

QUEDA LIVRE – INTERFACES ENTRE MATEMÁTICA, FÍSICA, ELETRÔNICA E INFORMÁTICA

Gilberto Ribeiro Rafael
Estudante de Licenciatura em Matemática do campus de Caraguatatuba do IFSP
gilberto.ifsp@gmail.com

Ricardo Roberto Plaza Teixeira
Professor Doutor do campus de Caraguatatuba do IFSP
rrpteixeira@bol.com.br

Resumo:

Este artigo pretende analisar os desdobramentos matemáticos de uma experiência de física, bem como suas inter-relações com a eletrônica e a informática. Esta experiência foi realizada com uma turma do curso de Licenciatura em Matemática do campus de Caraguatatuba do IFSP. A experiência em questão envolveu o estudo da queda de esferas por dentro de um tubo de PVC. A partir de uma montagem de baixo custo e utilizando-se uma plataforma eletrônica Arduino conectada a um microcomputador, foi possível, durante o movimento de queda, medir os intervalos de tempo associados a intervalos de espaço pré-definidos. Com estes intervalos temporais e espaciais, foi encaminhada uma reflexão objetivando compreender os conceitos físicos de velocidade e de aceleração associados às noções de primeira e de segunda derivada. Este trabalho apresenta alguns resultados desta atividade experimental e as opiniões dos estudantes envolvidos e discute a sua pertinência do ponto de vista educacional.

Palavras-chave: educação matemática; ensino de física; queda livre; derivada; aceleração.

1. Introdução

De acordo com Pietrocola (2002), a Matemática é um estruturante do conhecimento físico e, este fato, provoca implicações para o ensino de ambas as disciplinas:

“Na Física, a relação com a Matemática é sintomática, e se coloca como um quebra-cabeça de difícil solução. Os professores de Física gostariam que seus alunos chegassem à sala de aula com os pré-requisitos matemáticos completos. Em contrapartida, os professores de Matemática não aceitam, com razão, que sua disciplina seja pensada apenas como instrumento para outras disciplinas, impondo uma programação que nem sempre se articula com aquela da Física.”

No mesmo sentido, Fiolhais (2005) salienta que: “Há entre a Física e a Matemática uma relação de grande proximidade, pode-se mesmo dizer de grande intimidade”. Mas, muitas vezes, há desconfianças e dificuldades nas inter-relações destas duas disciplinas (CANAVARRO, 2005).

Uma possível justificativa apresentada por Ávila (1995) para a aprendizagem da matemática na educação básica é a de que ela é necessária em atividades práticas que envolvam aspectos quantitativos da realidade. Portanto, se por um lado, é fundamental que o papel da matemática na aprendizagem de física não provoque desinteresse por parte dos alunos, por outro lado, este papel não pode ser desprezado:

As teorias físicas encerram, em geral, muita matemática. Na realidade, podemos dizer que uma teoria física, em uma primeira aproximação, consta de duas partes: uma espécie de estrutura matemática e um conjunto de regras que nos dizem como se liga essa espécie de estrutura a um domínio de uma experiência ou a uma porção da realidade (ABE, 1989).

Deste modo, na física, um modelo é uma versão simplificada da realidade, principalmente devido ao fato de que seria complicado se ela fosse analisada utilizando o conjunto completo de todos os detalhes envolvidos (YOUNG e FREEDMAN, 2003). Este modelo simples com poucas variáveis envolvidas pode ser tratado com a ajuda de ferramentas da matemática formal.

A linguagem matemática e a linguagem comum se complementam para a aprendizagem de conceitos da física. O educador, portanto, precisa ter em mente a importância de um trabalho contínuo com a linguagem matemática no ensino de Física de modo que o aluno consiga internalizar os conteúdos dessa disciplina e compreender de modo efetivo as próprias condições de produção desse conhecimento (ALMEIDA, 1999).

Por outro lado, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Física e de Matemática (BRASIL, 1998) para a Educação Básica, elaborados no final da década de 1990, enfatizam a importância de realçar os aspectos práticos dos conteúdos trabalhados em sala de aula de modo a contextualizá-los para que façam sentido no cotidiano dos alunos.

