

APRENDENDO AS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO COM ATIVIDADES PRÁTICAS

Autora: Lidiane Ferreira Nunes

Instituição: Universidade Bandeirante - Anhanguera

E-mail: lidimatematica@hotmail.com

Resumo:

Este trabalho tem como objetivo demonstrar as relações trigonométricas no triângulo retângulo por meios de duas atividades práticas, bem como introduzir a história da matemática nas aulas de matemática. As atividades foram desenvolvidas com alunos do 9º ano do Colégio Alfa Guarujá, da cidade Guarujá-SP. A escolha destas atividades foi visando melhor aprofundamento do conteúdo, pois na aplicação do Teorema de Pitágoras, os alunos sentiram dificuldades na resolução de situações-problema. Após a aplicação das atividades constatou-se que os objetivos foram atingidos. Observou-se que os alunos estavam entusiasmados para a realização de cada etapa das atividades propostas. Como orientação para o planejamento das aulas buscou-se os objetivos, do conteúdo estudado, nas orientações determinadas pela Proposta Curricular do Estado de São Paulo.

Palavras-chave: Razões; Trigonometria; Triângulo; Ensino; Prática; Transferidor;

1. Introdução

Ao ministrar a aula sobre o teorema de Pitágoras percebi a dificuldades dos alunos na compreensão. Questionei-me como seria abordar o conteúdo, relações trigonométricas no triângulo retângulo, portanto resolvi fazer pesquisas, procurando a melhor forma para aplicar uma atividade prática, na sala de aula, que pudesse motivá-los.

Segundo Muniz (2008)

O estudante só adquire aversão à matemática quando não se sente ativo no processo de ensino aprendizagem e quando o professor não observa o estudante como sujeito ativo na produção do conhecimento matemático, considerando as formas particulares de aprender e pensar de cada aluno (MUNIZ apud MORBACH, 2010, p.15).

Considero importante a história da Matemática inserida no contexto escolar, assim foi narrada a história de Tales, Pitágoras para que compreendessem a importância desse conteúdo e como os instrumentos de medição surgiram.

Em seguida a proposta da fabricação de um experimento semelhante ao Teodelito¹ para realização de algumas medições. Para Mendes, “O uso de materiais concretos no ensino de matemática é uma ampla alternativa didática que contribui para a realização de intervenções do professor em sala de aula durante o semestre letivo” (MENDES, 2009, p.25.).

As atividades trabalhadas disponibilizadas no site: <<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/napl4.htm>>. Algumas adaptações foram realizadas, de acordo com a realidade da nossa escola e turma.

2. Atividades propostas

Atividade 1

Nesta atividade serão trabalhadas quatro situações.

1ª. Construindo triângulos semelhantes

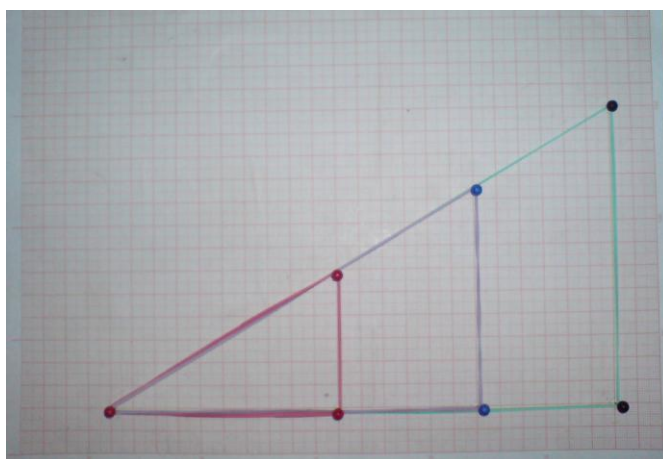


Figura 1 (aparelho para trabalhar com triângulos semelhantes)

Conteúdos a serem trabalhados:

- Construção de ângulos, triângulos e retângulos;
- Razões trigonométricas e relações métricas num triângulo retângulo;
- Identificação dos vários tipos de triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos.

