

ALGEBRIZAÇÃO: REFLEXÕES SOBRE UMA PRÁTICA

Cássia de Souza Santos
Universidade Federal de Alfenas
cassiaunifal@yahoo.com.br

Andréa Cardoso
Universidade Federal de Alfenas
andrea74@uol.com.br

Michele Maciel Sacramento
Universidade Federal de Alfenas
michele_macielsacramento@hotmail.com

Resumo: Diante das dificuldades enfrentadas por estudantes do ensino fundamental em relação à álgebra, especificamente na compreensão de incógnitas, variáveis e resolução de equações do primeiro grau, este trabalho apresenta uma proposta de ensino utilizando uma balança para visualização dos conceitos algébricos. A intervenção teve excelente aceitação e este trabalho demonstra a potencialidade do uso de materiais manipuláveis para o ensino de equações.

Palavras-chave: Ensino de álgebra; resolução de equações; material manipulável.

1. Introdução

A álgebra e o domínio de seus métodos algébricos são importantes tanto para o desenvolvimento do pensamento lógico-dedutivo como ferramentas para a resolução de diversos tipos de problemas mediante a utilização de equações, inequações, expressões, polinômios e funções. Contudo, a álgebra é considerada uma das principais fontes de dificuldade enfrentadas em todos os níveis de ensino, devido à má compreensão de seus significados. Desta forma, é necessário desenvolver o pensamento algébrico por meio de processos onde o foco na linguagem não deva ser a única manifestação, assim como a manipulação algébrica mecânica dos processos.

Muitas vezes, este conteúdo se resume ao “cálculo com letras” no qual o aluno somente reproduz os processos que lhes são apresentados. Talvez porque, segundo Sortisso (2011) o pensar algébrico não faça parte dos processos de aprendizagem perdendo assim, seu valor como um instrumento rico para o desenvolvimento de um raciocínio abrangente e dinâmico. Sendo assim, não resulta em situações de investigação ou reflexão sendo ineficaz em termos de aprendizagem, visto que segundo Santos (2010), a ênfase na

manipulação simbólica cria, no aluno, a compreensão que as técnicas de resolução acabam sendo mais importantes que a resolução do próprio problema.

Braumann (2002) acredita que “a aprendizagem da matemática pode ter forte vertente investigativa, na qual a exploração, a descoberta de estratégias, a tentativa e o erro são processos que lhe estão inerentes e que se tornam indispensáveis à sua aprendizagem”. Especialmente em relação à álgebra, Fiorentini (1995) acredita que a primeira etapa da educação algébrica deva ser realizada mediante ao trabalho com situações-problema, de forma que esse trabalho garanta o exercício dos elementos caracterizadores do pensamento algébrico.

O processo de algebrização inicia-se nas séries finais do ensino fundamental e prossegue por todo o ensino médio. Entretanto, tanto estudantes do ensino médio como do ensino superior parecem não ter completado este processo e veem a álgebra como um conteúdo abstrato, sem significado e sem qualquer correlação com a vida.

Neste trabalho, o termo algebrização é entendido como o desenvolvimento do pensamento algébrico mediante a resolução de problemas envolvendo expressões algébricas, equações e inequações, que permitam a construção da linguagem e das ideias da álgebra.

Nas séries iniciais do ensino fundamental, o desenvolvimento das relações aritméticas é feito sempre associado a situações concretas, relacionado ao ato de contar e enumerar. Assim, a criança inicia a construção do pensamento aritmético aprendendo os algoritmos das operações básicas associada a resolução de problemas. Contudo, muitas vezes este trabalho é interrompido na segunda metade do ensino fundamental quando inicia-se o estudo dos conceitos algébricos.

Nesse momento, o jovem estudante se depara com um conjunto de “letras”, para ele desprovido de significado, e sem associação com situações que lhe dê sentido. Esta abrupta transição pode ser um obstáculo à aprendizagem, uma vez que, segundo Lins e Gimenez (1978) não é estabelecida a conexão entre a aritmética e a álgebra, provocando uma desestruturação no conhecimento já adquirido.

