COMO AS DISPUTAS ENTRE MATEMÁTICOS INFLUENCIARAM NO DESENVOLVIMENTO DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL E DAS SOLUÇÕES DAS EQUAÇÕES CÚBICAS

Caroline Lourenço Russo
Graduanda em Licenciatura em Matemática do campus de Caraguatatuba do IFSP
caroline.russo@hotmail.com

Ricardo Roberto Plaza Teixeira
Professor Doutor do campus de Caraguatatuba do IFSP
rrpteixeira@bol.com.br

Resumo:
O objetivo deste artigo é refletir sobre a importância da história da matemática na educação a partir da discussão a respeito da controvérsia que envolveu a solução da equação cúbica. Historicamente, dois matemáticos disputaram a primazia desta descoberta: Cardano e Tartaglia. Para o processo de aprendizagem é útil conhecer os caminhos tomados pelos matemáticos para desenvolver novos tratamentos para problemas emblemáticos do passado. A história da matemática permite que o aluno possa compreender o processo de criação do conhecimento, indo além do mero trabalho mecânico com as equações que são a ele apresentadas. Finalmente, ao analisar e comparar, na sala de aula, duas famosas controvérsias envolvendo rivalidades entre matemáticos (Cardano *versus* Tartaglia e Newton *versus* Leibniz), o professor pode discutir como a ética permeia toda e qualquer atividade humana e como o trabalho de construção de valores é realizado conjuntamente por todas as disciplinas escolares, inclusive pela matemática.

Palavras-chave: História da Matemática; Educação Matemática; Equações.

1. Introdução

Diversas pesquisas nas últimas décadas apontam que a utilização da História da Matemática na educação pode colaborar significativamente para a aprendizagem de conteúdos de matemática. Mas o trabalho pedagógico com a história da matemática deve ir muito além da mera transmissão de nomes, fatos e datas (D´AMBROSIO, 2003). Sendo assim, a criatividade na aprendizagem destes conceitos somente pode ser liberada utilizando-se de uma análise crítica a respeito da evolução do conhecimento de matemática que ocorreu ao longo da história. De modo mais amplo, a História da Ciência em geral é um excelente instrumento para “problematizar” o trabalho educacional com conteúdos e temas científicos. A referência feita anteriormente a uma “análise crítica” nos remete ao que significa criticar. Segundo Ana Maria Alfonso-Goldfarb (2004): “Criticar [...] quer dizer analisar os critérios (normas, regras, princípios) de alguma coisa”. Deste ponto de vista a História da Ciência é um instrumento bastante adequado para realizar uma crítica madura e estruturada à ciência. A História da Ciência permite, por exemplo, compreender que a ciência não evolui de forma linear e retilínea, mas que há muitos zigue-zagues, muitas idas e vindas erráticas, até que um certo conceito, lei ou ideia científica se estabeleça como dominante. A transição, muitas vezes abrupta, para um novo paradigma (ou modelo) científico é o que Thomas Kuhn (1998) denomina de Revolução Científica.

Assim sendo, podemos considerar que é a História da Ciência que fornece um sabor especial à ciência e à sua aprendizagem, dando sentido aos conceitos científicos que devem ser aprendidos: "Conhecer a ciência tem demonstrado ser uma enorme aventura intelectual. Conhecer a sua história constitui, muitas vezes, um gostoso garimpar nos rascunhos do passado vendo o quanto cada civilização se desenvolveu até um determinado estágio para poder enfrentar os desafios da natureza" (CHASSOT, 2004).

Mais especificamente, dentro da História da Ciência, uma área bastante promissora de pesquisa é aquela que procura estudar e desvendar o que há por trás das conhecidas rivalidades e controvérsias entre grandes cientistas. O estudo a respeito destes conflitos pode ser extremamente proveitoso em sala de aula para introduzir ou para refletir a respeito de diversos assuntos científicos específicos. Segundo Michael White (2003): "[...] Qualquer que seja a forma que assuma, e por mais que possa ser transfigurada pela sociedade em que atua, a rivalidade lá está, em todos os laboratórios, em qualquer canto do mundo e em qualquer época, mesclando-se com a 'busca da beleza', a transcendência e a necessidade de desnudar o mistério que motiva todo o esforço científico. A ciência de todas as eras e em todas as suas disciplinas é algo orgânico, algo muito humano". E algo bem humano - até pelo fato de envolver dinheiro, reconhecimento social, reputação, *status*, etc – é a questão a respeito da primazia e da prioridade: quem foi o primeiro a descobrir um determinado conhecimento científico! Na área da matemática talvez a maior controvérsia conhecida é sobre a rivalidade entre Newton e Leibniz a respeito de quem teria inventado o Cálculo Diferencial e Integral (WHITE, 2003). Porém existem outras rivalidades menos conhecidas, mas que podem ser utilizadas de maneira eficiente em termos educacionais em aulas de matemática.

