar todos a uma compreensão significativa referente à construção dos eixos, observando os maiores e menores valores a serem marcados. Ao todo foram construídos oito planos e, em cada um deles, foi traçado um polígono diferente.

### **7. Considerações Finais: o momento de verificação da aprendizagem**



Depois de feito todo este processo relatado anteriormente, aplicamos a mesma atividade diagnóstica, exposta no começo deste trabalho, mas agora como uma atividade avaliativa para, através da comparação, termos condições de analisar se ocorreu ou não uma evolução nos alunos. Apresentamos aqui as Tabelas 1, 2 e 3, referentes aos dados obtidos.

Tabela 1 - Dados referentes aos acertos da 1ª questão da atividade diagnóstica/avaliativa

TURMAS	ATIVIDADE DIAGNOSTICA					ATIVIDADE AVALIATIVA				
	A	B	D	F	Média entre as turmas	A	B	D	F	Média entre as turmas
1º quadrante (envelope)	46,2	23,3	58,3	57,7	46,4	88,5	68,6	92,3	76,7	81,5
2º quadrante (vela)	50,0	46,7	58,3	53,8	52,2	80,8	77,1	76,9	80,0	78,7
3º quadrante (sino)	46,2	83,3	87,5	76,9	73,5	100,0	91,4	96,2	96,7	96,1
4º quadrante (cara)	46,2	50,0	50,0	50,0	49,1	92,3	80,0	88,5	86,7	86,9
Abscissa positiva (mão)	46,2	40,0	50,0	34,6	42,7	80,8	77,1	84,6	83,3	81,5
Abscissa negativa (estrela)	30,8	26,7	54,2	38,5	37,6	84,6	65,7	65,4	80,0	73,9
Ordenada positiva (telefone)	46,2	30,0	41,7	50,0	42,0	88,5	65,7	84,6	76,7	78,9
Ordenada negativa (bandeira)	38,5	40,0	45,8	53,8	44,5	88,5	71,4	80,8	80,0	80,2
Origem do plano (bolo)	46,2	43,3	45,8	73,1	52,1	88,5	80,0	69,2	83,3	80,3
Média % de acerto por aluno	44,0	42,6	54,6	54,3	48,9	88,0	75,2	82,1	82,6	82,0
Representação do par ordenado	0,0	23,3	66,7	30,8	30,2	69,2	80,0	92,3	73,3	78,7

Tabela 2 - Dados referentes aos acertos da 2ª questão da atividade diagnóstica/avaliativa

TURMAS	ATIVIDADE DIAGNOSTICA					ATIVIDADE AVALIATIVA				
	A	B	D	F	Média entre as turmas	A	B	D	F	Média entre as turmas
1º quadrante (ponto A)	26,9	36,7	62,5	53,8	45,0	76,9	65,7	82,7	83,3	77,2
2º quadrante (ponto B)	30,8	50,0	79,2	42,3	50,6	69,2	60,0	71,2	76,7	69,3
3º quadrante (ponto C)	50,0	40,0	62,5	53,8	51,6	80,8	68,6	82,7	86,7	79,7
4º quadrante (ponto D)	34,6	36,7	75,0	50,0	49,1	76,9	65,7	82,7	83,3	77,2
Abscissa positiva (ponto E)	15,4	36,7	41,7	42,3	34,0	61,5	62,9	67,3	76,7	67,1
Abscissa negativa (ponto F)	19,2	16,7	41,7	30,8	27,1	53,8	57,1	67,3	73,3	62,9
Ordenada positiva (ponto G)	15,4	23,3	41,7	38,5	29,7	61,5	57,1	71,2	70,0	65,0
Ordenada negativa (ponto H)	23,1	20,0	50,0	34,6	31,9	57,7	57,1	71,2	66,7	63,2
Média % de acerto por aluno	26,9	32,5	56,8	43,3	39,9	67,3	61,8	74,5	77,1	70,2

Tabela 3 – Dados referentes aos acertos da 3ª questão da atividade diagnóstica/avaliativa

TURMAS	ATIVIDADE DIAGNOSTICA					ATIVIDADE AVALIATIVA				
	A	B	D	F	Média entre as turmas	A	B	D	F	Média entre as turmas
Traçado de um sistema de coordenadas cartesianas	32,7	38,3	66,7	65,4	50,8	63,3	72,9	80,8	86,7	75,9
Construção do pentágono	11,5	16,7	50,0	57,7	34,0	53,3	67,1	69,2	73,3	65,7

Analisando os dados expostos acima, temos condições de dizer que o avanço relativo ao conteúdo de pontos e coordenadas cartesianas é visível. Todas as salas tiveram, em todas as três questões, um considerável aumento nos acertos. Isto nos leva a concluir que a atividade desenvolvida surtiu efeitos positivos nos alunos, pois, de fato, eles passaram a entender e atribuir significados ao conteúdo que antes, como nos mostra os resultados do diagnóstico, não compreendiam. O que procuramos com as atividades aqui relatadas foi aproximar o aluno do conhecimento estudado. Isto por que acreditamos que somente desta maneira é possível estabelecer um ensino carregado de significância para o estudante. Considerando os resultados positivos obtidos por meio desta sequência de atividades, acreditamos que, enquanto professores ou futuros professores de matemática, devemos sempre lançar mão de recursos didáticos que coloquem o aluno no centro do processo de aprendizagem, o que é possível por meio do uso de materiais didáticos manipulativos, como procuramos evidenciar ao longo deste trabalho. Sendo assim, consideramos de grande importância que cada vez mais professores busquem inserir tais metodologias em suas práticas docentes, levando a todos a oportunidade de receber um ensino significativo.

## 8. Agradecimentos

À CAPES, agência financiadora do PIBID, ao Sr. Odair Marinello, pai da professora Magaly, que muito nos auxiliou na projeção e confecção das régua cartesianas, e às coordenadoras do PIBID no câmpus, Dra. Audria Alessandra Bovo, Ma. Melissa Salaro Bresci e Dra. Lidiane Teixeira, pelo incisivo apoio e dedicação às questões educacionais.

## 9. Bibliografia

IKIEZAKI, Iracema Mori; ONAGA, Dulce Satiko. **Para aprender matemática: 6ª série**. 2ª ed. São Paulo: Saraiva, 1990.

PAIVA, Manoel. **Matemática - Paiva**. 1ª ed. São Paulo: Moderna, 2009.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema**. Ano 13, n. 14, 2000.