Segundo Ponte (2005) algumas dificuldades encontradas pelos alunos têm relação com o uso das letras para representar incógnitas. Desta forma, uma representação familiar

e concreta dos problemas algébricos pode facilitar a compreensão e representação algébrica levando a uma aprendizagem mais significativa.

Para Serrazina et al. (2002), para propor este tipo de abordagem “é importante apresentar aos alunos um conjunto de propostas de trabalho interessantes, que envolvam conceitos matemáticos fundamentais e ofereçam aos alunos oportunidades para experimentar, discutir, formular, conjecturar, generalizar, provar, comunicar as suas ideias e tomar decisões.”

Desta forma, a adequada inserção de jogos, materiais manipuláveis e objetos de aprendizagem nas aulas podem contribuir para a compreensão dos significados e a motivação necessária para realizar manipulações algébricas. Deste modo, segundo Nacarato (2005), “o desenvolvimento dos processos de visualização depende da exploração de modelos ou materiais que possibilitem ao aluno a construção de imagens mentais”. Assim, o trabalho com materiais manipuláveis contribui para a construção do pensamento algébrico, favorecendo a compreensão do conceito de incógnita bem como sua utilização na resolução de problemas envolvendo equações e expressões algébricas.

Desta forma, o objetivo deste trabalho é tecer considerações a respeito da aplicação de uma sequência didática utilizando materiais manipuláveis, cuja finalidade foi introduzir conceitos algébricos elementares, de forma a levar o aprendiz ao reconhecimento, identificação e interpretação de incógnitas como elementos que podem assumir valores específicos e utilizá-las na formulação de equações e expressões algébricas.

2. Resolução de equações no ensino fundamental: uma proposta de ensino

O método de resolução de equações do primeiro grau é explicado pela maioria dos professores enfatizando o processo mecânico de “passar” termos de um lado para o outro da equação. Relegando a segundo plano a ideia de equivalência, muito mais rica conceitualmente e, que pode amenizar futuros equívocos dos alunos que trocam o sinal quando “passam para lá” qualquer termo da expressão, mesmo que este termo esteja, por exemplo, multiplicando.

Há disponíveis diversos objetos de aprendizagem, aqui entendidos como recursos digitais desenvolvidos com fins educacionais que possam ser utilizados durante o processo de aprendizagem. Em particular, os objetos de aprendizagem relacionados à resolução de equações podem servir de fonte de pesquisa e inspiração para o professor interessado em

complementar suas aulas. Cardoso et al. (2011) propõe uma metodologia para o uso de uma balança virtual como recurso para compreensão da equivalência dos lados de uma equação para o estudo dos conceitos algébricos de equações e inequações.

Contudo, para utilizar este tipo de material didático digital é necessário condições estruturais mínimas. Para visualização e/ou exploração do conteúdo é necessário equipamento multimídia e laboratórios de informática equipados com número suficiente de computadores em bom estado. Porém, tais condições não são observadas na maioria das escolas brasileiras da rede pública de ensino, como relata Odorico et. at. (2012).

Assim, pensou-se em desenvolver uma intervenção pedagógica para o estudo de equações contemplando o desenvolvimento do pensamento algébrico utilizando materiais manipuláveis. A intervenção ocorreu como parte das atividades do PIBID, em atendimento à demanda dos professores específicos do ensino fundamental das escolas parceiras do programa, e aconteceu após o reconhecimento do ambiente escolar e identificação das necessidades e dificuldades dos estudantes.

A sequência didática desenvolvida teve como finalidade a manipulação algébrica e o reconhecimento de incógnitas durante a resolução de problemas, utilizando a balança para a construção do pensamento algébrico. Ainda, para sua elaboração foi utilizada a metodologia da aprendizagem por descoberta, onde para o estudo do conteúdo exige-se do aprendiz ações que o levem à descoberta e à incorporação dos conceitos em sua estrutura cognitiva.