A História da Matemática é utilizada em muitas situações para motivar uma "discussão sobre um certo objeto [matemático], seu significado e sua função" (CURY e MOTTA, 2008). Desta forma ela pode, de fato, tornar atraente muitos conteúdos de matemática que usualmente são "repelidos" pelos alunos como desinteressantes. Além disso, a História da Matemática é algo incentivado por muitos programas curriculares de ensino no Brasil e no mundo (GRIMBERG, 2008). O problema frequente é que o professor de matemática responsável por esta implementação, muitas vezes, não tem a formação adequada para esta inserção ou não tem acesso a materiais didáticos que propiciem um trabalho pedagógico orgânico com a história da matemática em sala de aula.

2. As equações quadráticas de Al-Khwarizmi

Segundo muitas evidências da história da matemática, a resolução de problemas envolvendo equações de segundo grau já era trabalhada por civilizações tão antigas quanto os babilônios, os egípcios e os gregos. Todavia, a resolução de equações de segundo grau está associada a Muhammad Ibn Musa Al-Khwarizmi que foi um matemático árabe que viveu no século IX. Ele era um generalista – como foram muitos dos que o precederam – que trabalhou na famosa biblioteca de Bagdá (também conhecida como "Casa da Sabedoria"), traduziu várias obras gregas e indianas para o árabe e escreveu livros sobre geografia, astronomia e matemática; seu livro de álgebra influenciou profundamente a evolução histórica da matemática. Deve-se a ele também a divulgação do sistema numérico hindu, que é o que usamos atualmente, o qual é conhecido como sistema de numeração decimal indo-arábico.

Sua obra *"O livro da restauração e do balanceamento"* introduz a noção de *"al-jabr"*(restauração) de onde se derivaria a palavra álgebra. Para Garbi (2010a): *"A obra de Al*

– Khwarizmi [...] exerceu grande influência sobre os matemáticos ocidentais até o início do Renascimento.”

A análise da evolução histórica de qualquer área de conhecimento – como é o caso do estudo das resoluções de equações – colabora significativamente para a aprendizagem efetiva dos conteúdos trabalhados em sala de aula. Portanto, apresentar fórmulas prontas e focar o processo de ensino apenas na resolução de exercícios pré-estabelecidos empobrece toda a riqueza da aprendizagem, pois não apresenta a ciência da forma como ela realmente foi estruturada ao longo da história.

Al-Khwarizmi, inicia o seu livro com uma discussão interessante sobre equações quadráticas (BERLINGHOFF e GOUVEA, 2009):

“Um quadrado e dez raízes dele são iguais a trinta e nove dirhems. *Quer dizer, quanto deve ser o quadrado, o qual, quando alimentado por dez de suas próprias raízes, é igual a trinta e nove?”*

Para compreender tal problema, pode-se denominar a incógnita em questão de x; é possível, portanto, chamar o seu “quadrado’ de x^2. Deste modo, uma “raiz desse quadrado” é próprio valor de x, e consequentemente dez raízes do quadrado é igual a 10x. Usando a notação moderna pode-se traduzir este problema como sendo igual à equação $x^2 + 10x = 39$. Como o simbolismo algébrico não havia sido inventado na época do auge da civilização árabe, os problemas eram apresentados por frases e palavras. A “receita” de como solucionar o problema é apresentada em seguida pelo próprio Al-Khwarizmi:

“A solução é a seguinte: você divide o numero de raízes por dois, o que, no caso presente, fornece cinco. Isso você multiplica por si mesmo; o produto é vinte e cinco. Some isso a trinta e nove; a soma é sessenta e quatro. Agora, tome a raiz disso, que é oito, e subtraia disso a metade do numero de raízes, que é cinco; o resto é três. Essa é a raiz do quadrado que você procurava; o próprio quadrado é nove.”