Em um trabalho que procurou analisar os problemas existentes no ensino de física e de matemática (REZENDE, LOPES e EGG, 2004), foram identificados alguns problemas relacionados ao Currículo, nestas duas áreas, a partir do discurso dos professores que participaram da pesquisa; dentre eles destacam-se: dificuldades para implementar um enfoque interdisciplinar; dificuldades para contextualizar o conteúdo; dificuldades para implementar inovações curriculares; formalismo matemático excessivo; escassez de atividades extra-classe. O presente trabalho procurou enfrentar estes obstáculos, num contexto de um curso de licenciatura de matemática, mas com possibilidades de ser adaptado e executado com turmas de ensino médio.

2. Descrição do Experimento

Há diversos motivos que levam à escolha de determinados experimentos de física para serem trabalhados em sala de aula; neste trabalho, parte-se do princípio de que nesta escolha é relevante levar em consideração o seu impacto para a aprendizagem de conteúdos matemáticos (LABURU, 2005). O experimento para determinação da aceleração da gravidade descrito neste trabalho foi realizado com estudantes de uma turma do curso de Licenciatura em Matemática do campus de Caraguatatuba do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP). O experimento mediu os intervalos de tempo em que um corpo – mais especificamente uma pequena esfera de ferro – em queda percorreu intervalos de espaço definidos. Os intervalos de espaço e de tempo obtidos desencadearam uma gama de operações matemáticas para o cálculo das velocidades médias em cada intervalo e para o cálculo das variações de velocidades entre os intervalos consecutivos, ou seja, para o cálculo das acelerações médias entre os intervalos de tempo consecutivos: este processo de reflexão e análise dos resultados obtidos envolveu diversos conceitos importantes da matemática, sobretudo o conceito de derivada.



Figura 1 - O equipamento utilizado

Para a medição dos intervalos de tempo, foi utilizado um instrumento eletrônico de baixo custo, baseado na plataforma Arduino, que é um circuito eletrônico de hardware e software abertos, construído com um microcontrolador atmega328. Criado para

desenvolvimentos acadêmicos, ele é muito utilizado para aquisição de dados e tem uma programação simples e de fácil aprendizagem, dispensando maiores conhecimentos de eletrônica e informática.

O dispositivo por dentro do qual a esfera de ferro caía foi desenvolvido a partir de um tubo de PVC, perfurado em espaços de 10 em 10 centímetros; nestas perfurações em lados opostos do tubo foram colocados sensores baseados em emissão e recepção de luz infravermelha, conectados a uma placa do microcontrolador Arduino que por sua vez estava ligado a um microcomputador que apresentava na sua tela os resultados das medidas para os intervalos de tempo. Além das esferas (“bolinhas”) de ferro, foram utilizadas também bolinhas de vidro e de isopor que apresentavam obviamente densidades diferentes, de modo a avaliar o impacto que o peso do corpo em queda provoca na sua aceleração..

Para a elaboração do software para a coleta dos dados, o Arduino foi conectado ao microcomputador. Após ligado, o Arduino iniciou o processo, configurando seis portas (as portas 2, 3, 4, 5, 6 e 7) como portas de entrada. A porta serial foi configurada para comunicação com o microcomputador, de modo a iniciar as variáveis para armazenar os tempos coletados e passar ao início da coleta de dados. Neste ponto, o Arduino fica monitorando o primeiro sensor e aguarda até que seja detectada a presença da esfera entre o LED e o sensor. Detectada a esfera, ele grava o tempo zero na variável 1 e passa a monitorar o sensor seguinte até detectar a presença novamente da esfera entre o LED e o sensor 2 quando ele grava o novo tempo medido na variável 2; isto se repete sucessivamente até o sensor 6. Após ter gravado os tempos de todos os 6 sensores nas variáveis de 0 a 5, ele escreve as variáveis por meio da porta serial (USB) no microcomputador. A tela então mostrará 5 intervalos de tempo, além do tempo inicial zero. A partir daí, com os dados em mãos, o trabalho para obter a aceleração do movimento de queda será realizado por meio de cálculos matemáticos.

