

COMO ALUNOS DO TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO COMPREENDEM OS CONCEITOS DE DERIVADA E DE INTEGRAL COM O USO DE UM CAS ONLINE?

Leozart da Silva Matos

Universidade Federal de Juiz de Fora – UFJF

leozartmatos@hotmail.com

Resumo:

Este trabalho apresenta uma síntese de uma pesquisa qualitativa ora em desenvolvimento cujo propósito é investigar como alunos do terceiro ano do ensino médio compreendem o conceito de derivada e de integral. Os participantes tem à disposição o CAS (Computer Algebra System) GeoGebra e o CAS online WolframAlpha, ambos com licenças de uso livres, como suporte para as manipulações algébricas e algorítmicas. O estudo está sendo conduzido metodologicamente como um *experimento de ensino* orientado pelo referencial teórico *Imagem do Conceito e Definição do Conceito*. O trabalho de campo está em andamento, mas um piloto já realizado sugeriu que os participantes operam com desenvoltura os CAS, porém demonstram dificuldades em analisar unidades de grandezas e em compreender a ideia de taxa de variação instantânea.

Palavras-chave: Cálculo; Tecnologia; GeoGebra; WolframAlpha; Experimento de Ensino.

1. Introdução

O título do trabalho aqui apresentado é a questão norteadora de uma pesquisa que está em desenvolvimento no programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática de Universidade Federal de Juiz de Fora.

O Cálculo Diferencial e Integral é uma disciplina de grande importância com aplicação nas engenharias, Física, Química, Economia, Ciências Biológicas, além da própria Matemática. Geralmente, é uma disciplina de início de curso, muitas das vezes, lecionada logo no primeiro período.

O Cálculo também é conhecido como um dos maiores reprovadores do ensino superior e vários trabalhos em Educação Matemática estão sendo realizados de forma a entender o porquê de tanta reprovação.

Neste sentido, me propus a pesquisar como estudantes do Ensino Médio compreendem os conceitos de derivada e de integral numa proposta onde os significados prevalecem sobre a técnica, o que configura uma abordagem distinta da desenvolvida tradicionalmente nos cursos de Cálculo. A difícil transição de grande número de egressos do ensino médio para a universidade, bem como minha atuação e experiência como professor de Matemática nesse nível de ensino despertou meu interesse para localizar minha investigação no contexto do terceiro ano.

Algumas escolas, por exemplo, o Coluni (Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Viçosa) trazem em suas ementas de Matemática do terceiro ano de ensino médio os tópicos limite e derivada, mas esses casos são exceções, apesar de que:

Uma introdução ao Cálculo Diferencial e Integral fez parte do currículo das escolas no Brasil por duas vezes. Segundo Carvalho (1996), a primeira em 1891, com a reforma proposta por Benjamim Constant no início da República e uma segunda vez, no governo de Getúlio Vargas, na Reforma Capanema, em 1942, constando do currículo escolar oficialmente até 1961. (DOMINGUINI et.al. p.3, 2011)

2. Referencial teórico-metodológico

Na pesquisa, estamos interessados em investigar como os alunos do terceiro ano ensino médio compreendem o conceito de derivada e integral. Dessa forma, nada mais natural que desenvolver uma pesquisa qualitativa.

A abordagem escolhida foi orientada pelo conceito de Experimento de Ensino, conforme proposto por Steffe e Thompson(2000). Segundo os autores, o objetivo é analisar como os alunos raciocinam, o que dizem e o que fazem quando se envolvem em uma atividade matemática.

Os elementos de um experimento de ensino são as atividades desenvolvidas e aplicadas pelo pesquisador, um ou mais estudantes, uma testemunha e um método de gravação.

As atividades serão desenvolvidas em duplas. O objetivo é que os alunos interajam num processo gerador de discussões, de análises e comentários sobre as atividades em questão.

Durante o desenvolvimento das atividades piloto tenho usado um caderno de notas para registrar qualquer fato que no momento julgue importante e que posteriormente possa ser esquecido, mesmo tendo um método de gravação. Este método será o vídeo. Com ele será possível registrar simultaneamente o desenvolvimento das tarefas e toda expressão corporal e facial dos alunos. Após cada atividade, será feita uma entrevista com a dupla.

Para dar suporte à pesquisa usaremos o referencial Imagem do Conceito e Definição do Conceito de Tall e Vinner. As análises serão feitas de forma a comparar as imagens dos conceitos de derivada e integral desenvolvida pelos alunos durante as atividades com as definições dos conceitos de derivada e de integral.

3. As atividades

As atividades foram desenvolvidas para serem realizadas em quatro encontros. No primeiro momento todos os alunos estiveram no laboratório de informática e nos demais cada dupla, separadamente, fizeram as atividades.