Recapitulando estes cálculos com os símbolos atuais, tem-se:

$$x = \sqrt{5^2 + 39} - 5 = \sqrt{25 + 39} - 5 = \sqrt{64} - 5 = 8 - 5 = 3$$

Ao analisarmos os cálculos podemos concluir que Al-Khwarizmi usou a seguinte regra para resolver $x^2 + bx = c$

$$x = \sqrt{[\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c]} - \frac{b}{2}$$

Pode-se observar que a principal diferença entre esse método e a fórmula moderna é que no último caso são consideradas ambas as raízes positivas e negativas. Mas a raiz quadrada negativa implica em um valor negativo para x. Como naquela época, os matemáticos não acreditavam na existência dos números negativos, a raiz positiva era a única que eles consideravam para a solução do problema. Outra diferença é que na fórmula tradicional de Baskhara o “–b” aparece na frente da fórmula da solução, porém, como isso implica em um número negativo, ele prefere colocá-lo no fim, admitindo assim somente a existência de uma mera subtração. Finalmente, ele escreve a equação com o c depois do sinal de igualdade, enquanto hoje em dia esta equação é geralmente escrita como $x^2 + bx - c = 0$.

Passando o "–b" para o início do segundo membro da equação, acrescentando $\pm$ à raiz, lembrando do sinal de c e executando um pouco de álgebra, a fórmula de Al-Khwarizmi se transforma na moderna fórmula de Baskhara :

$$x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4c}}{2}$$

É importante lembrar que nela não aparece o coeficiente "a" referente ao termo quadrático em x devido ao fato de que Al-Khwarizmi estava considerando um quadrado único o que implicava que a = 1. Os matemáticos que escreveram sobre equações quadráticas após Al- Khwarizmi, sempre o tomaram como base.

Ao iniciar o século XVII, matemáticos chegaram à conclusão que podiam usar letras para representar números: este foi o início da álgebra como ela é conhecida hoje. A convenção atual é de que as letras do começo do alfabeto servem para designar números conhecidos (coeficientes) e as letras do final do alfabeto servem para denotar números desconhecidos (incógnitas). Esta diferenciação entre coeficientes e incógnitas é importante ser feita quando um professor está trabalhando com conteúdos de álgebra com seus alunos.

Thomas Harriot e René Descartes concluíram que era mais cômodo escrever todas as equações como alguma coisa igual a zero (BOYER, 2010). A vantagem decorreria do fato de que casos do tipo $ax^2 + bx = c$ e $ax^2 + c = bx$ seriam casos especiais da equação $ax^2 + bx + c = 0$ cuja solução geral pode ser escrita como:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3. A polêmica das equações cúbicas

A partir de Al-Khwarizmi, os matemáticos cada vez mais se aventuraram no campo, até então inexplorado, das equações de graus maiores que 2, mas até meados do século XVI não existiam soluções conhecidas para equações cúbicas gerais. Foi somente com a publicação do livro *Ars Magna* por Girolamo Cardano em 1545 que esta resolução ficou conhecida popularmente: esta data é então uma espécie de divisor de águas na história da matemática. É interessante notar que aproximadamente na época em que novos continentes estavam sendo descobertos ampliando os conhecimentos de geografia da humanidade, na área de matemática "novos continentes" também estavam sendo descobertos e desbravados: este foi o caso do estudo das soluções de equações de grau maior que dois.

As fórmulas de Cardano-Tartaglia são utilizadas para a solução de equações cúbicas (equações do terceiro grau) reduzidas. Para compreender a sua gênese é importante conhecer os personagens históricos envolvidos neste processo.

Nicolo Fontana de Brescia nasceu no norte da Itália em 1500 e faleceu em 1557. Durante uma invasão de tropas francesas na sua cidade natal de Brescia, ainda garoto, foi ferido gravemente e seu rosto ficou tragicamente desfigurado por golpes de sabre, o que motivou-o a usar de uma grande barba durante toda a sua vida; como ele também tinha grandes dificuldades na fala, ficou conhecido por Tartaglia (*tartaglia* significa gago em italiano). Mesmo com todas as dificuldades advindas da sua pobreza, ele conseguiu se tornar um matemático por autoformação, pois era um autodidata (GARBI, 2010b).