Em cada par de orifícios situados numa certa altura do tubo de PVC (na mesma linha horizontal), utilizou-se de um LED emissor de luz infravermelha e de um foto-transistor receptor de luz infravermelha; colocados um de frente para o outro, o foto-transistor, recebe a luz do LED, ficando com uma baixa resistência e informando ao Arduino que ele está com um nível lógico baixo. Quando algum objeto corta o feixe de luz entre o LED e o foto-transistor, este último fica com uma alta resistência, informando ao Arduino que ele está com um nível lógico alto.

3. A matemática e a Física do movimento de queda

A figura 2 abaixo mostra o esquema do arranjo experimental utilizado: uma esfera em movimento de queda por um tubo de PVC vertical, com seis pares de emissores (E1 a E6) e sensores (S1 a S6) de infravermelho, com cada par estando a 10 cm do par seguinte.

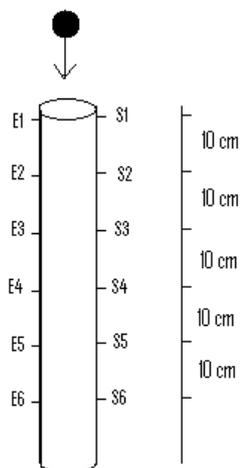


Figura 2 – Arranjo experimental da experiência para determinação da aceleração de queda de uma esfera.

Utilizando as variações dos tempos referentes a cada intervalo de espaço (que também é conhecido e vale 0,1 metro em todos os casos), é possível calcular a velocidade média em cada intervalo que, por sua vez, é obtida pela razão entre a variação do espaço e a variação do tempo. Com as velocidades médias determinadas, para calcular a aceleração entre duas velocidades médias é necessário ter as respectivas variações do tempo entre as duas velocidades médias, pois a aceleração média é obtida pela razão entre a variação da velocidade e a variação de tempo. Ocorre que estes “novos” intervalos de tempo não são os mesmos intervalos de tempo utilizados para calcular as velocidades médias. Numa primeira aproximação, pode-se associar a velocidade média (calculada em um determinado intervalo de tempo) ao instante de tempo que seja o instante médio do intervalo de tempo em questão. Assim sendo, as duas velocidades médias consecutivas estão associadas aos “pontos (ou instantes) médios” dos dois intervalos de tempo consecutivos. O intervalo de tempo entre os dois instantes médios associados às duas velocidades médias consecutivas é, portanto, igual numericamente (pelo menos em uma primeira aproximação) à média dos dois intervalos de tempo consecutivos. Para que esta questão fique mais clara, apresentamos abaixo, em uma forma reduzida, a tabela 1, sobre a qual os alunos trabalharam para calcular a aceleração do movimento de queda. Os números em itálico com fundo cinza foram obtidos a partir dos dados e dos cálculos executados por um dos

grupos que realizou a experiência. Apenas como ilustração, para este conjunto de dados, a média dos quatro valores obtidos para a aceleração de queda da esfera foi de $9,69 \text{ m/s}^2$, com desvio padrão amostral igual a $0,30 \text{ m/s}^2$ e erro padrão da média (também conhecido como desvio padrão da média) igual a $0,15 \text{ m/s}^2$. O resumo deste conjunto de medidas é a que a aceleração do movimento de queda junto com a sua incerteza pode ser representada por $(9,69 \pm 0,15) \text{ m/s}^2$.

Tabela 1 – Tabela, em seu formato reduzido, utilizada no roteiro da experiência para determinar as acelerações médias em intervalos de tempo sucessivos durante o movimento de queda, com os dados obtidos por um dos grupos mostrados em itálico com fundo cinza.