3. Metodologia

A intervenção foi realizada em três turmas do oitavo ano do ensino fundamental atendendo um total de oitenta alunos e teve duração de quinze aulas. As aulas foram conduzidas por dois bolsistas de Iniciação à Docência (ID) licenciandos em matemática, apoiados pelo professor de matemática responsável pelas turmas. Um terceiro bolsista de ID observava e descrevia o andamento das atividades, registrando o comportamento da sala, as formas de exposição dos conceitos e os questionamentos levantados.

A intervenção iniciou-se com o manuseio de balanças de braços iguais, construídas com material reciclável e de as caixas confeccionadas com papel cartão de cores e tamanhos diferenciados contendo bolinhas de gude em quantidades diferentes. O material está apresentado na figura 1. Foram construídas seis kits de balança, sendo um deles

utilizado pelos ministrantes e os outros foram disponibilizados para os estudantes realizarem as atividades em grupo de cinco.



Figura 1. Material construído para a intervenção e estudantes manipulando o material.

Através do manuseio da balança foi possível estudar a relação de equivalência a partir do agrupamento de caixinhas nos pratos da balança, a fim de atingir o equilíbrio, ou seja, a igualdade de uma equação. Este mesmo processo foi utilizado para introduzir os conceitos de inequação por meio do desequilíbrio dos pratos, fato que era evidenciado propositalmente, uma vez que, as caixinhas eram diferentes. As caixas eram lacradas com a intenção de permitir a investigação da quantidade de bolinhas em cada caixa utilizando bolinhas de gude avulsas, induzindo à noção intuitiva de incógnita.

Um questionário investigativo inicial foi aplicado a fim de obter informações sobre a relação do aluno com a matemática, investigar seus conhecimentos prévios e a familiaridade deles com os conceitos a serem abordados na intervenção.

Durante a realização das atividades foi disponibilizada um caderno de acompanhamento contendo os procedimentos da aula, ilustrações e situações-problema. A primeira atividade foi fornecida cinco tipos de caixinhas (A, B, C, D e E) para que o discente, utilizando bolinhas de gude avulsas, descobrisse a quantidade de bolinhas dentro de cada caixa por meio do equilíbrio da balança. Feito isso, recolheu-se as bolinhas e os alunos começam a manusear as demais caixinhas na balança procurando relações de equilíbrio entre elas. Assim, foi introduzida a representação algébrica da quantidade “desconhecida” levando o aluno à definição de incógnita e equação, por meio do equilíbrio da balança.

Posteriormente, foi apresentada uma situação-problema dividida em partes, transcritas em uma tabela apresentada na figura 2, para que o aprendiz descrevesse o equacionamento em cada linha e determinando ao final, a algebrização do problema

proposto. Por fim, foi realizada a revisão da aula para assim definir formalmente, equação e incógnita.

ANA	QUANTO ANA POSSUI?
Ana tinha uma quantia em dinheiro.	
Por ajudar sua mãe a olhar seu irmãozinho, ela ganhou R\$10,00.	
No outro dia, era dia das crianças, e seu avô deu de presente uma quantia para ela. Então, Ana ficou com o dobro do que tinha.	
Logo ela foi correndo comprar balas. Gastou, assim, R\$2,00.	
Seu irmãozinho viu que ela tinha ganhado dinheiro de seu avô e quis ganhar também. Então, Ana dividiu com ele o dinheiro que tinha.	
Ao final do dia, Ana viu que tinha R\$39,00. Afinal, inicialmente, qual era a quantia em dinheiro que Ana possuía?	

Figura 2: Situação-problema apresentada aos estudantes.