Girolamo Cardano nasceu em Pávia , também norte da Itália, em 1501 (um ano após o nascimento de Tartaglia), e faleceu em 1576. Formou-se médico, matemático, filósofo e astrólogo. Realizou um doutoramento em Medicina (1525), área na qual ficou conhecido pela sua competência, conseguindo curar um grande número de pessoas e ganhando, deste modo, fama pela Europa (GARBI, 2010b).

É possível portanto notar as diferenças significativas existentes nas vidas e nas personalidades dos dois matemáticos envolvidos na contenda a respeito da solução das equações cúbicas, Tartaglia e Cardano.

Tartaglia, em certo momento de sua vida, foi desafiado para uma competição por Antonio Maria Fiore que sabia como resolver equações cúbicas do tipo $x^3+ cx=d$, pois Scipione Del Ferro, que era professor de matemática da Universidade de Bolonha, o havia ensinado. Por sua vez, Tartaglia sabia resolver equações cúbicas da forma $x^3+bx^2= d$. O ponto fundamental aqui é que estas últimas equações podem ser reduzidas às equações do tipo das que Fiore sabia resolver, mas o inverso não ocorre. Ao chegar o momento do duelo, Tartaglia conseguiu resolver todos os problemas propostos, o que não ocorreu com Fiore (BOYER, 2010).

Após esse fato, Tartaglia se tornou conhecido e chamou a atenção de Cardano, que ao prometer segredo, conseguiu obter a fórmula da solução da equação cúbica. Cardano acabou por publicá-la em seu livro *Ars Magna* e, por isso, foi acusado de falta de ética. Cardano se defendeu argumentando que originalmente tinha sido Scipione Del Ferro o descobridor original desta solução.

Uma das vantagens de apresentar ao aluno a história de como o conhecimento matemático foi produzido é poder mostrar toda a humanidade existente por trás de uma simples equação. Isto, em certo sentido, desnuda o caráter humano – para o bem e para o mal – daqueles que foram considerados grandes cientistas, evidenciando o modo como pensavam e as situações muitas vezes estressantes pelas quais passaram para que uma dada fórmula fizesse um mínimo de sentido e resolvesse um problema a ele exposto.

Uma consequência inesperada de todo este processo histórico foi a descoberta de que apenas o campo real não é suficiente para o estudo da álgebra (BOYER, 2010): portanto, em certo sentido, os números complexos, com sua parte ‘imaginária’, remontam aos estudos de Girolamo Cardano (1501-1576) e Nicolo Trataglia (1500-1557) (FARIAS, 2010).

4. Analogias entre as contendas Cardano *versus* Tartaglia e Newton *versus* Leibniz

O primeiro capitulo do livro “*Rivalidades Produtivas”* (WHITE,2003), que discorre acerca da rivalidade entre Newton e Leibniz, permite um paralelo interessante para refletir acerca das disputas que muitas vezes ocorreram entre dois (ou as vezes mais) grandes cientistas pela autoria de uma determinada descoberta. Uma pergunta que frequentemente surge de forma ingênua é: Quem está certo e quem está errado? Na verdade, do ponto de vista educacional, o mais importante não é fazer um juízo de valor, mas sim de utilizar a controvérsia como um “detonador” de discussões úteis para compreender a maneira como a ciência evolui e é construída historicamente.

A disputa entre Newton e Leibniz envolveu basicamente a questão acerca de quem teve a primazia na descoberta ou invenção do cálculo diferencial e integral. Tudo começou quando Leibniz publicou um artigo com seus avanços no campo do Cálculo que tinha sido desenvolvido concomitantemente por Newton. Uma verdadeira guerra, que se arrastou durante anos, foi travada entre os dois matemáticos em torno da questão sobre quem teria sido o primeiro a desenvolver o Cálculo. O mérito acerca da decisão na época foi dado a Newton que era inglês e tinha uma grande influência sobre a maior sociedade científica da época, a britânica Royal Society. Só após muitos anos, no começo do século XIX, foi reconhecido que os dois chegaram simultaneamente e independentemente aos avanços matemáticos do Cálculo que cada um reivindicava como sendo exclusivamente seu (WHITE, 2003).

Esse conflito entre eles não teve consequências apenas filosóficas ou diplomáticas. Uma outra consequência interessante foi, por exemplo, o desenvolvimento da ideia do que deve ser um artigo científico: um trabalho que deveria conter referências claras e explícitas acerca do que havia já sido publicado anteriormente e que deveria receber pareceres de avaliação dos pares do autor antes de poder ser publicado (HELLMAN, 1999).