Intervalo	Δx (m)	Δt (s)	$V_M = \Delta x / \Delta t$ (m/s)	Δv_M (m/s)	Δt_M (s)	$a = \Delta v_M / \Delta t_M$ (m/s^2)
I	0,1	<i>0,096752</i>	<i>1,03357</i>	<i>0,752399</i>	<i>0,076372</i>	<i>9,851766</i>
II	0,1	<i>0,055992</i>	<i>1,785969</i>	<i>0,464863</i>	<i>0,05021</i>	<i>9,258382</i>
III	0,1	<i>0,044428</i>	<i>2,250833</i>	<i>0,407610</i>	<i>0,041022</i>	<i>9,936386</i>
IV	0,1	<i>0,037616</i>	<i>2,658443</i>	<i>0,343839</i>	<i>0,035462</i>	<i>9,695971</i>
V	0,1	<i>0,033308</i>	<i>3,002282</i>			

Como pode ser facilmente percebido, o resultado da experiência condiz razoavelmente com o conhecido valor da aceleração da gravidade que aproximadamente até a primeira casa decimal vale $9,8 \text{ m/s}^2$.

Os cálculos matemáticos estão associados a conhecimentos do campo da física que são fundamentais para a compreensão da experiência. Eles permitem inclusive que o professor estabeleça a diferença conceitual existente entre velocidade média e velocidade instantânea, bem como entre aceleração média e aceleração instantânea. A tabela acima permite obter as velocidades médias e as acelerações médias, pois estão associadas a intervalos de tempo. A velocidade instantânea e a aceleração instantânea são derivadas e, portanto não estão associadas a intervalos de tempo, mas a instantes pontuais de tempo. Para contornar o problema referente à determinação do instante referente a uma determinada velocidade que foi calculada, é que é feita a suposição de que, por exemplo, a velocidade instantânea exatamente no instante do meio do primeiro intervalo de tempo é igual, pelo menos numa primeira aproximação, à velocidade média no primeiro intervalo

de tempo. É esta aproximação que permite que a aceleração média seja calculada, pois ela é obtida a partir das diferenças entre duas velocidades instantâneas.

Todo este raciocínio parte do princípio de que os intervalos espaciais consecutivos entre os sensores são iguais sempre a 10 cm. Em um outro arranjo experimental conhecido e com o mesmo objetivo de determinar a aceleração da queda de uma esfera metálica, há um faiscador que emite uma faísca periódica (ou seja, com sempre o mesmo intervalo de tempo) entre a esfera e uma estrutura vertical metálica e, deste modo, a posição da esfera é marcada por uma tira de papel sensível à faísca elétrica. Estas marcações não estão situadas à mesma distância entre si (como ocorre com as distâncias entre os sensores na experiência descrita aqui), mas elas representam instantes situados à mesma “distância temporal” (intervalo de tempo) entre si. Por exemplo, se as faíscas são emitidas com uma frequência de 60 Hz, o intervalo de tempo entre duas marcações sucessivas é sempre de $1/60$ s. Neste caso como os intervalos de tempo são sempre iguais entre duas medidas consecutivas, os intervalos de tempo entre os pontos médios dos intervalos de tempo entre duas marcações serão também sempre iguais entre si, ou seja, iguais a $1/60$ s.

Resumindo, pode-se afirmar que a velocidade instantânea é igual à primeira derivada do espaço em relação ao tempo, enquanto que a aceleração instantânea é igual à segunda derivada do espaço em relação ao tempo, ou ainda, à primeira derivada da velocidade em relação ao tempo. Portanto, a velocidade média é dada pela razão entre a variação do espaço e a variação do tempo e a aceleração média é dada pela razão entre a variação da velocidade e a variação do tempo. A velocidade é a medida da taxa de variação do espaço em relação ao tempo e a aceleração é a medida da taxa de variação da taxa de variação do espaço em relação ao tempo. Portanto a velocidade mede uma variação, enquanto a aceleração mede uma variação de uma variação. Decorre disto o fato de que no Sistema Internacional de Unidades, a unidade da velocidade é m/s, enquanto a unidade da aceleração é m/s^2 , ou ainda, $(m/s)/s$, o que deixa mais evidente o seu caráter de medir a variação de uma variação!

4. Análise dos resultados

Esta experiência para medir a aceleração da queda de uma esfera foi aplicada para uma turma de 18 alunos do curso de licenciatura em matemática do campus de Caraguatatuba do IFSP no primeiro semestre de 2013. Os alunos se dividiram em trios e

após uma breve descrição inicial dos objetivos da experiência e do arranjo experimental utilizado, eles coletaram os dados referentes aos tempos de queda – as distâncias entre os sensores foi fornecida como sendo em todos os casos igual a 10 cm. Após o experimento ser realizado, um questionário foi aplicado aos 18 alunos presentes.

