XI ENEM

Encontro Nacional de Educação Matemática
Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas
Curitiba, PR - 18 a 21 de julho de 2013

Sociedade Brasileira de Educação Matemática

ESTRATÉGIAS UTILIZADAS POR ALUNOS DO 6º ANO EM QUESTÕES DA OBMEP SOBRE AS GRANDEZAS COMPRIMENTO E ÁREA

Lúcia de Fátima Durão Ferreira
Colégio de Aplicação da UFPE
luciadurao@ufpe.br

Paula Moreira Baltar Bellemain
EDUMATEC - UFPE
paula.baltar@terra.com.br

Resumo
Esse trabalho investigou a resolução de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP 2012 – sobre área e comprimento, por alunos de 6º ano do Ensino Fundamental. O marco teórico da pesquisa foi a Teoria dos Campos Conceituais. Duas turmas de uma escola pública da rede federal do estado de Pernambuco responderam a um teste, com as quatro questões do eixo grandezas e medidas extraídas da prova da primeira fase do nível 1, nas quais estavam em jogo os conteúdos comprimento e área. Na análise das estratégias constatamos que os alunos lidam melhor com as questões que envolvem comprimento que com aquelas que envolvem área e tem dificuldade em transitar entre os campos conceituais, o que nos leva a concluir a necessidade de vivenciar em sala de aula situações que privilegiem a articulação entre eles.

Palavras Chave: Grandezas e Medidas; Teoria dos Campos Conceituais; Comprimento; Área; OBMEP.

1. Introdução

A questão que norteou esse trabalho foi: como os alunos de 6° ano lidam com problemas, extraídos das provas da OBMEP, relativos às grandezas geométricas comprimento e área?

Diversas pesquisas no âmbito da Educação Matemática (DOUADY e PERRIN-GLORIAN, 1989, BELLEMAIN & LIMA, 2002; FACCO, 2003; TELES, 2007; ARAUJO e CÂMARA, 2009; FERREIRA, 2010, entre outras) evidenciam dificuldades conceituais na aprendizagem das grandezas geométricas área e/ou comprimento.

A análise da abordagem dos livros didáticos do 6° ano (SILVA, 2011), por sua vez, mostra que os aspectos numéricos relacionados às medidas das grandezas são mais enfatizados que aqueles relativos à compreensão de comprimento e área como grandezas.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática - PCN (BRASIL, 1998) defende-se a contribuição desta disciplina na formação de um aluno cidadão, capaz de elaborar estratégias, desenvolver a criatividade, construir argumentos e buscar soluções. A resolução de problemas em matemática contribui para o desenvolvimento da autonomia do aluno, por estimular a capacidade de enfrentar novos desafios. O campo das grandezas e medidas, no qual estão inseridas as grandezas geométricas, destaca-se pela riqueza de conexões com os outros campos da matemática, com as diversas disciplinas escolares, bem como com situações da vida cotidiana.

Muitos dos problemas propostos na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) são desafiadores. Por isso, podem se constituir em meios para diagnosticar os conhecimentos mobilizados pelos alunos e para estimular a aprendizagem de novos conhecimentos e de novas estratégias de resolução.

Iniciada em 2005, a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP – é uma realização do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), com apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), e promoção do Ministério da Ciência e Tecnologia e Inovação (MCTI) e do Ministério da Educação (MEC).

Dirigida aos alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e aos alunos do Ensino Médio, a OBMEP tem como objetivos estimular e promover o estudo da matemática entre alunos das escolas públicas, municipais, estaduais e federais, contribuir para a melhoria da qualidade da Educação Básica, identificar jovens talentos e fomentar seu ingresso nas áreas científicas e tecnológicas, bem como incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas. Os alunos participantes da OBMEP são divididos em três níveis, de acordo com o seu grau de escolaridade: nível 1 (6º e 7º anos do Ensino Fundamental); nível 2 (8º e 9º ano do Ensino Fundamental); e nível 3 (Ensino Médio).

As provas são realizadas em duas fases: a primeira, com aplicação de uma prova objetiva, com questões de múltipla escolha, a todos os alunos inscritos pela escola; e a segunda, com aplicação de prova discursiva aos alunos selecionados pelas escolas (5% dos alunos inscritos na 1ª fase, por nível). Em 2012, cerca de 19,1 milhões de alunos se inscreveram na competição e 99,4% dos municípios brasileiros estiveram representados. No site da OBMEP está disponível para download um rico material como provas, banco de questões e apostilas, que pode ser utilizado por alunos e professores.

O olhar atento do professor sobre a produção dos alunos, na resolução de problemas fornece informações preciosas sobre o processo de construção de conhecimentos relativos aos conteúdos estudados.

A investigação aqui relatada explora o uso de questões da OBMEP como meio de interrogar a disponibilidade dos conhecimentos dos alunos na resolução de problemas pouco usuais. Para tanto, apoia-se nas pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de comprimento e área, interpretadas sob a ótica da teoria dos campos conceituais para analisar tanto os conteúdos em jogo nas questões, como a produção dos alunos ao resolverem os problemas.

