

## APRENDENDO AS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO COM ATIVIDADES PRÁTICAS

*Autora: Lidiane Ferreira Nunes*

*Instituição: Universidade Bandeirante - Anhanguera*

*E-mail: lidimatematica@hotmail.com*

### **Resumo:**

Este trabalho tem como objetivo demonstrar as relações trigonométricas no triângulo retângulo por meios de duas atividades práticas, bem como introduzir a história da matemática nas aulas de matemática. As atividades foram desenvolvidas com alunos do 9º ano do Colégio Alfa Guarujá, da cidade Guarujá-SP. A escolha destas atividades foi visando melhor aprofundamento do conteúdo, pois na aplicação do Teorema de Pitágoras, os alunos sentiram dificuldades na resolução de situações-problema. Após a aplicação das atividades constatou-se que os objetivos foram atingidos. Observou-se que os alunos estavam entusiasmados para a realização de cada etapa das atividades propostas. Como orientação para o planejamento das aulas buscou-se os objetivos, do conteúdo estudado, nas orientações determinadas pela Proposta Curricular do Estado de São Paulo.

**Palavras-chave:** Razões; Trigonometria; Triângulo; Ensino; Prática; Transferidor;

### **1. Introdução**

Ao ministrar a aula sobre o teorema de Pitágoras percebi a dificuldades dos alunos na compreensão. Questionei-me como seria abordar o conteúdo, relações trigonométricas no triângulo retângulo, portanto resolvi fazer pesquisas, procurando a melhor forma para aplicar uma atividade prática, na sala de aula, que pudesse motivá-los.

Segundo Muniz (2008)

O estudante só adquire aversão à matemática quando não se sente ativo no processo de ensino aprendizagem e quando o professor não observa o estudante como sujeito ativo na produção do conhecimento matemático, considerando as formas particulares de aprender e pensar de cada aluno (MUNIZ apud MORBACH, 2010, p.15).

Considero importante a história da Matemática inserida no contexto escolar, assim foi narrada a história de Tales, Pitágoras para que compreendessem a importância desse conteúdo e como os instrumentos de medição surgiram.

Em seguida a proposta da fabricação de um experimento semelhante ao Teodelito<sup>1</sup> para realização de algumas medições. Para Mendes, “O uso de materiais concretos no ensino de matemática é uma ampla alternativa didática que contribui para a realização de intervenções do professor em sala de aula durante o semestre letivo” (MENDES, 2009, p.25.).

As atividades trabalhadas disponibilizadas no site: <<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/napl4.htm>>. Algumas adaptações foram realizadas, de acordo com a realidade da nossa escola e turma.

## 2. Atividades propostas

### Atividade 1

Nesta atividade serão trabalhadas quatro situações.

#### 1ª. Construindo triângulos semelhantes

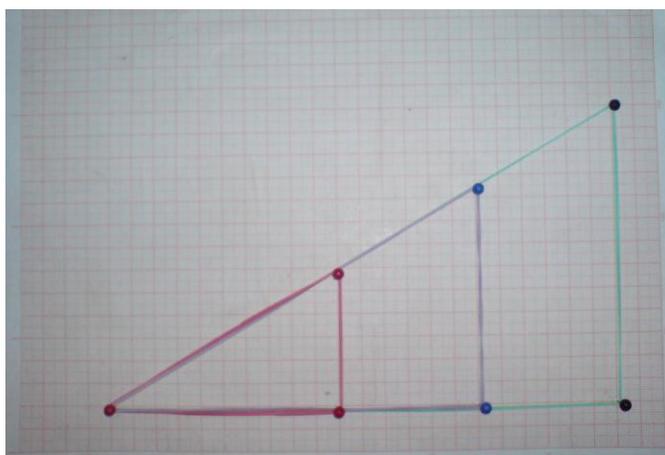


Figura 1 (aparelho para trabalhar com triângulos semelhantes)

Conteúdos a serem trabalhados:

- Construção de ângulos, triângulos e retângulos;
- Razões trigonométricas e relações métricas num triângulo retângulo;
- Identificação dos vários tipos de triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos.