No primeiro encontro, os participantes exploraram algumas das potencialidades da sintaxe do software WolframAlpha e Geogebra, que os auxiliaram na construção de gráficos, no cálculo de derivadas e integrais e em outras manipulações algébricas

No segundo encontro, foram aplicadas atividades de derivadas com foco na taxa de variação. Foram atividades sobre taxa de variação constante, taxa de variação média até chegar à taxa de variação instantânea. A definição da derivada foi apresentada com a ideia intuitiva do limite, sem defini-lo.

Exemplo: Atividade 3 - Derivada

O custo, em reais, da produção de x unidades de certa mercadoria, é $C(x) = 5000 + 10x + 0,05x^2$. Com base nessas informações:

a) Complete a tabela:

x_0	$C(x_0)$	x	$C(x)$	$\Delta C / \Delta x$
100		150		
100		120		
100		110		
100		105		

100		101		
-----	--	-----	--	--

b) Utilize o aplicativo GeoGebra -Atividade3 para analisar o gráfico de $C(x)$.

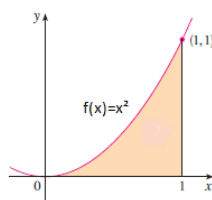
c) O que significa $\frac{\Delta C}{\Delta x}$ em cada intervalo? Qual é a unidade de $\frac{\Delta C}{\Delta x}$?

d) Como está variando o custo de produção quando $x=100$ unidades?

No terceiro encontro foram aplicadas as atividades de integrais com ênfase no cálculo de áreas. Foram atividades em que o aluno calcula áreas conhecidas até chegar numa área da qual não saiba calcular com seus conhecimentos de geometria. Neste ponto apresentou-se a necessidade de uma nova ferramenta, a integral, e com um applet do GeoGebra apresentou-se o dinamismo da aproximação de áreas de retângulos sob a curva., para induzir a ideia intuitiva de limite de uma soma de áreas convergindo para a área (líquida) sob uma dada curva. A partir daí, quando necessário, utilizou-se o CAS WolframAlpha para o calculo das integrais e construções gráficas

Exemplo: Atividade 4 - Integral

Como calcular a área do gráfico abaixo?



Para auxiliar na análise, use o software GeoGebra e desenvolva a atividade.

a) Faça variar n na figura. O que significa o valor de a que aparece abaixo do gráfico?

b) Descreva o que acontece quando fazemos aumentar o valor de n .

(c) Faça variar m na figura. O que significa o valor de b que aparece abaixo do gráfico?

d) Descreva o que acontece quando fazemos aumentar o valor de m .

e) Qual é a relação entre a área do gráfico e os valores a e b ?

f) Descreva, caso seja possível, uma maneira de fazer os valores da área do gráfico, a e b serem iguais.

g) Usando o WolframAlpha, calcule integral $f(x)=x^2$, de $x=0$ até $x=1$.

No quarto encontro estão sendo aplicadas atividades sobre o Teorema Fundamental do Cálculo relacionando o Cálculo Diferencial e o Cálculo Integral. Um destaque importante está no fato de que sempre que possível uma atividade apresenta uma representação algébrica, gráfica, tabular ou dinâmica. Outro ponto relevante é que as atividades são contextualizadas e interdisciplinares com conteúdos de Física, Biologia e Economia.

4. As tecnologias informáticas

Na tentativa de apresentar novas possibilidades para auxiliar no desenvolvimento de um aluno é imprescindível o uso das tecnologias da informação e comunicação, as TIC's. Como destaca Borba (2011, p.3), “as possibilidades de investigação e experimentação propiciada por essas mídias podem levar estudantes a desenvolverem suas ideias a ponto de criarem conjecturas, validá-las e levantar subsídios para a elaboração de uma demonstração matemática”.

Principalmente no ensino superior, onde o nível de abstração matemática é elevado, a integração das tecnologias informáticas nos processos de ensino e de aprendizagem é uma opção que tem sido cada vez mais explorada pelas pesquisas em Educação Matemática. Para Tall (2000, p.212), “Ambientes de computador são particularmente valiosos na experimentação encorajadora que ajuda, antes de qualquer teoria formal ser desenvolvida, dar um sentido de um dado fenômeno e sugere que tipo de propriedades estão envolvidos.”

Na pesquisa serão utilizados os seguintes sistemas: WolframAlpha e Geogebra.

De acordo com o site do Instituto GeoGebra¹ do Rio de Janeiro, o GeoGebra é um software gratuito de matemática dinâmica desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário). O GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si.

Na pesquisa, o GeoGebra será usado para dar dinamismo às situações em que a ideia de limite é fundamental, tais como, na taxa de variação instantânea e na soma de infinitos retângulos para o auxílio no cálculo de áreas.