2. O ensino e a aprendizagem de comprimento e área sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais

As pesquisas de Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian, realizadas nos anos 1980 na França no nível equivalente ao 2° ciclo do ensino fundamental (DOUADY e PERRIN-GLORIAN, 1989) evidenciaram que o ensino do conceito de área, com uma ênfase exacerbada no aspecto numérico gerava (ou pelo menos reforçava) entraves importantes na sua aprendizagem como, por exemplo, confusões entre área e perímetro, erros no uso de unidades (por exemplo, expressar a área de uma figura em centímetros e não em centímetros quadrados) ou ainda inadequações no uso de fórmulas para calcular a área de figuras (como é o caso de realizar o produto dos comprimentos dos lados de um paralelogramo para calcular sua área). Pesquisas realizadas no Brasil (por exemplo, BELLEMAIN e LIMA, 2002; FACCO, 2003; TELES, 2007; FERREIRA, 2010) mostram que os alunos brasileiros cometem erros similares às crianças francesas.

O modelo explicativo de tais entraves proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989) baseia-se na organização das concepções dos alunos em dois polos: as concepções geométricas e as concepções numéricas. As concepções geométricas se caracterizam por um amálgama entre a figura e a área, ou seja, para os sujeitos que mobilizam uma concepção geométrica é como se a palavra área remetesse à própria figura e não a uma propriedade da mesma. No outro extremo estão as concepções numéricas, que focam exclusivamente o aspecto do cálculo. É o caso de respostas a problemas de cálculo de área, nas quais nenhuma unidade é mencionada ou utilizam-se unidades inadequadas. As concepções numéricas explicam erros como adicionar 2 cm com 5 cm^2 obtendo 7 cm^3.

Douady e Perrin-Glorian (1989) observaram que um mesmo aluno podia ora mobilizar uma concepção numérica, ora mobilizar uma concepção geométrica sem, no entanto, estabelecer as relações pertinentes entre os campos da geometria e dos números no tratamento de problemas sobre a área. A modelização em termos de concepções permitiu enfatizar que o tratamento dos problemas sobre a área unicamente do ponto de vista dos números ou centralizado só nas figuras não dava conta da riqueza e da complexidade desse conceito, uma vez que os problemas sobre área frequentemente exigem a mobilização articulada de conhecimentos geométricos e numéricos. Essa constatação conduziu as autoras supracitadas a propor uma abordagem da área, ancorada na ideia de grandeza e a testa-la por meio da elaboração e experimentação de uma engenharia didática.

A abordagem do conceito de área como uma grandeza consiste em distinguir e articular três quadros: o quadro geométrico, constituído por superfícies planas; o quadro numérico, constituído das medidas de superfícies planas, pertencentes ao conjunto dos números reais não negativos; e o quadro das grandezas, constituído pelas classes de equivalências de superfícies de mesma área.

A distinção entre os quadros leva a destacar que a área não corresponde nem à figura nem ao número. A área não pode ser a figura porque figuras diferentes são suscetíveis de ter mesma área (como no caso da decomposição e recomposição de uma figura sem perda nem sobreposição). Tampouco a área é um número, pois se a unidade muda, o número que expressa a medida também é alterado. Dada uma figura F, cuja área mede 3 cm^2, pode-se expressar essa área por 300 mm^2, ou seja, os números 3 e 300 não dão conta de expressar a área de F. Na organização conceitual proposta, a figura se situa no quadro geométrico, a área se situa no quadro das grandezas e a medida se situa no quadro numérico.

Se por um lado é importante estabelecer tais distinções entre a figura, a grandeza e o número, é preciso também articular esses aspectos de maneira pertinente. A mudança de quadros possibilita ao aluno uma busca de diversas formas de resolução de uma dada situação, colocando em evidência a existência de uma articulação intensa e necessária entre os processos presentes nos diferentes quadros, como também a construção de uma matemática menos fragmentada, mais articulada e dinâmica.

A interpretação da abordagem da área como uma grandeza foi adotada e sua pertinência foi confirmada em várias pesquisas posteriores aos trabalhos de Douady e

Perrin-Glorian (1989) e foi estendida ao estudo das demais grandezas geométricas, como comprimento e volume (ver, por exemplo, LIMA & BELLEMAIN, 2010).

A escolha da Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1990) como suporte conduziu em algumas pesquisas (BELLEMAIN & LIMA, 2002; TELES, 2007, FERREIRA, 2010) a investigar o campo conceitual das grandezas geométricas e suas relações com outros campos conceituais, como o da geometria, o dos números, o da álgebra e o das funções. Sob essa perspectiva, os conceitos de área e de comprimento são então caracterizados como tripés de três conjuntos indissociáveis:

- O conjunto das situações que dão sentido a cada um dos conceitos (comprimento e área);
- O conjunto dos invariantes operatórios (propriedades, objetos, relações entre objetos) mobilizados no enfrentamento dessas situações;
- O conjunto das representações simbólicas em jogo nas situações e nos esquemas mobilizados pelos sujeitos para enfrenta-las.

Adotamos nesse estudo a classificação das situações que dão sentido a área, proposta por FERREIRA (2010), segundo a qual há quatro grandes classes de situações a considerar: as situações de comparação, as situações de medida, as situações de produção e as situações de mudança de unidade. Esses tipos de situação também estão em jogo na construção do sentido do comprimento.

Nessa pesquisa vamos analisar as questões da prova da OBMEP e as resoluções dos alunos de 6° ano, sujeitos da pesquisa, com o olhar da abordagem de comprimento e área como grandezas sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais.