Objetivos da atividade:

¹ Teodolito: O teodolito é um instrumento óptico de medição de posições relativas. É vulgarmente utilizado em topografia, navegação e em meteorologia; funciona com uma óptica (por vezes duas), montada num tripé, com indicadores de nível, permitindo uma total liberdade de rotação horizontal ou vertical; mede distâncias relativas entre pontos determinados, em escala métrica decimal (múltiplos e submúltiplos).

- Medir ângulos;
- Determinar Seno, Cosseno e Tangente de vários ângulos;
- Resolver situações-problema de distancia entre pontos;
- Estabelecer relações entre medida de ângulos e distancias;
- Resolver situações-problema utilizando conceitos e procedimentos matemáticos;
- Calcular distâncias inacessíveis de pontos (objetos) através das razões trigonométricas no triângulo retângulo;

Material:

- Pedaco retangular de madeira (PBF) de 25cm X 20cm;
- Papel milimetrado com as mesmas dimensões acima;
- Cópia xerográfica de um transferidor de 180°;
- Cola;
- Linhas de crochê nas cores azul, amarela e vermelha de 35 cm de comprimento cada uma;
- Alfinetes.

Montagem do material:

- Colar o papel milimetrado sobre a madeira;
- Furar o transferidor no centro com um alfinete prendendo-o com cola no furo junto com as três linhas coloridas;
- Colar o transferidor assim montado no meio da base maior do isopor;
- A 8 cm do centro amarrar na linha azul um alfinete, passando um pouco de cola para não se desfazer o nó; a 10cm fazer o mesmo com a linha amarela e a 12 cm com a linha vermelha.

Supondo que se queira formar um triângulo retângulo com um ângulo de 30° no vértice do furo.

Prender o alfinete da linha azul num ponto do alinhamento do lado que forma o ângulo escolhido (30°) e a seguir prender outro alfinete na projeção desse ponto sobre a base, contornando com a linha até o alfinete do centro, formando o triângulo azul “1”.

2. Observando triângulos semelhantes

Denominar de a_1 a hipotenusa; de b_1 o cateto da base e de c_1 o outro cateto desse triângulo “1” e fazer as medições desses lados preenchendo a tabela abaixo.

Repetir a mesma operação para os triângulos amarelo “2” e vermelho “3”.

Tabela 1 - Estabelecendo as razões entre os lados correspondentes.

| | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| $\frac{a_1}{a_2}$ | $\frac{b_1}{b_2}$ | $\frac{c_1}{c_2}$ |
| $\frac{a_1}{a_3}$ | $\frac{b_1}{b_3}$ | $\frac{c_1}{c_3}$ |
| $\frac{a_2}{a_3}$ | $\frac{b_2}{b_3}$ | $\frac{c_2}{c_3}$ |

A que conclusões podem-se chegar?

3. Determinando os valores de seno, cosseno e tangente

A partir do ângulo α dos exercícios anteriores, $\alpha = 30^\circ$, e lembrando que:

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tag } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

Complete a tabela abaixo:

Tabela 2 - Determinando os valores de seno, cosseno e tangente

| Triângulo azul | Triângulo amarelo | Triângulo vermelho |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| $\text{sen } \alpha =$ | $\text{sen } \alpha =$ | $\text{sen } \alpha =$ |
| $\text{cos } \alpha =$ | $\text{cos } \alpha =$ | $\text{cos } \alpha =$ |
| $\text{tg } \alpha =$ | $\text{tg } \alpha =$ | $\text{tg } \alpha =$ |

Obs. Os catetos podem ser medidos observando o papel milimetrado.

A que conclusões pode-se chegar?

Após cada atividade prática serão aprofundados os conteúdos de Trigonometria referentes aquela atividade, de acordo com as Diretrizes Curriculares para os ensino Fundamental – Matemática do Estado de São Paulo.

1. Implementação em sala de aula

Após o entendimento dos conteúdos sobre as funções trigonométricas, tópicos descritos acima, passou-se a implementação em sala de aula, que teve como objeto a resposta do questionário, Tabela 3.