¹ www.geogebra.im-uff.mat.br/

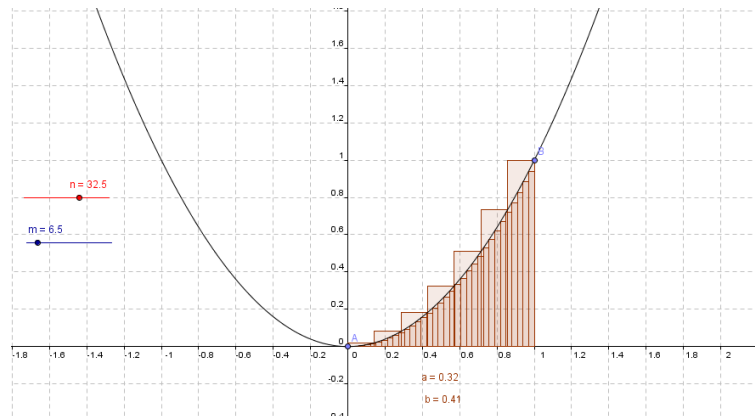


Figura 1: Gráfico GeoGebra– Atividade 4

Como é apresentado em seu site², o WolframAlpha tem por objetivo de longo prazo fazer com que todo o conhecimento sistemático imediatamente computável esteja acessível a todos. Além de suas qualidades para as construções gráficas e para a manipulação algébrica, é uma potencial fonte de pesquisa.

Na investigação, está sendo usado para realizar todos os tipos de gráficos e de cálculos. Sabemos que o GeoGebra também tem condições de resolver estas tarefas, mas o WolframAlpha mostrou-se mais eficaz pela sintaxe flexível, pela riqueza de informações e pela interação que o programa tem com um aluno, quando este realiza um comando.

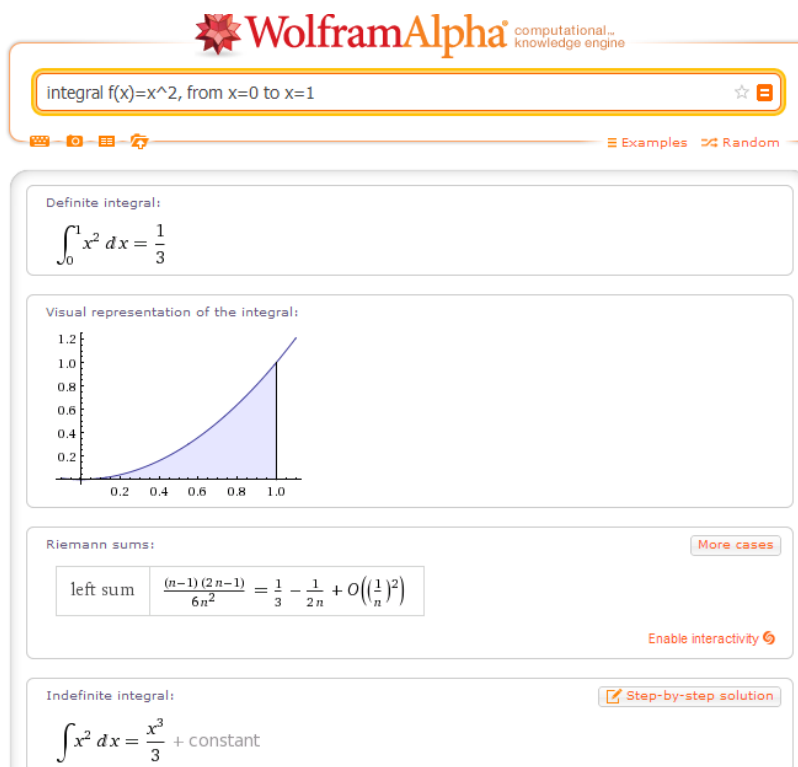


Figura2: Imagem do WolframAlpha que será desenvolvida na atividade 4 de integral

² <http://www.wolframalpha.com/>

5. Considerações finais

O trabalho de campo está em andamento, mas um piloto já foi realizado com cinco alunos do terceiro ano, divididos em um grupo de dois e outro de três. O desenvolvimento desse piloto foi muito proveitoso, pois auxiliou no refinamento das atividades e, principalmente, no aprimoramento da logística necessária para execução dos trabalhos de campo. Uma análise preliminar desse desenvolvimento sugere que os participantes operam com desenvoltura os CAS, porém demonstram dificuldades em analisar unidades de grandezas e em compreender a ideia de taxa de variação instantânea.

6. Agradecimento

Ao Professor Doutor Antônio Olímpio Júnior meus sinceros agradecimentos pela paciência, compreensão, orientação e revisão não apenas neste trabalho, mas em toda pesquisa.

7. Referências

BORBA, M. C. *Educação Matemática a Distância Online: Balanço e Perspectivas*. XIII CIAEM-I ACME, Recife, Brasil, 2011.

STEFFE, L. P., THOMPSON, P. W. *Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements*. Research design in mathematics and science education. p. 267- 307, Hillsdale. NJ: Erlbaum, 2000.

TALL, D. *Cognitive Development in Advanced Mathematics Using Technology*. Mathematics Education Research Journal, Vol.12(3), p.196-218, 2000.

TALL, D.; VINNER, S. *Concept image and concept definition with particular reference to limits and continuity*. Educational Studies in Mathematics, 12(2), p.151-159, 1981.