3. Metodologia

Esse estudo foi realizado com duas turmas do 6º ano do ensino fundamental (58 alunos) de uma escola pública federal da cidade do Recife. A escolha do 6° ano justifica-se por esses alunos fazerem parte, dentro da classificação da OBMEP do nível 1, e por ainda não terem trabalhado no respectivo ano letivo os conteúdos de comprimento e área, presentes em quatro das vinte questões da primeira fase desta avaliação pública.

Foi proposto um teste diagnóstico com as quatro questões transcritas da OBMEP 2012 – fase 1, nível 1: duas sobre comprimento e duas sobre área, com espaço para registro das resoluções. A ordem de apresentação das questões e as condições de aplicação foram as mesmas utilizada na avaliação pública (individual, sem consulta e sem o uso de materiais como régua graduada, por exemplo). Na nossa análise, buscamos classificar cada uma das situações; verificar o desempenho dos alunos e mapear as estratégias utilizadas.

Vamos a seguir apresentar e analisar as questões propostas, com o referencial teórico adotado na pesquisa, ou seja, evidenciar a que tipo de situação cada questão corresponde e como os conhecimentos do campo conceitual das grandezas e de outros campos conceituais podem ser necessários na resolução.

Na figura 1 a seguir, consta a primeira questão do teste, a qual se trata de uma situação de medida de comprimento, baseada na comparação com os comprimentos de outros caminhos dados.

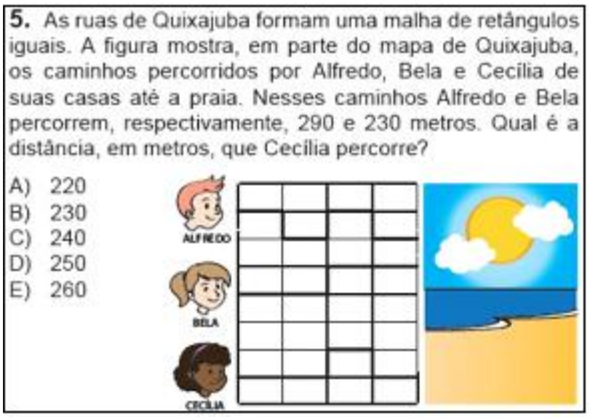
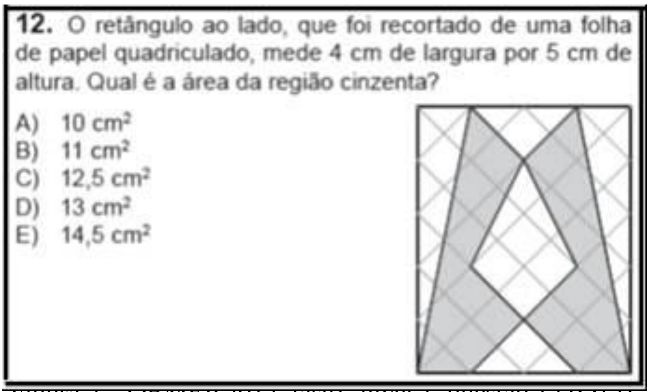


Figura 1 – OBMEP 2012, fase1, nível 1, questão 5(Q5).

Sua resolução pode levar à mobilização de conhecimentos dos campos geométrico, das grandezas, numérico e/ou algébrico. Do campo conceitual geométrico, é preciso ler e interpretar a figura, na qual há três caminhos abertos traçados sobre uma malha retangular (não quadrada). O foco da questão é o cálculo de um comprimento, o que remete ao campo conceitual das grandezas: o aluno precisa observar que há duas unidades de comprimento diferentes em jogo (pois os segmentos unitários na horizontal são de maior comprimento que os segmentos unitários na vertical) e ordenar os comprimentos dos caminhos percorridos pelos três personagens. As distâncias percorridas são dadas em metros. O campo conceitual numérico está em jogo, uma vez que há dados numéricos e em última instância, o que se espera é que os alunos calculem uma medida de comprimento. As resoluções podem envolver também a escrita de expressões simbólicas que representem os caminhos percorridos usando variáveis, o que faz intervir o campo conceitual algébrico.

A segunda questão do teste (cf. figura 2 a seguir) é uma situação de medida de área com unidade de medida convencional, de uma figura poligonal construída sobre uma malha quadrada em posição não convencional.



12. O retângulo ao lado, que foi recortado de uma folha de papel quadriculado, mede 4 cm de largura por 5 cm de altura. Qual é a área da região cinzenta?

A) 10 cm²
B) 11 cm²
C) 12,5 cm²
D) 13 cm²
E) 14,5 cm²

Figura 2 – OBMEP 2012, fase1, nível 1, questão 12 (Q12).