Objetivos da atividade:

---

<sup>1</sup> Teodolito: O teodolito é um instrumento óptico de medição de posições relativas. É vulgarmente utilizado em topografia, navegação e em meteorologia; funciona com uma óptica (por vezes duas), montada num tripé, com indicadores de nível, permitindo uma total liberdade de rotação horizontal ou vertical; mede distâncias relativas entre pontos determinados, em escala métrica decimal (múltiplos e submúltiplos).

- Medir ângulos;
- Determinar Seno, Cosseno e Tangente de vários ângulos;
- Resolver situações-problema de distancia entre pontos;
- Estabelecer relações entre medida de ângulos e distancias;
- Resolver situações-problema utilizando conceitos e procedimentos matemáticos;
- Calcular distâncias inacessíveis de pontos (objetos) através das razões trigonométricas no triângulo retângulo;

Material:

- Pedaco retangular de madeira (PBF) de 25cm X 20cm;
- Papel milimetrado com as mesmas dimensões acima;
- Cópia xerográfica de um transferidor de 180°;
- Cola;
- Linhas de crochê nas cores azul, amarela e vermelha de 35 cm de comprimento cada uma;
- Alfinetes.

Montagem do material:

- Colar o papel milimetrado sobre a madeira;
- Furar o transferidor no centro com um alfinete prendendo-o com cola no furo junto com as três linhas coloridas;
- Colar o transferidor assim montado no meio da base maior do isopor;
- A 8 cm do centro amarrar na linha azul um alfinete, passando um pouco de cola para não se desfazer o nó; a 10cm fazer o mesmo com a linha amarela e a 12 cm com a linha vermelha.

Supondo que se queira formar um triângulo retângulo com um angulo de  $30^\circ$  no vértice do furo.

Prender o alfinete da linha azul num ponto do alinhamento do lado que forma o angulo escolhido ( $30^\circ$ ) e a seguir prender outro alfinete na projeção desse ponto sobre a base, contornando com a linha ate o alfinete do centro, formando o triangulo azul “1”.

*2. Observando triângulos semelhantes*

Denominar de  $a_1$  a hipotenusa; de  $b_1$  o cateto da base e de  $c_1$  o outro cateto desse triângulo “1” e fazer as medições desses lados preenchendo a tabela abaixo.

Repetir a mesma operação para os triângulos amarelo “2” e vermelho “3”.

Tabela 1 - Estabelecendo as razões entre os lados correspondentes.

$\frac{a_1}{a_2}$	$\frac{b_1}{b_2}$	$\frac{c_1}{c_2}$
$\frac{a_1}{a_3}$	$\frac{b_1}{b_3}$	$\frac{c_1}{c_3}$
$\frac{a_2}{a_3}$	$\frac{b_2}{b_3}$	$\frac{c_2}{c_3}$

A que conclusões podem-se chegar?

### 3. Determinando os valores de seno, cosseno e tangente

A partir do ângulo  $\alpha$  dos exercícios anteriores,  $\alpha = 30^\circ$ , e lembrando que:

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tag } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

Complete a tabela abaixo:

Tabela 2 - Determinando os valores de seno, cosseno e tangente

Triângulo azul	Triângulo amarelo	Triângulo vermelho
$\text{sen } \alpha =$	$\text{sen } \alpha =$	$\text{sen } \alpha =$
$\text{cos } \alpha =$	$\text{cos } \alpha =$	$\text{cos } \alpha =$
$\text{tg } \alpha =$	$\text{tg } \alpha =$	$\text{tg } \alpha =$

Obs. Os catetos podem ser medidos observando o papel milimetrado.

A que conclusões pode-se chegar?

Após cada atividade prática serão aprofundados os conteúdos de Trigonometria referentes aquela atividade, de acordo com as Diretrizes Curriculares para os ensino Fundamental – Matemática do Estado de São Paulo.

### 1. Implementação em sala de aula

Após o entendimento dos conteúdos sobre as funções trigonométricas, tópicos descritos acima, passou-se a implementação em sala de aula, que teve como objeto a resposta do questionário, Tabela 3.