A primeira pergunta do questionário foi a seguinte: “Numa escala de zero a dez (sendo zero=odeio e dez=adoro), o quanto você gosta de matemática?” A média obtida para os escores foi igual a 8,3 com desvio padrão igual a 1,5.

A segunda pergunta do questionário foi análoga à primeira, com a diferença de que se referia à física: “Numa escala de zero a dez (sendo zero=odeio e dez=adoro), o quanto você gosta de física?” A média obtida foi igual a 6,5 com desvio padrão igual a 2,1.

A tabela abaixo mostra a frequência de notas de 0 a 10 atribuídas para o “gosto” pela Matemática e para o “gosto” pela Física. Ao analisar esta tabela é importante lembrar que os estudantes em questão que responderam ao questionário serão futuros professores de matemática. Pode-se notar que as notas dadas para a Física, apresentam uma dispersão muito maior do que no caso da Matemática. Além disso, como se espera, os alunos desta turma gostam mais de matemática que de física.

Escore	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frequência- Matemática	-	-	-	0	1	0	0	3	6	3	5
Frequência- Física	-	-	-	2	2	2	2	3	4	2	1

Tabela 2 – Frequência dos escores que cada entrevistado atribuiu para quantificar o quanto gosta de Matemática e de Física, sendo que nesta escala de zero a dez, zero significa “odeio” e dez significa “adoro”.

Dois terços dos alunos (12) afirmaram que nunca realizaram uma experiência quando estavam estudando física no Ensino Médio, um resultado preocupante tendo em vista o caráter essencialmente experimental e prático da ciência física: talvez este seja um dos motivos pelos quais alguns alunos indicaram que gostam pouco de física.

Ao serem indagados a respeito da importância de aprender física por meio de experiências, a imensa maioria dos pesquisados (17 alunos) afirmou que isto é muito importante enquanto 1 afirmou que isto é razoavelmente importante. Ninguém respondeu que isto é de pouca importância ou que não tem importância. Estes licenciandos têm consciência deste modo a respeito do caráter experimental da Física e da relevância da experimentação na Física.

Quando os alunos foram questionados a respeito de qual foi a maior dificuldade ao realizar esta experiência, 14 deles responderam que foi compreender a parte conceitual da Física envolvida, 2 deles responderam que foi entender a parte matemática e os cálculos envolvidos e 1 aluno respondeu que foi compreender a parte instrumental e eletrônica do arranjo experimental. Novamente, a Física aparece como a grande “vilã” desta história, aja visto que os alunos verbalizaram em diversas partes do questionário a respeito de suas dificuldades com esta disciplina.

Ao serem indagados se foi possível entender a diferença entre velocidade e aceleração, 15 alunos pesquisados responderam que sim, enquanto que 3 responderam “em termos”, ou seja, de que não houve uma compreensão plena desta diferença entre velocidade e aceleração.

Em seguida, foi questionado aos alunos se foi possível compreender a diferença entre a medida de uma variação e a medida de uma variação de uma variação (diferença esta que está associada à diferença entre velocidade e aceleração): 12 alunos pesquisados afirmaram ter compreendido esta diferença, contra 5 deles que afirmaram que esta compreensão ocorreu em termos e apenas 1 que afirmou que não compreendeu tal diferença.

Finalmente, foi questionado aos alunos se foi possível pela experiência distinguir os conceitos de primeira e de segunda derivada (o que também está associado à diferença entre velocidade e aceleração): 14 alunos pesquisados conseguiram fazer esta distinção, contra 2 que conseguiram apenas em termos e 1 aluno que respondeu que não conseguir fazer esta distinção. É interessante observar que as três últimas perguntas referem-se ao mesmo tema (em certo sentido, são quase idênticas), mas a respostas obtidas diferiram ligeiramente.