Novamente observamos a necessidade de transitar em mais de um campo conceitual: o geométrico, o das grandezas e o numérico. Tomando como partida o campo geométrico, uma possibilidade é perceber a simetria entre partes da figura, realizar a decomposição em subfiguras congruentes, usando, pelo menos de modo implícito, a invariância da área por simetria, como pode ser visto a seguir:

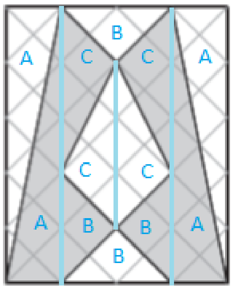
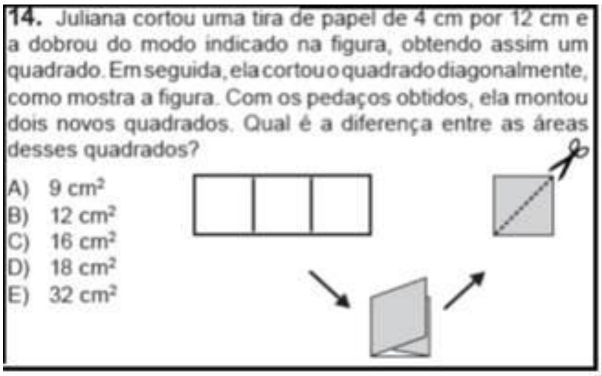


Figura 3 – Decomposição da figura da segunda questão do teste (Q12)

Passando para o campo das grandezas, o aluno deverá observar que a área da região cinza é igual à área da região branca. O campo das grandezas esta presente, pois é ele que apoia a propriedade que figuras compostas por subfiguras suas a duas congruentes tem mesma área. Finalmente, o campo numérico vai intervir, no calculo da area da região cinza como a metade da área do retângulo inicial.

Um segundo tipo de procedimento pode ser antecipado: aquele baseado no cálculo da área de cada quadradinho da malha traçada (cada quadrado da malha mede ½ cm² e cada pequeno triângulo retângulo e isósceles da malha mede ¼ cm²) e no uso dessa unidade para determinar a área da região cinza. Esse procedimento também exige a mobilização articulada de conhecimentos dos campos geométrico, das grandezas e numérico, uma vez que a contagem das unidades não é suficiente para determinar a área da região cinza.

A terceira questão do nosso teste, exposta na figura 4 a seguir, corresponde a uma situação de produção e medida de área com unidade de medida convencional, baseada na comparação das áreas de duas figuras que serão produzidas a partir de uma figura dada.



14. Juliana cortou uma tira de papel de 4 cm por 12 cm e a dobrou do modo indicado na figura, obtendo assim um quadrado. Em seguida, ela cortou o quadrado diagonalmente, como mostra a figura. Com os pedaços obtidos, ela montou dois novos quadrados. Qual é a diferença entre as áreas desses quadrados?

A) 9 cm^2
B) 12 cm^2
C) 16 cm^2
D) 18 cm^2
E) 32 cm^2

Figura 4 – OBMEP 2012, fase1, nível 1, questão 14 (Q14).

Inicialmente, no campo geométrico, é preciso ler e interpretar o retângulo dado com 12 cm de largura e 4 cm de altura, sendo a sua área de 48 cm². Em seguida será necessário utilizar procedimentos de transformação do retângulo por meio de dobraduras em três quadrados sobrepostos, para realizar um corte conforme solicitado, em uma de suas diagonais. Essas operações sobre a figura são feitas mentalmente pelos alunos, uma vez que nas condições da prova da OBMEP, reproduzidas na aplicação do teste, o aluno não dispunha de papel e tesoura à parte.

O aluno precisa perceber que após o corte, o retângulo está decomposto em quatro triângulos, dois maiores e dois menores, que juntos tem mesma área que o retângulo inicial Além disso, irá observar que a área do maior triângulo equivale ao dobro da área do menor. (conhecimento do campo das grandezas).

É solicitada a produção de dois quadrados que serão formados um com os dois triângulos maiores e o outro com os dois triângulos menores. No campo numérico, o aluno irá calcular a medida da área de cada quadrado, o menor tem 16 cm² de área e o maior tem 32 cm² de área, sendo a diferença entre essas áreas de 16 cm².

A quarta e última questão do teste (figura 5 a seguir) se refere a uma situação de medida de comprimento com uso de unidade de medida convencional, sem a presença da figura.

18. João fez uma viagem de ida e volta entre Pirajuba e Quixajuba em seu carro, que pode rodar com álcool e com gasolina. Na ida, apenas com álcool no tanque, seu carro fez 12 km por litro e na volta, apenas com gasolina no tanque, fez 15 km por litro. No total, João gastou 18 litros de combustível nessa viagem. Qual é a distância entre Pirajuba e Quixajuba?

A) 60 km
B) 96 km
C) 120 km
D) 150 km
E) 180 km

Figura 5 – OBMEP 2012, fase1, nível 1, questão 18 (Q18).

No campo das grandezas, o aluno deverá perceber que a distância entre as cidades é a mesma, desconsiderando o trajeto realizado na ida e na volta, embora possamos ter caminhos distintos entre as cidades, que poderão ter comprimentos distintos. Deverá perceber ainda que a distância entre as cidades é a mesma, mas a quantidade de combustível é variável, já que o carro faz 12 km por litro com álcool e 15 km por litro com gasolina, sendo necessária uma maior quantidade de litros de álcool do que de gasolina para realizar o caminho, entrando aqui no campo algébrico. O aluno determina os múltiplos comuns de 12 e 15, e observa qual dentre eles satisfaz a condição de que a quantidade total de combustível seja igual a 18 L, ou seja, 10 litros de álcool e 8 litros de gasolina, e a distância entre as cidades é de 120 km.

4. Resultados da Pesquisa

Na tabela 1, são apresentadas as quantidades absolutas de alunos que escolheram cada uma das alternativas às questões. Como se pode observar, os alunos tentaram resolver todos os problemas, uma vez que o número de questões NR – não respondidas foi baixo (nenhum aluno deixou de responder a Q5 e menos de 4% dos alunos deixaram de responder às demais questões).