Tabela 3 – Cálculo das funções seno, cosseno e tangente.

COLÉGIO ALFA GUARUJÁ		
Questionário da atividade 01		
GRUPO _____ Integrantes (Nomes e N <sup>os</sup> ) _____,		
_____, _____, _____		
Medidas do triângulo menor		
Cateto oposto =	Cateto adjacente	Hipotenusa
$Sen\ 30^\circ = \frac{cat.op}{hipot} =$	$Cos\ 30^\circ = \frac{cat.adj}{hipot} =$	$Tg\ 30^\circ = \frac{cat.op}{cat.adj} =$
Medidas do triângulo médio		
Cateto oposto =	Cateto adjacente	Hipotenusa
$Sen\ 30^\circ = \frac{cat.op}{hipot} =$	$Cos\ 30^\circ = \frac{cat.adj}{hipot} =$	$Tg\ 30^\circ = \frac{cat.op}{cat.adj} =$
Medidas do triângulo maior		
Cateto oposto =	Cateto adjacente	Hipotenusa
$Sen\ 30^\circ = \frac{cat.op}{hipot} =$	$Cos\ 30^\circ = \frac{cat.adj}{hipot} =$	$Tg\ 30^\circ = \frac{cat.op}{cat.adj} =$

### Atividade 2

Nesta atividade serão trabalhadas duas situações.

#### 1. Ângulos, razões trigonométricas e semelhança de triângulos – medidas verticais.

O teodolito é um instrumento capaz de medir ângulos, muito usado por agrimensores, engenheiros e topógrafos no cálculo de distâncias inacessíveis.

Este instrumento ótico mede ângulos horizontais e verticais com suas duas escalas circulares graduadas em graus.



Figura 3 – (teodolito elementar para o cálculo de distâncias verticais -alturas)

Conteúdos a serem trabalhados:

- Ângulos;
- Razões trigonométricas e relações métricas num triângulo retângulo;
- Semelhança de triângulos.

Objetivos da atividade:

- Calcular distâncias inacessíveis de pontos (objetos) através das razões trigonométricas no triângulo retângulo;
- Medir ângulos;
- Resolver situações-problema de distância entre pontos;
- Estabelecer relações entre medida de ângulos e distâncias;
- Resolver situações-problema utilizando conceitos e procedimentos matemáticos.

Material:

- Uma tábua de madeira (PBF) quadrada de lados 20 cm (pintar de branco ou colar um pedaço de papel sulfite de mesmas dimensões);
- Um desenho ou cópia xerográfica de um transferidor de 360°;
- Um copo plástico com tampa (copo de requeijão);
- Um canudo de plástico;
- Um pedaço de arame fino de aço;

Como construir:

- Marcar na taboa os pontos médios dos lados e traçar as mediatrizes do quadrado para localizar o seu centro (ponto 0).
- Colar a xerox do transferidor sobre a taboa tal que o seu centro coincida com o centro do quadrado e que a linha 0o - 180o coincida também com a mediatriz horizontal do quadrado.
- A tampa do copo devera ser colada de cabeça para baixo, de forma que o centro da mesma coincida com o centro do transferidor, servindo de base para a rotação do copo, que devera girar livremente.
- Atravessar ao longo do diâmetro da borda do copo, 0,5 cm acima da tampão arame, que funcionara como ponteiro do teodolito.
- No fundo do copo colar o canudinho tendo o cuidado para que arame e canudinho fiquem alinhados, quando se olha de cima para baixo.

Como efetuar a medição:

Para iniciar as medições, o teodolito devera ser colocado sobre uma superfície plana, cuidando para que os objetos a serem visados estejam mais ou menos no mesmo nível.