Após a introdução destes conceitos, nas demais aulas foram dedicadas aos métodos de resolução de equações sempre da utilizando a balança. Como recurso para a manipulação e concretização das situações propostas como também para transcrição do processo matematicamente equacionando e descobrindo o valor das incógnitas. Após trabalhar as atividades com as caixinhas denominadas A, B, C, D e E, utilizamos uma caixinha denominada X, realizando os mesmos procedimentos feitos com as demais, evidenciando que qualquer letra pode ser utilizada para representar à incógnita, mas convencionando-se a letra X como representante da incógnita numa equação.

A avaliação da atividade ocorreu durante toda a intervenção por meio das observações, registro e aplicação de exercícios. Como complemento foi aplicado um questionário final com o objetivo de avaliar a relação do estudante com a matemática, a opinião deste em relação às atividades desenvolvidas, autoavaliação em relação aos conceitos abordados e teste indicadores de aprendizagem.

Como avaliação da aprendizagem foi aplicada uma atividade avaliativa composta por quatro questões, a primeira questão com cinco itens para resolução de equações, um item envolvendo apenas adição, outro item para subtração, outro para multiplicação, o outro para a divisão, e o último apresentava uma equação envolvendo multiplicação e divisão simultaneamente. A segunda questão de avaliação envolvia a habilidade de interpretar e transcrever uma situação proposta através da balança para posterior equacionamento e resolução. A terceira era uma questão de interpretação, algebrização e resolução, enquanto a última questão era de visualização, algebrização e resolução.

4. Resultados da Experiência Didática

A utilização da balança possibilitou aos alunos assimilarem a ideia de equilíbrio referindo-se a igualdade dos termos da equação e foi observado que todos os alunos se

interessaram, devido à curiosidade com o manuseio da balança e participaram ativamente da aula. Durante a etapa da utilização da balança observou-se que com o manuseio destas, os discentes puderam correlacionar a ideia de equivalência com a igualdade da equação. Em um primeiro momento, foi indagado aos aprendizes em relação a melhor forma de se determinar qual era a quantidade de bolinhas de gude existentes em cada caixinha. Sendo assim, eles sugeriram o equilíbrio da balança da caixinha envolvida com a adição de bolinhas de gude avulsas no outro prato da balança, determinando assim, a quantidade de bolinhas na caixinha. Com isso foi possível dos alunos compreenderem que a quantidade de bolinhas é algo desconhecido e que se tem que descobrir, ou seja, a incógnita.

As letras transcritas nas caixas já induziam os alunos a ligarem a representação das incógnitas pelas letras. Reconhecida esta analogia, foi proposto um problema em que foi fragmentado passo a passo onde cada etapa o aprendiz transcrevia algebrizando o passo, obtendo a equação da situação fornecida. Além disso, nas aulas onde se abordou as técnicas foi reutilizada a balança, ato que fez com que os alunos demonstrassem mais interesse nas atividades, compreendendo o processo e deduzindo o método prático de resolução de equação do primeiro grau.

Para induzir aos métodos de resolução de equação, foi apresentada e equacionada uma situação na balança para ser resolvida envolvendo equilíbrio da balança, determinando o valor da incógnita, sempre evidenciado a equivalência dos pratos da balança representando algebricamente no quadro a situação que era observada na balança, para equações envolvendo subtração, utilizou-se a caixinha X aberta, passo a passo e para equações contendo multiplicação somente por números inteiros positivos, dispomos de número maior de caixinhas X, Somente para equações envolvendo divisão não foi possível utilizar a balança, devido a não encontrarmos um método de fácil entendimento para a divisão.

O questionário investigativo inicial revelou que apenas 29% dos alunos afirma gostar de matemática. Este fato pode estar relacionado diante das dificuldades apresentadas por eles em relação a alguns tópicos. 64% dos alunos dizem possuir dificuldades em interpretação de problemas e polinômios, 12% afirmaram dificuldades em matemática de maneira geral e os outros 24% declaram não apresentar dificuldades nesta disciplina. Sobre as aulas de matemática, 59% dos alunos consideram as aulas boas, porém gostariam que essas aulas fossem mais dinâmicas e práticas.