Tabela 1 – Desempenho geral dos alunos, por questão

	A	B	C	D	E	NR	Total
Q5	0	0	3	4	51	0	58
Q12	14	9	22	5	6	2	58
Q14	11	12	23	0	10	2	58
Q18	5	4	34	7	6	2	58

Na tabela 2, são apresentados os percentuais de escolha de cada alternativa e são destacadas em verde as alternativas corretas:

Tabela 2 – Desempenho geral, em percentual, dos alunos, por questão

	A	B	C	D	E	NR	Total
Q5	0	0	5,172%	6,897%	87,93%	0	100
Q12	24,14%	15,52%	37,93%	8,621%	10,34%	3,448%	100
Q14	18,97%	20,69%	39,66%	0%	17,24%	3,448%	100
Q18	8,621%	6,897%	58,62%	12,07%	10,34%	3,448%	100

As duas questões que tiveram um percentual de acerto superior a 50% envolvem comprimento. As duas questões que envolvem área tiveram percentuais de acerto mais baixos, sendo que no caso da questão Q12, uma das alternativas incorretas teve um percentual maior de escolha que a alternativa correta enquanto no caso da questão Q14 o percentual de escolha da alternativa correta estava em torno de 40% e foi a alternativa que obteve maior percentual de escolha por parte dos alunos. Portanto, os alunos lidaram melhor com as questões que envolvem comprimento que com aquelas que envolvem a área. Provavelmente a necessidade de conectar conhecimentos de vários campos conceituais é um dos fatores que explica os baixos desempenhos nas questões sobre área.

A marcação das alternativas corretas não fornece informação suficiente para compreender as estratégias mobilizadas pelos alunos. É possível que a escolha de uma alternativa correta não corresponda claramente à mobilização de conhecimentos corretos e pertinentes na resolução da questão e que mesmo tendo escolhido alternativas incorretas, os alunos tenham mobilizado conhecimentos adequados. Além disso, a análise das estratégias permite observar diferentes maneiras corretas de resolver os problemas e identificar qualitativamente os erros cometidos pelos alunos.

Vamos então trazer alguns elementos da análise dos procedimentos de resolução empregados pelos alunos para cada questão.

Dos 51 alunos que acertaram a resposta da questão Q5, 38 utilizaram o procedimento que consiste em perceber que há duas unidades de comprimento em jogo. Desses, 29 justificam como indicado na nossa análise à priori, como no exemplo a seguir:

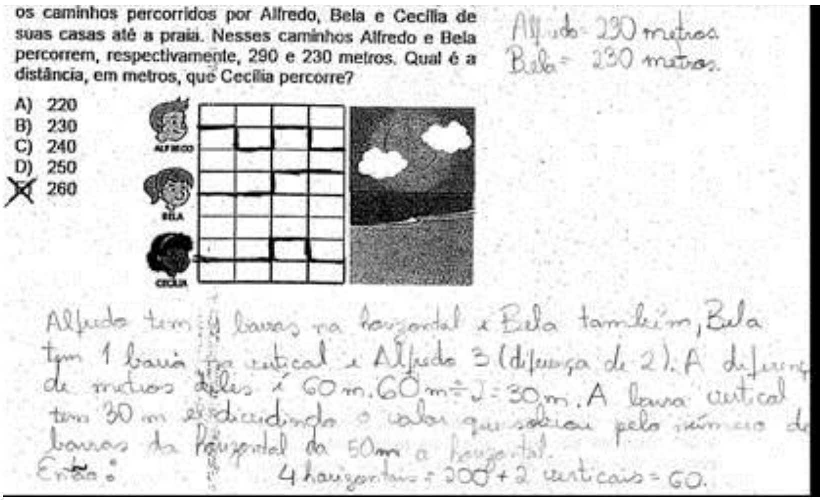


Figura 6 – Extrato do Protocolo Q5A206B

Seis alunos atribuem valores pelo método da tentativa e erro, como pode ser observado no extrato a seguir:

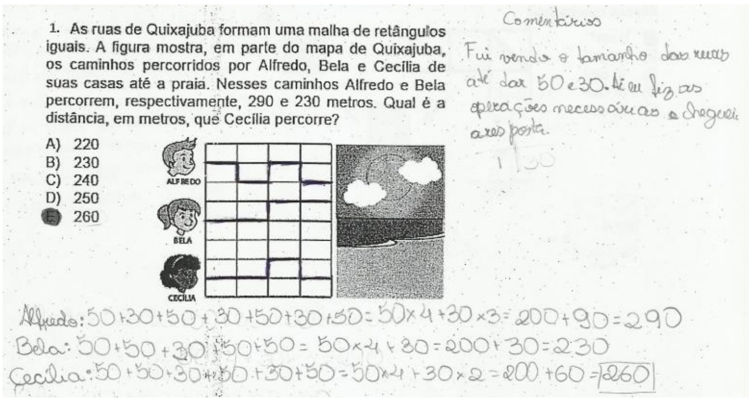


Figura 7 – Extrato do Protocolo Q5A26B

Dentre os alunos que acertaram a resposta da questão Q5, 13 não percebem a diferença entre as unidades de comprimento e desses, 8 alunos mobilizam conhecimentos em ação não adaptados à situação como o princípio da média aritmética, que pode ser observado no protocolo a seguir.