É possível hoje notar as diferenças existentes entre o Cálculo de Newton e o do Leibniz. Newton publicou seus resultados em uma linguagem muito complexa que poucos entendiam; talvez um dos motivos fosse o fato de viver muito isoladamente. Disto decorreu o fato de que não se importava com construir o Cálculo em uma linguagem fácil e acessível. Pelo contrário, Newton em certo sentido redigiu sua obra usando uma linguagem bem complexa. Talvez o raciocínio implícito fosse o de que quanto mais difíceis fossem suas notações, menos pessoas que detinham “conhecimentos superficiais de matemática” o atormentariam; este modo de pensar (“Matemática é para poucos, não para todos”), que permeia o pensamento de muitas pessoas mesmo hoje em dia, sobretudo de muitos matemáticos e professores de matemática, provavelmente está na raiz de muitos problemas que surgem no processo de ensino da matemática. Por outro lado, Leibniz por conviver mais frequentemente e abertamente com outros matemáticos e cientistas da sua época, usava uma linguagem muito mais fácil por desejar que suas ideias matemáticas fossem universalmente compreendidas; Leibniz em certo sentido estava mais comprometido com a ideia de que todo pesquisador deve tornar público, da forma mais acessível possível, o conhecimento que produz. Por esse motivo, a notação de Leibniz é utilizada até os dias de hoje e é reconhecida como padrão na matemática moderna (WHITE, 2003).

Nos dois casos (Cardano *versus* Tartaglia e Newton *versus* Leibniz), há aparentemente uma questão ética muito forte envolvida que está relacionada ao problema de definir a primazia de uma descoberta. Nos dias de hoje, a primazia associada ao primeiro que propôs uma nova ideia tem inclusive desdobramentos legais e financeiros, como fica evidenciado por todo o debate que geralmente ocorre acerca da legislação sobre direitos autorais e sobre patentes. No primeiro caso citado, pode-se associar a querela à ética mais no âmbito pessoal, já que uma promessa de sigilo feita por Cardano a Tartaglia foi quebrada e as fórmulas reveladas por Tartaglia foram publicadas no livro *Ars Magna* de Cardano, com a desculpa de que Scipione Del Ferro já havia descoberto a solução para equações cúbicas antes do próprio

Tartaglia. O objetivo deste artigo não é fazer um juízo de valor, mas a alegação de comportamento antiético feita por Tartaglia a Cardano, por publicar fórmulas que não eram de sua autoria, deve ser no mínimo relativizada pelo fato de que Tartaglia não foi reconhecidamente o primeiro a encontrar tais soluções. Este feito, segundo as evidências que existem atualmente, deve-se a Scipione Del Ferro. Portanto a contenda entre os dois não está associada na verdade à questão de quem descobriu em primeiro lugar a solução das equações cúbicas, mas sim à questão de quem publicou (tornou pública) primeiro estas soluções. Além disso, pode-se também questionar em termos éticos, a própria vontade de quem deseja manter em segredo uma descoberta que pode colaborar com o desenvolvimento da ciência e, em última análise, com o desenvolvimento da humanidade. Esta é também uma questão política e muito atual.

Newton possuía uma personalidade muito forte – e inclusive arrogante, como consideram diversos analistas de sua obra – e chegou inclusive a demonstrar que era da opinião de que só havia lugar para um cientista iluminado em cada época. Talvez devido a este fato, consciente ou inconscientemente, ele não admitia que outro matemático poderia também ter chegado ao Cálculo, ainda mais um matemático que não era inglês! Newton acusou Leibniz de plágio, porém isso parece muito improvável, já que as evidências históricas sugerem que Leibniz não tinha conhecimento da existência de outras pesquisas na mesma área em que trabalhava e, muito menos, de que Newton era quem estava realizando estes desenvolvimentos matemáticos.

5. Considerações Finais

Ninguém parte totalmente do zero. É do próprio Newton a célebre declaração: “Se enxerguei mais longe, é porque estava sobre ombros de gigantes”. Ou seja, toda grande descoberta científica ou matemática é tributária da sua época. O cálculo diferencial e integral que foi descoberto / inventado concomitantemente por Newton e Leibniz esteve de certo modo quase a ponto de ser descoberto por Arquimedes cerca de dois milênios antes deles. Isto acabou não acontecendo porque, devido a vários fatores, na Grécia antiga não existiam as condições necessárias, o aparato intelectual (pré-requisitos) e as demandas sociais e econômicas para que o desenvolvimento precoce deste campo da matemática acontecesse.