- Visar o primeiro objeto com o segmento  $\overline{AB}$  apontado para o mesmo;
- Girar para qualquer lado somente o copo até visualizar o segundo objeto;
- Fazer a leitura do angulo medido;
- Procurar na tabela de razoes trigonométricas, a tangente do seu ângulo de visão (angulo  $\alpha$ )
- Medir em linha reta a distancia do ponto em que se encontra o teodolito ate o primeiro objeto (cateto adjacente). A distância a ser medida entre os dois objetos e o cateto oposto e será calculada pela fórmula:

$$tg \alpha = \frac{cat. \text{ opost}}{cat. \text{ adj.}}$$

## 2. Implementação em sala de aula

Após o entendimento dos conteúdos sobre as funções trigonométricas, tópicos descritos acima, passou-se a implementação em sala de aula, que teve como objeto a resposta do questionário, Tabela 4.

Tabela 4 – Cálculo das distâncias verticais

<b>COLÉGIO ALFA GUARUJÁ</b> Questionário da atividade 01
<b>GRUPO</b> _____ <b>Integrantes (Nomes e N<sup>os</sup>)</b> _____, _____, _____, _____
<b>1<sup>a</sup> Mediação:</b> Cálculo da altura do pé-direito da sala, usando funções trigonométricas e posteriormente uma trena, e feita por todos os integrantes do grupo. 1 <sup>a</sup> 2 <sup>a</sup> 3 <sup>a</sup> 4 <sup>a</sup>
<b>2<sup>a</sup> Mediação:</b> Cálculo das alturas dos integrantes do Grupo, usando as funções trigonométricas e posteriormente uma trena para comparar os resultados. 1 <sup>a</sup> 2 <sup>a</sup> 3 <sup>a</sup> 4 <sup>a</sup>
<b>Comentários sobre resultados</b> 1) As medidas encontradas na altura da sala pelos dois métodos são iguais? São diferente?  2) A medida com trena é mais confiável? Por que?  3) Cite os motivos pelos quais o uso das funções trigonométricas nos cálculos não têm uma boa precisão com o uso desse teodolito elementar.

### 3. Análise das atividades

Cada atividade desenvolvida enriqueceu o meu trabalho, como docente, evidenciando que há necessidade de modificarmos nossas aulas proporcionando aos educandos maior interação com o conteúdo e a prática, ou seja, na experimentação de instrumentos voltados para a aprendizagem.

Transcrevo o relato de três grupos que compartilharam, por escrito, suas observações:

*Grupo 1:* “Através da atividade que provava as relações trigonométricas no triângulo retângulo, nós pudemos ver e melhor compreender o assunto”.

*Grupo 2:* “Através de aulas teóricas não foi possível o aprofundamento no assunto, assim a partir dessas aulas práticas a compreensão do tema abordado foi obtido com maior facilidade.

*Grupo 3:* As atividades apresentadas foram interessantes uma vez que inovou o método de ensinar matemática, fazendo com que nós conseguíssemos entender a matéria como passássemos a enxergá-la e encará-la de outra maneira.



Figura 4 – Fotos dos alunos realizando as medições na escola.

#### 4. Considerações Finais

Com a realização deste trabalho evidenciou-se que os discentes estão mais motivados nas aulas da Matemática, o objetivo proposto foi atingido. Houve uma troca de aprendizagem, cada um teve a oportunidade de desenvolver suas competências e habilidades.

É importante o professor optar pelo ensino da Trigonometria por meio de atividades que o façam experimentar, construindo o conhecimento através de suas experiências.

## 5. Agradecimentos

Aos meus alunos (as) do 9<sup>a</sup> ano do Colégio Alfa Guarujá pela colaboração na realização das atividades, bem como a toda à equipe pedagógica dessa escola que apoiam iniciativas como esta. As aulas foram sensacionais! Obrigada!

## 6. Referências

BRASIL. **Ministério da Educação Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: SEF, 1998.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução Elza F. Gomide. 2<sup>a</sup> Ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1996.

MENDES, I.A. **Matemática e Investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MORBACH, R. P. C. **Trabalhando com jogos de forma interdisciplinar no ensino da Matemática**; organizado por Chaquiam e Cabral. Belém: SBEM-PA, 2010.

SÃO PAULO, Secretaria da Educação. **Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática (Ensino fundamental – Ciclo II e Médio)**. São Paulo: SEE, 2008.

<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/napl4.htm> Acesso em: 03/05/2009 às 16h.