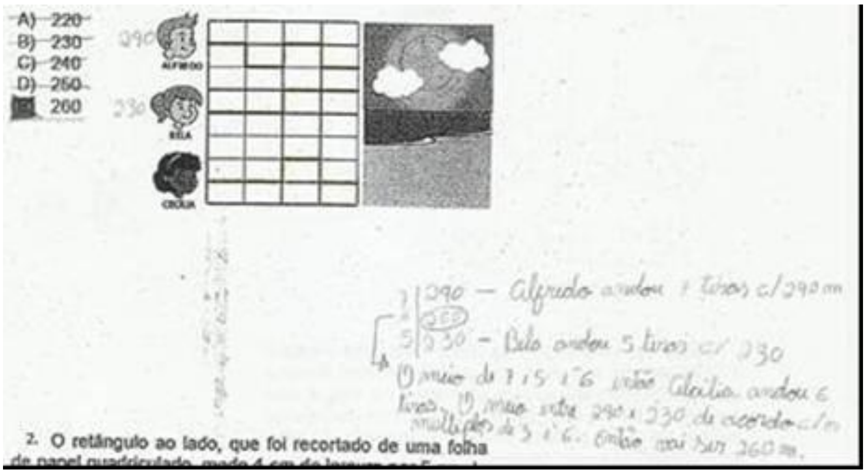


Figura 8 – Extrato do Protocolo Q5A26A

Os alunos contam a quantidade total de segmentos de cada um dos caminhos, sem considerar que se trata de uma malha retangular, não quadrada, que não é comumente utilizada, portanto sem perceber que os segmentos unitários na horizontal são de maior comprimento que os segmentos unitários da vertical. No contexto do problema a média permite encontrar a resposta correta, mas se um dos caminhos fosse do tipo exposto na figura 9, o uso da média produziria uma resposta incorreta.

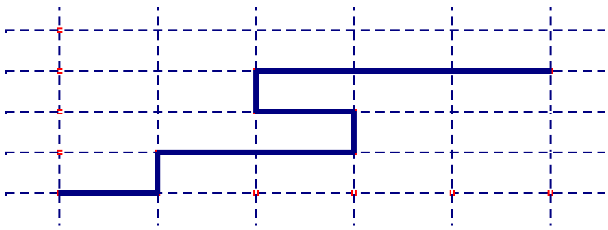


Figura 9 – caminho com segmentos unitários na horizontal e vertical.

Podemos levantar a hipótese de que houve uma tendência dos alunos em utilizarem o conteúdo de média aritmética, que estava sendo trabalhado com os alunos no momento da aplicação do teste. Três dos alunos que escolheram uma alternativa incorreta também utilizaram a média.

Cabe ainda observar que nos testes de oito alunos percebe-se explicitamente a eliminação das alternativas a e b, a qual corresponde a parte da interpretação da questão ao observar a representação gráfica e perceber que o caminho que Cecília percorre é maior que o de Bela e menor que o de Alfredo.

Na questão 12, apenas 14 alunos acertam a resposta e desses, 7 alunos determinam a área do retângulo e percebem a igualdade das áreas das regiões cinza e branca, como no protocolo a seguir:

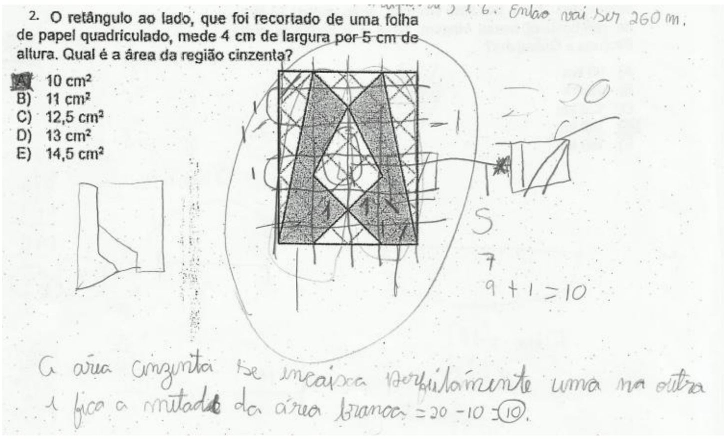


Figura 10 – Extrato de protocolo Q12A26A

Ainda dentre os alunos que acertam a questão, três utilizam a simetria da figura, um não apresenta registro do procedimento e três determinam a área do retângulo e realizam a contagem de quadrados completos e composição de quadrados, porém sem o uso da simetria, como apresentado no extrato abaixo:

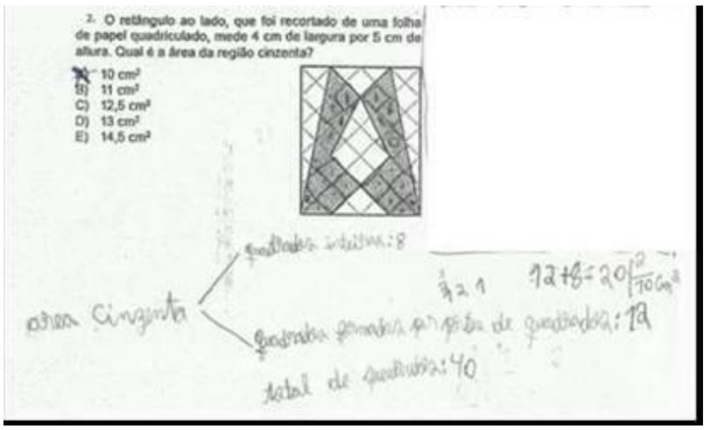


Figura 11 – Extrato de protocolo Q12A86B

Nesta questão as alternativas C e E juntas recebem quase 50% das respostas dos alunos e são aquelas cujo valor numérico da área é um não inteiro. Seria um efeito do contrato didático visto que, diante da configuração da malha quadriculada na posição não convencional e da figura, os alunos serem levados a pensar que a resposta seria um número “quebrado”? Ou uma dificuldade em contar e completar quadrados na malha proposta, sem perceber a simetria entre as regiões, como pode ser observado no extrato a seguir.