Todo este raciocínio – estruturado a partir de conhecimentos de matemática e de história da matemática – é fundamental para a educação matemática, pois ao analisar a forma como os conceitos e teorias se desenvolveram, o educando pode compreender melhor diferentes características e desdobramentos dos conteúdos que estão sendo ensinados. Além disso, o conhecimento acerca dos caminhos tortuosos pelos quais a matemática evoluiu historicamente possibilita que os alunos tenham uma melhor compreensão a respeito de como as grandes ideias da ciência foram estruturadas e reconhecidas social e intelectualmente. Finalmente, ao “penetrar” no terreno pantanoso das controvérsias e das querelas entre cientistas, o professor pode iniciar discussões relevantes acerca de valores e de princípios éticos, bem como refletir acerca de quão importante é (ou deveria ser) para a ciência a questão da primazia acerca do primeiro a chegar a um novo conhecimento.

Determinar a momento exato (dia, hora, minuto e segundo) em que alguém fez uma descoberta científica parece impossível, até porque estas descobertas são muito mais que ideias instantâneas: são na verdade corpos de conhecimentos articulados que vão amadurecendo e se constituindo aos poucos, na mente daqueles que as estão criando.

Muitas ideias parecem esperar a sua época para se constituir. Então, quase que como se estivessem maduras, surgem às vezes simultaneamente na cabeça de dois (ou mais) cientistas ao mesmo tempo. Talvez um dos exemplos mais célebres é a concepção da Teoria da Evolução pela Seleção Natural que foi desenvolvida independentemente por Darwin e Wallace. As ideias muitas vezes parecem esperar o seu próprio tempo para terem condições de se estruturar e amadurecer.

A contribuição de Tartaglia e Cardano (bem como de Del Ferro) para o descobrimento das soluções das equações cúbicas, foi talvez a maior já feita na sua área desde que os babilônios, cerca de quatro milênios antes, descobriram como resolver algumas equações quadráticas. Conhecer todo o contexto e mesmo a polêmica que permeou estes desenvolvimentos matemáticos pode se tornar um excelente estímulo para o processo de ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos, pois pode motivar os alunos para conhecer melhor a forma como evoluem os conceitos matemáticos e científicos, atraindo inclusive aqueles estudantes que usualmente demonstram resistências para a aprendizagem da Matemática.

6. Referências

ALFONSO-GOLDFARB, Ana Maria. **O que é ciência**. São Paulo: Brasiliense, 2004.

BERLINGHOFF, Willian P.; GOUVEA, Fernando Q. **A matemática através dos tempos** São Paulo: Bluncher, 2009.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. São Paulo: Blucher, 2010.

CHASSOT, Attico. **A ciência através dos tempos**. São Paulo: Moderna, 2004.

CURY, Helena Noronha e MOTTA, Carlos Eduardo Mathias. **História e estórias da matemática: Uma entrevista com Heron nos dias atuais**. Em: *História e Tecnologia no Ensino da Matemática – Volume II* (orgs.: Carvalho, L. M. *et al*.). Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008.

D´AMBROSIO, Ubiratan. **Um enfoque transdisciplinar à Educação e à História da Matemática**. Em: *Educação Matemática – Pesquisa em movimento* (orgs.: Bicudo, M. A. V. e Borba). São Paulo: Cortez, 2003.

FARIAS, Robson Fernandes de farias. **Para gostar de ler a História da Matemática**. Campinas, SP: Editora Átomo, 2010.

GARBI, Gilberto Geraldo. **A rainha das ciências**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010a.

GARBI, Gilberto Geraldo. **O romance das equações algébricas.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010b.

GRIMBERG, Gérard E. **História da Matemática e Educação Matemática**. Em: *História e Tecnologia no Ensino da Matemática – Volume II* (orgs.: Carvalho, L. M. *et al*.). Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008.

HELLMAN, Hal. **Grandes Debates da Ciência: dez das maiores contendas de todos os tempos.** São Paulo: Editora UNESP, 1999.

KUHN, Thomas. **A estrutura das revoluções científicas**. São Paulo: Perspectiva, 1998.

WHITE, Michael. **Rivalidades produtivas**. Rio de Janeiro: Record, 2003.