Tabela 3 – Cálculo das funções seno, cosseno e tangente.

| COLÉGIO ALFA GUARUJÁ | | |
|--|---|---|
| Questionário da atividade 01 | | |
| GRUPO _____ Integrantes (Nomes e N^{os}) _____, | | |
| _____, _____, _____ | | |
| Medidas do triângulo menor | | |
| Cateto oposto = | Cateto adjacente | Hipotenusa |
| $Sen\ 30^\circ = \frac{cat.op}{hipot} =$ | $Cos\ 30^\circ = \frac{cat.adj}{hipot} =$ | $Tg\ 30^\circ = \frac{cat.op}{cat.adj} =$ |
| Medidas do triângulo médio | | |
| Cateto oposto = | Cateto adjacente | Hipotenusa |
| $Sen\ 30^\circ = \frac{cat.op}{hipot} =$ | $Cos\ 30^\circ = \frac{cat.adj}{hipot} =$ | $Tg\ 30^\circ = \frac{cat.op}{cat.adj} =$ |
| Medidas do triângulo maior | | |
| Cateto oposto = | Cateto adjacente | Hipotenusa |
| $Sen\ 30^\circ = \frac{cat.op}{hipot} =$ | $Cos\ 30^\circ = \frac{cat.adj}{hipot} =$ | $Tg\ 30^\circ = \frac{cat.op}{cat.adj} =$ |

Atividade 2

Nesta atividade serão trabalhadas duas situações.

1. Ângulos, razões trigonométricas e semelhança de triângulos – medidas verticais.

O teodolito é um instrumento capaz de medir ângulos, muito usado por agrimensores, engenheiros e topógrafos no cálculo de distâncias inacessíveis.

Este instrumento ótico mede ângulos horizontais e verticais com suas duas escalas circulares graduadas em graus.

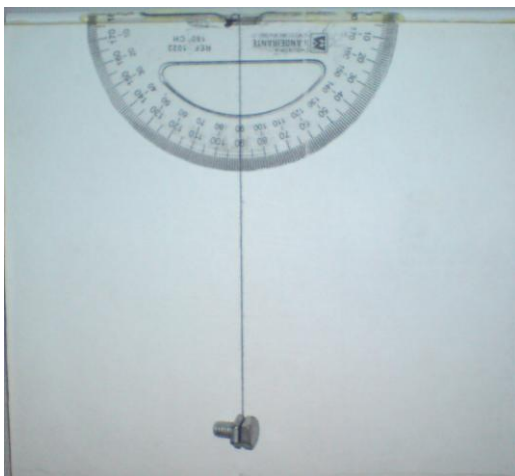


Figura 3 – (teodolito elementar para o cálculo de distâncias verticais -alturas)

Conteúdos a serem trabalhados:

- Ângulos;
- Razões trigonométricas e relações métricas num triângulo retângulo;
- Semelhança de triângulos.

Objetivos da atividade:

- Calcular distâncias inacessíveis de pontos (objetos) através das razões trigonométricas no triângulo retângulo;
- Medir ângulos;
- Resolver situações-problema de distância entre pontos;
- Estabelecer relações entre medida de ângulos e distâncias;
- Resolver situações-problema utilizando conceitos e procedimentos matemáticos.

Material:

- Uma tábua de madeira (PBF) quadrada de lados 20 cm (pintar de branco ou colar um pedaço de papel sulfite de mesmas dimensões);
- Um desenho ou cópia xerográfica de um transferidor de 360°;
- Um copo plástico com tampa (copo de requeijão);
- Um canudo de plástico;
- Um pedaço de arame fino de aço;

Como construir:

- Marcar na taboa os pontos médios dos lados e traçar as mediatrizes do quadrado para localizar o seu centro (ponto 0).
- Colar a xerox do transferidor sobre a taboa tal que o seu centro coincida com o centro do quadrado e que a linha 0o - 180o coincida também com a mediatriz horizontal do quadrado.
- A tampa do copo devera ser colada de cabeça para baixo, de forma que o centro da mesma coincida com o centro do transferidor, servindo de base para a rotação do copo, que devera girar livremente.
- Atravessar ao longo do diâmetro da borda do copo, 0,5 cm acima da tampão arame, que funcionara como ponteiro do teodolito.
- No fundo do copo colar o canudinho tendo o cuidado para que arame e canudinho fiquem alinhados, quando se olha de cima para baixo.

Como efetuar a medição:

Para iniciar as medições, o teodolito devera ser colocado sobre uma superfície plana, cuidando para que os objetos a serem visados estejam mais ou menos no mesmo nível.