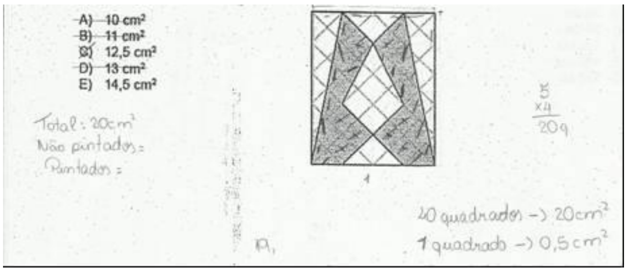


Figura 12 – Extrato de protocolo Q12A166B

Na terceira questão do teste, dos 23 alunos que acertam a questão apenas quatro visualizam corretamente o corte realizado e consequentemente, os triângulos obtidos, e apenas três alunos constroem os dois quadrados solicitados, como pode ser visto no protocolo a seguir.

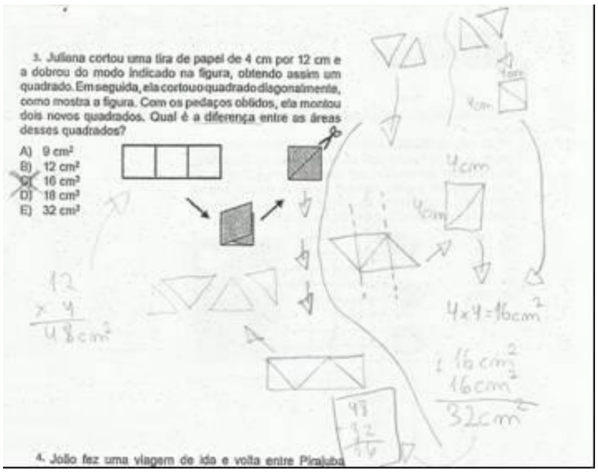


Figura 13 – Extrato de Protocolo Q14A46B

Ainda dentre os que acertam a questão, 4 alunos realizam o cálculo da área do retângulo e dividem pelo número de quadrados, obtendo a área do quadrado menor, que coincide com a resposta da questão, o que mostra o uso de uma estratégia inadequada, como mostra o extrato abaixo.

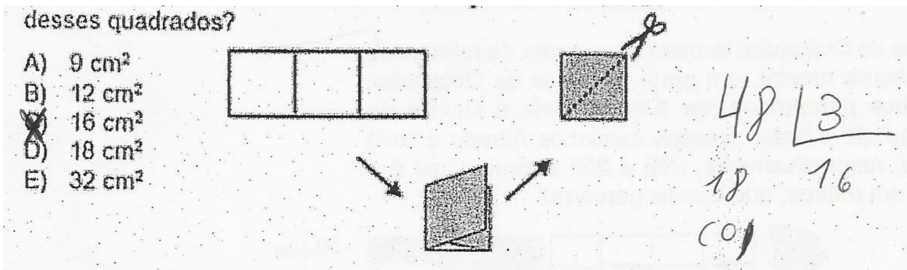


Figura 14 – Extrato de Protocolo Q14A246B

Na Q18 a estratégia de base é perceber que a quantidade total de combustível deve ser igual a 18 litros. Dos 34 alunos que acertaram a questão, 20 atribuem valores para as quantidades total de litros de álcool e de gasolina, e 10 determinam os múltiplos comuns a 12 e 15, como pode ser observado nos protocolos a seguir:

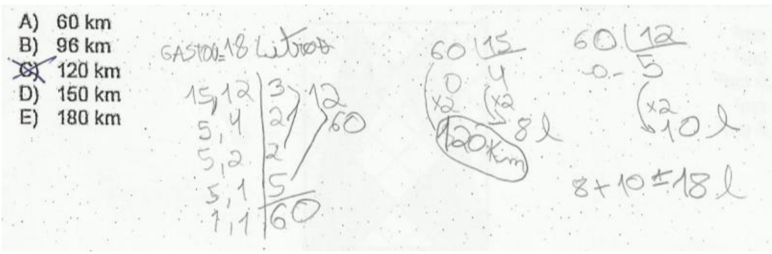


Figura 15 - extrato de protocolo Q18A216B

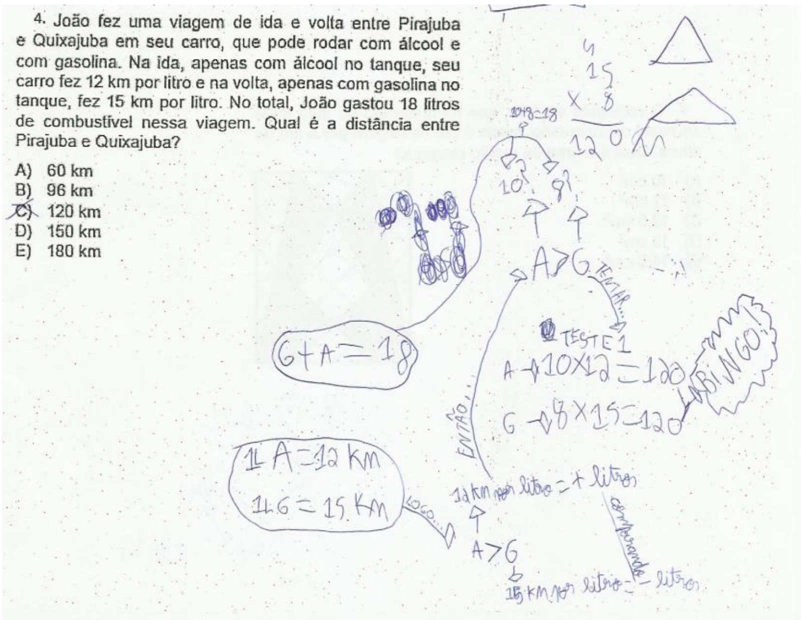


Figura 16 - extrato de protocolo Q18A266B

Ainda dentre os que acertam a questão, 2 alunos utilizam a estratégia da tentativa e erro, testando os valores das alternativas com os dados da questão, e 1 aluno multiplica os dados fornecidos. No entanto, 1 aluno considera que as quantidades de álcool e de gasolina são de 9 litros cada, desconsiderando a estratégia de base, como pode ser observado no protocolo a seguir:

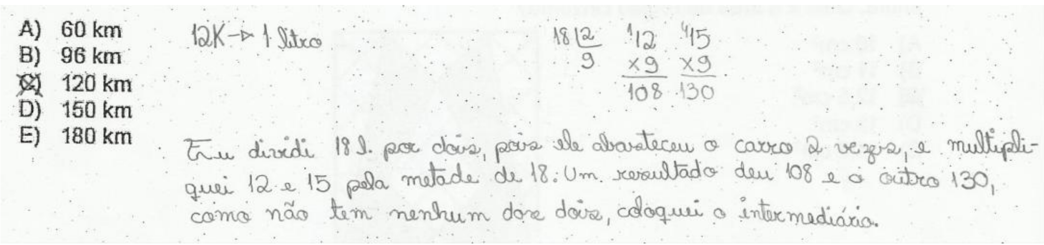


Figura 17 - extrato de protocolo Q18A16B

Esta resolução reforça a importância da nossa observação de que, resposta correta não está necessariamente associada ao uso de estratégias pertinentes.

De um modo mais geral, a análise das resoluções dos problemas sobre comprimento e área extraídos da prova da OBMEP mostra que a necessidade de transitar entre vários campos conceituais representa um grande desafio para os alunos do 6° ano, mas também mostra a capacidade que eles tem de lidar com problemas relativamente complexos e de desenvolver estratégias variadas no enfrentamento desse desafio.

Concluímos, portanto, destacando o interesse de propor problemas desafiadores tanto para estimular os alunos a desenvolverem estratégias nas quais conteúdos de vários campos estão em jogo, como para o professor identificar entraves na aprendizagem e verificar potencialidades desenvolvidas pelos alunos na resolução de problemas.

7 Referências

ARAUJO, A. J. de; CÂMARA, M. Avaliação Externa do Projovem: o caso de áreas e volumes. **BOLEMA - Boletim de Educação Matemática.** Rio Claro (SP), Ano 22, nº 33, p. 23-50, maio/agosto 2009.

BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental**. Natal: Editora da SBHMat, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/ Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. 3º e 4º ciclos**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DOUADY, R.; GLORIAN, M. J. P. Un processus d' apprentissage du concept d'aire de surface plane. In : **Educational Studies in Mathématics**. Netherlands, v. 20, n 4, p. 387-424, 1989.

FACCO, S. R. **Conceito de área: uma proposta de ensino-aprendizagem**. 2003. 185f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, PUC/SP, São Paulo, 2003.

FERREIRA, L. de F. D. **A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental: estudos sob a ótica da teoria dos campos conceituais.** 2010. 191f. Dissertação (Mestrado em Educação). Centro de Educação, UFPE, Recife, 2010.

LIMA, P. F., BELLEMAIN, P. M. B. Grandezas e Medidas In: **Matemática: Ensino Fundamental** (Série Explorando o ensino) Brasília : Ministério da Educação: Secretaria da Educação Básica, 2010, v.17, p. 167-200.

OBMEP. Disponível em < http://www.obmep.org.br/ >. Acesso em: 02 fev. 2013

SILVA, J. V. G. da. **Análise da abordagem do conceito de comprimento, perímetro e área em livros didáticos do 6º ano do ensino fundamental sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático**. 2011. 194f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). EDUMATEC, UFPE, Recife, 2011.

TELES, R. A. de M. **Imbricações entre os campos conceituais das grandezas geométrica e suas medidas, da álgebra e das funções: um estudo sobre as fórmulas de área no ensino fundamental**. 2007. 294f. Tese (Doutorado em Educação). Centro de Educação, UFPE, Recife, 2007.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. In: **Recherches em didactique des Mathématiques** – RDM, Grenoble, v.10, nº2, 3, p.133-170, 1990.