No decorrer da experiência foi possível levar os alunos à compreensão de que o movimento de queda não apresentou velocidade constante, mas apresentou uma aceleração aproximadamente constante, apenas apresentando flutuações nas quatro medidas que refletem as incertezas experimentais (“erros”) das medidas.

Uma pergunta interessante que foi feita aos alunos foi sobre se eles conseguiam imaginar o significado que teria a terceira derivada do espaço em relação ao tempo. Ocorreram discussões produtivas neste momento e muitos alunos conseguiram por conta própria perceber que esta terceira derivada mede a taxa de variação da aceleração. Alguns

conseguiram até determinar qual seria a sua unidade no Sistema Internacional de Unidades – m/s^3 ou seja $((m/s)/s)/s$ – mas alguns alunos não conseguiram chegar a esta conclusão.

5. Considerações Finais

O estudo do movimento da queda livre teve uma grande importância histórica na física. Foi Galileu quem ao estudar a queda dos corpos, acabou por, no século XVII, iniciar a revolução científica que culminaria com o trabalho de Newton e desencadearia o aparecimento da Mecânica Clássica. Além disso, o potencial didático do estudo da queda livre abre um leque de possibilidades pedagógicas para diferenciar conceitos da física (como os de velocidade e de aceleração) e compreender melhor conceitos da matemática (como o de derivada, associando-a à ideia de taxa de variação). O principal problema envolvido em experimentos para mensurar a queda livre está na dificuldade em mensurar os tempos envolvidos pela rapidez com que o movimento ocorre. O arranjo experimental proposto neste trabalho utilizando-se da plataforma Arduino, de emissores e sensores de infravermelho e de um microcomputador, apresenta um custo financeiro bastante razoável e permite excelentes resultados para a aprendizagem da física e da matemática.

Uma questão que pode ser abordada complementarmente é propor aos alunos uma reflexão a respeito de o que significa a palavra “livre” quando os livros didáticos usam a expressão “queda livre”. Livre do que? A queda observada no experimento aqui descrito é livre ou não. Ou ainda, é livre com que intensidade? O estudo da queda de esferas de diferentes massas permite refletir sobre como se comportam os tempos obtidos para a queda de uma esfera de isopor e como a resistência do ar afeta este movimento. Em um trabalho futuro os autores deste artigo pretendem avaliar o impacto de experimentos nos quais são variadas as massas dos corpos em queda e o modo como isto impacta a matemática envolvida.

6. Referências

ABE, Jair Minoro. **A noção de estrutura em matemática e física**. Estudos Avançados, v. 3, n. 6, p. 113-125, São Paulo, mai/ago 1989.

ALMEIDA, Maria José P. M. **Linguagens Comum e Matemática em funcionamento no ensino de Física**. II Encontro Nacional de Pesquisa em Ensino de Ciências, 1999.

ÁVILA, Geraldo. **Objetivos do ensino da matemática**. Revista do Professor de Matemática (SBM), n. 27, p. 1-9, 1995.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, 1998.

CANAVARRO, Ana Paula. **Matemática e Física – Uma oportunidade para aprender**. Revista Educação e Matemática, Associação de Professores de Matemática, Portugal, p. 1, mar/abr 2005.

FIOLHAIS, Carlos. **Relação da Física com a Matemática**. Revista Educação e Matemática, Associação de Professores de Matemática, Portugal, p. 29-31, jan/fev 2005.

LABURU, Carlos Eduardo. **Seleção de experimentos de física no ensino médio: uma investigação a partir da fala de professores**. Investigação em Ensino de Ciências, v. 10, n. 2, p. 161-178, 2005.

PIETROCOLA, Maurício. **A matemática como estruturante do conhecimento físico**. Caderno Catarinense de Ensino de Física, v. 19, n. 1, p. 89-109, ago. 2002.

REZENDE, F.; LOPES, A. M. A.; EGG, J. M. **Identificação de problemas do currículo, do ensino e da aprendizagem de física e de matemática a partir do discurso de professores**. Ciência & Educação, v. 10, n. 2, p. 185-196, 2004

YOUNG, Hugh D. e FREEDMAN, Roger A. **Sears e Zemansky - Física 1: Mecânica**. São Paulo: Addison Wesley, 2003.