Os gráficos da figura 3 apresentam os dados referentes ao desempenho dos estudantes na atividade avaliativa. Na primeira questão, os maiores índices de certos ocorreram nos itens *a* e *b*, que requeriam a resolução de equações envolvendo adição e subtração. Na resolução, os alunos evidenciaram o apelo à representação na balança, isto é, demonstraram compreender a ideia de equivalência dos termos de uma equação. Já nos itens, o índice de acertos foi bem menor, devido à dificuldade já identificada em operações envolvendo frações.

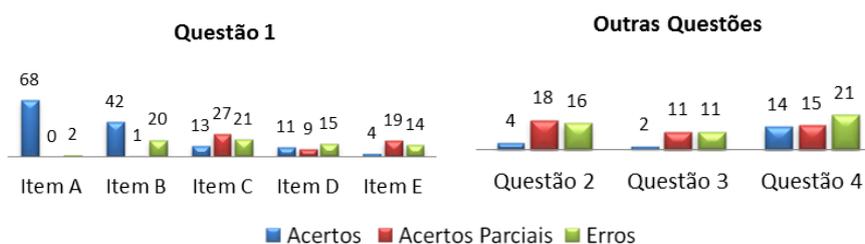


Figura 3. Dados das respostas dos estudantes nas questões da atividade avaliativa.

Na questão dois, nota-se maior índice de acertos parciais, na resolução dos problemas os alunos algebrizaram corretamente, mas se equivocaram na resolução da equação visto que esta requeria a adição de frações. Na questão três, o próprio equacionamento envolvia frações, o que resultou no alto índice de erros. Já na última questão, os erros mais comuns ocorreram na algebrização, visto que esta envolvia a soma dos conteúdos contidos em um dos pratos da balança, mas os alunos somavam as incógnitas e multiplicavam valor numérico em vez de somar, e o mesmo caso ocorria no outro prato da balança.

No questionário investigativo final observa-se o maior número de acertos, de acordo com os dados apresentados na figura 4. Assim, a ideia de equivalência foi compreendida pelos alunos, quanto aos acertos parciais notou-se que na resolução de equação os alunos chegavam até a isolar a incógnita e estacionavam, revelando dificuldades quando se trata da resolução de equações envolvendo divisão.



Figura 4: Gráficos referentes às respostas do questionário final em relação à resolução de uma equação e, à direita em relação à questão que requeria o equacionamento da situação.

Quanto à questão de interpretação e equacionamento de um problema, os alunos tiveram bastante dificuldade e necessitaram do auxílio da professora para interpretar. Após

esta pequena intervenção, eles foram capazes de equacionar o problema e resolvê-lo utilizando os conhecimentos adquiridos. A questão envolvia multiplicação de frações, motivo pelo qual ocorreram os acertos parciais, de estudantes que somente algebrizaram ou não conseguiram chegar à solução da equação, apenas isolaram a incógnita.

Houve grande aceitação dos alunos quanto ao desenvolvimento da atividade, 70% dos alunos responderam que conseguiram aprender com a utilização da balança e que foi uma maneira fácil de aprender, citaram que entenderam o que é equação. Já 22% disseram que gostaram em partes, pois apesar de terem admitido a abordagem que foi divertida, tiveram dificuldades com o conteúdo. Esta aceitação traduz os resultados obtidos no questionário inicial, na qual os alunos optaram por aulas mais dinâmicas e práticas.