- Visar o primeiro objeto com o segmento \overline{AB} apontado para o mesmo;
- Girar para qualquer lado somente o copo até visualizar o segundo objeto;
- Fazer a leitura do angulo medido;
- Procurar na tabela de razoes trigonométricas, a tangente do seu ângulo de visão (angulo α)
- Medir em linha reta a distancia do ponto em que se encontra o teodolito ate o primeiro objeto (cateto adjacente). A distância a ser medida entre os dois objetos e o cateto oposto e será calculada pela fórmula:

$$tg \alpha = \frac{cat. opost}{cat. adj.}$$

2. Implementação em sala de aula

Após o entendimento dos conteúdos sobre as funções trigonométricas, tópicos descritos acima, passou-se a implementação em sala de aula, que teve como objeto a resposta do questionário, Tabela 4.

Tabela 4 – Cálculo das distâncias verticais

| |
|---|
| COLÉGIO ALFA GUARUJÁ Questionário da atividade 01 |
| GRUPO _____ Integrantes (Nomes e N^{os}) _____, _____, _____, _____ |
| 1^a Mediação: Cálculo da altura do pé-direito da sala, usando funções trigonométricas e posteriormente uma trena, e feita por todos os integrantes do grupo. 1 ^a 2 ^a 3 ^a 4 ^a |
| 2^a Mediação: Cálculo das alturas dos integrantes do Grupo, usando as funções trigonométricas e posteriormente uma trena para comparar os resultados. 1 ^a 2 ^a 3 ^a 4 ^a |
| Comentários sobre resultados 1) As medidas encontradas na altura da sala pelos dois métodos são iguais? São diferente? 2) A medida com trena é mais confiável? Por que? 3) Cite os motivos pelos quais o uso das funções trigonométricas nos cálculos não têm uma boa precisão com o uso desse teodolito elementar. |

3. Análise das atividades

Cada atividade desenvolvida enriqueceu o meu trabalho, como docente, evidenciando que há necessidade de modificarmos nossas aulas proporcionando aos educandos maior interação com o conteúdo e a prática, ou seja, na experimentação de instrumentos voltados para a aprendizagem.

Transcrevo o relato de três grupos que compartilharam, por escrito, suas observações:

Grupo 1: “Através da atividade que provava as relações trigonométricas no triângulo retângulo, nós pudemos ver e melhor compreender o assunto”.

Grupo 2: “Através de aulas teóricas não foi possível o aprofundamento no assunto, assim a partir dessas aulas práticas a compreensão do tema abordado foi obtido com maior facilidade.

Grupo 3: As atividades apresentadas foram interessantes uma vez que inovou o método de ensinar matemática, fazendo com que nós conseguíssemos entender a matéria como passássemos a enxergá-la e encará-la de outra maneira.



Figura 4 – Fotos dos alunos realizando as medições na escola.

4. Considerações Finais

Com a realização deste trabalho evidenciou-se que os discentes estão mais motivados nas aulas da Matemática, o objetivo proposto foi atingido. Houve uma troca de aprendizagem, cada um teve a oportunidade de desenvolver suas competências e habilidades.

É importante o professor optar pelo ensino da Trigonometria por meio de atividades que o façam experimentar, construindo o conhecimento através de suas experiências.

5. Agradecimentos

Aos meus alunos (as) do 9^a ano do Colégio Alfa Guarujá pela colaboração na realização das atividades, bem como a toda à equipe pedagógica dessa escola que apoiam iniciativas como esta. As aulas foram sensacionais! Obrigada!

6. Referências

BRASIL. **Ministério da Educação Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: SEF, 1998.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução Elza F. Gomide. 2^a Ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1996.

MENDES, I.A. **Matemática e Investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MORBACH, R. P. C. **Trabalhando com jogos de forma interdisciplinar no ensino da Matemática**; organizado por Chaquiam e Cabral. Belém: SBEM-PA, 2010.

SÃO PAULO, Secretaria da Educação. **Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática (Ensino fundamental – Ciclo II e Médio)**. São Paulo: SEE, 2008.

<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/napl4.htm> Acesso em: 03/05/2009 às 16h.