Com a utilização da balança os alunos visualizaram que ao resolver uma equação e achar o valor da incógnita não se “passa” um termo de um lado para o outro, pois quando “passavam” bolinhas de um prato para outro da balança com o objetivo de isolar a incógnita, a balança desequilibrava. No decorrer da intervenção, ficou clara esta transição e eles perceberam o que ocorria ao “passar” ao outro termo da equação, na realidade era feita uma etapa que a balança ficava equilibrada, ou seja, havia a equivalência dos termos da equação e o que é feito em um dos pratos da balança deve ser feito também no outro.

5. Considerações Finais

As atividades geraram aulas dinâmicas e participativas com a utilização de materiais manipuláveis para visualização dos conceitos algébricos, o que é de fundamental importância principalmente no ensino fundamental onde é preciso ver para crer. Os alunos demonstraram evidências de aprendizagem e entenderam a relação simbólica referente à incógnita, fazendo com que ocorresse a compreensão da relação entre letras e números, comparando e conferindo resultados mediante a observação do equilíbrio e desequilíbrio obtidos na balança através das caixinhas.

Os problemas evidenciados pelos estudantes na resolução das atividades avaliativas propostas na intervenção são, muitos deles, o resultado da dificuldade dos estudantes em conceitos tidos como prévios, como operações elementares com frações, e também a falta de trabalho constante nas aulas de matemática interpretação e resolução de problemas.

6. Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com o apoio financeiro do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Brasil e da Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG).

7. Referências

- BRAUMANN, C. A. Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática. In: **ATIVIDADES DE INVESTIGAÇÃO NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA E NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES**, 2002. Lisboa. **Atas...** Lisboa: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática, 2002, pp. 5-24. Disponível em: <http://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/2002/2002_02_CABraumann.pdf>. Acesso em: 10 mar 2013.
- CARDOSO, A. et al. O uso de jogos no aprendizado de conceitos algébricos. In: **WORKSHOP DE INFORMÁTICA NA ESCOLA**, 22, 2011. Aracajú. **Anais...** Aracajú: Sociedade Brasileira de Computação, 2011, pp.1428-1431. Disponível em: <<http://br-ie.org/pub/index.php/wie/article/view/2004/1763>>. Acesso em: 10 mar 2013.
- FIorentini, D. Alguns Modos de Ver e Conceber o Ensino da Matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas, v.3, n. 4, p. 1-38, 1995.
- LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP. Papyrus, 1978.
- NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2005. Disponível em: <<http://www.sbempaulista.org.br/RevEdMatVol9.pdf>>. Acesso em: 28 jan 2013.
- ODORICO, E. K. et al. Análise do não uso do laboratório de informática nas escolas públicas e estudo de caso. In: **WORKSHOP DE INFORMÁTICA NA ESCOLA**, 18, 2012. Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Computação, 2013. Disponível em: <<http://www.br-ie.org/pub/index.php/wie/article/view/2087/1854>>. Acesso em: 03 mar 2013.
- PONTE, J. P. Álgebra no currículo escolar. **Educação e Matemática**, n. 85, pp. 36-42, 2005.
- SANTOS, M. C. D. Desenvolvimento do pensamento algébrico: o que estamos fazendo em nossas salas de aula? In: **ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 10, 2010. Salvador. **Anais...** Salvador: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010, pp.1-10. Disponível em: <http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/artigos/MR/MR4_Camara.pdf>. Acesso em: 28 jan 2013.
- SERRAZINA, L. et al. O papel das investigações matemáticas e profissionais na formação inicial de professores. In: **ATIVIDADES DE INVESTIGAÇÃO NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA E NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES**, 2002. Lisboa. **Atas...** Lisboa: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática, 2002, pp. 41-58. Disponível em: <http://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/2002/2002_04_LSerrazina.pdf>. Acesso em: 10 mar 2013.

SORTISSO, A. F. Considerações iniciais de uma professora em formação sobre o ensino de álgebra. **Revista da Graduação**, Rio Grande do Sul, v.4, n. 2, p. 1-11, 2011. Disponível em: <<http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/graduacao/article/view/10090/7120>>. Acesso em: 27 de jan 2013.