

## OFICINAS EM SALA DE AULA UMA ALTERNATIVA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DE POLIEDROS REGULARES

Raimundo Otoni de Melo Figueiredo  
Coordenador Intitucional do PIBID/CAPES/MEC  
otoni.ifpa@gmail.com

Sandra Regina Figueiredo de Miranda<sup>1</sup>  
EEEFM Coronel Sarmento/SEDUC  
sandramir2005@yahoo.com.br

Maria Lúcia Pessoa Chaves Rocha  
Coordenadora Financeira do PIBID/CAPES/MEC  
mlprocha@ibest.com.br

Paulo Sergio Rabelo de Souza  
Coordenador do Curso de Graduação  
paulosrs@globomail.com

Nazareno Messias Amoras Magina  
omessias\_@hotmail.com

Dnilson Silva Braga  
dnilsombrega@hotmail.com

### Resumo:

Este artigo socializa as ações desenvolvidas pelo grupo de Matemática que atua na EEEFM Coronel Sarmento, localizada no Distrito de Icoaraci, Belém – Pará, parceira do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência – PIBID/IFPA. A pesquisa foi desenvolvida com aplicações de oficinas em sala de aula, utilizando régua, compasso e transferidor, além de materiais manipuláveis, confeccionados pelo grupo de matemática e alunos do segundo e terceiro ano do Ensino Médio. O conteúdo abordado foi Geometria Plana e Espacial. Inicialmente, apresentamos três vídeos da TV Escola: “Mão na Forma”, onde foram apresentados três episódios: Os sólidos de Platão; Quadrado, cubo e companhia e (3, 4, 5) e o pentágono. Foram ministradas três oficinas: “Os Poliedros de Platão e a Relação de Euler”, “Construindo o triângulo equilátero com régua e compasso e a composição do Hexágono regular.” e “Figuras Espaciais Planificadas (Prismas e Pirâmides) montando sólidos e desenvolvendo suas fórmulas”. Na pesquisa, observamos que ao incentivar o educando através de construções, manipulações de materiais e depois levá-lo a entender o sentido da formalização trouxe avanços consideráveis para a compreensão dos conceitos e interesse pelo conteúdo ministrado, havendo maior concentração dos alunos na busca da solução dos problemas propostos.

**Palavras-Chave:** Matemática, Geometria; Poliedros; Oficinas.

---

<sup>1</sup>Professora Supervisora do Subprojeto de Matemática PIBID/CAPES/MEC.

<sup>2</sup>A escola Coronel Sarmento é uma das cinco escolas atendidas pelo PIBID.

## **1. Introdução**

A proposta deste artigo é socializar as atividades desenvolvidas pelo grupo de Matemática que atua na EEEFM Coronel Sarmiento<sup>2</sup> e que é composto pela supervisora do subprojeto de matemática e três bolsistas. O Projeto “Ciências e Ação II” do PIBID têm como objetivo principal proporcionar aos bolsistas do PIBID/IFPA uma qualificação que lhes permita adquirir habilidades e competências para o desenvolvimento de atividades coletivas e interdisciplinares que favoreçam o aprimoramento de metodologias de ensino inovadoras e a valorização do magistério, por meio de uma parceria entre o IFPA e as Escolas Públicas parceiras. Em nossa escola o Projeto foi implantado em 2009, com as disciplinas Matemática, Física, Química, Biologia e Geografia, tendo duas supervisoras pertencentes à disciplina de Matemática e Química.

Em 2012, o grupo de Matemática trabalhou com as realizações de oficinas, além das aulas ministradas pela supervisora, no horário regular. O conteúdo curricular da disciplina de Matemática para o terceiro ano do Ensino Médio segue o programa exigido pela Universidade Estadual do Pará (UEPA) e a matriz de referência do Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM. Uma novidade este ano na universidade estadual foi à inclusão do estudo de polinômios no terceiro ano regular e o conteúdo de Geometria Espacial entrar na grade do segundo ano. Dessa forma, nossos trabalhos iniciais foram norteados por esses conteúdos.

## **2. O Desenvolvimento da pesquisa**

Em setembro de 2012, começamos o planejamento das ações que deveriam ser desenvolvidas. O assunto a ser trabalhado foi geometria espacial. Em reunião com o Coordenador de área do Subprojeto de matemática, foi solicitado que os bolsistas pesquisassem vídeos para serem apresentados às turmas, de acordo com o item 10, do edital – Ações previstas: “Realização de sessões de vídeos de ciências e matemática para alunos das escolas públicas visando à divulgação científica e o estímulo científico aos alunos dessas escolas.” (EDITAL nº, 001/2011/CAPES, Anexo II).

Foi escolhido o vídeo da TV Escola intitulado: “Mão na Forma” que tem como objetivo: “trazer a Geometria encontrada na natureza para dentro das aulas de Matemática, tornando-a agradável e compreensível” (TV Escola, 2011). As regras

geométricas são manuseadas por meio de brincadeiras e exemplos práticos, além do constante estímulo à observação de tudo que nos rodeia: prédios, paisagens urbanas, animais e plantas, possibilitando a visualização de regras matemáticas, como o Teorema de Pitágoras.

Foram escolhidos três episódios da série: “Os Sólidos de Platão”, onde encontramos a relação que os gregos estabeleceram entre o mundo e as formas geométricas. O segundo episódio: “Quadrado, Cubo e Cia.”, mostrou-nos como os projetos de engenharia se utilizam largamente dos ângulos retos. E o terceiro: “3, 4 e 5 e o Pentágono” começa num jogo de futebol e enfatiza a forma da bola, que contém pentágonos na sua composição. A partir desta situação é mostrado, de forma muito bem detalhada, como se pode construir um pentágono através de um nó, numa fita de papel e como este pode ser utilizado para o molde na construção do dodecaedro, numa aula de matemática. Na aula prática, foi mostrado como os alunos podem fazer as construções, utilizando materiais simples. Mostrou ainda, como as estruturas esféricas são construídas; como os pentágonos aparecem nas flores e nas frutas e, a relação áurea a partir do pentágono. A relação 3, 4 e 5 do triângulo retângulo de Pitágoras foi investigada nos sólidos platônicos. Durante esta investigação, são enfatizados os elementos externos dos poliedros que são as faces, os vértices e as arestas desses sólidos.

### **3. As Oficinas de Matemática**

Da proposta apresentada no vídeo, foram criadas três oficinas com o intuito de ensinar geometria espacial de forma lúdica e mais prazerosa. As turmas escolhidas para esse trabalho foram os dois segundos anos, um da manhã e o outro da tarde, além dos três terceiro anos: dois da manhã e um da tarde.

A primeira oficina foi intitulada: “Os Poliedros de Platão e a Relação de Euler”, onde apresentamos o vídeo: “Mão na Forma”. Fez-se uma discussão dos assuntos apresentados no vídeo, entre eles Os Poliedros de Platão.

No trabalho de Platão, Timeo misticamente associa os quatros sólidos mais fáceis de construir: o tetraedro, o octaedro, o icosaedro e o hexaedro. Com os quatros elementos primordiais de todos os corpos materiais – o fogo, ar, água e terra. Contorna-se a dificuldade embaraçosa em explicar o quinto sólido, o dodecaedro, associando-o ao Universo que nos cerca (NUNES, 2011, apud EVES, 2004, p.114)

Na oficina, também foi abordado à relação de Euler: “O Teorema de Euler, descoberto em 1758, diz que se um poliedro tem  $V$  vértices,  $A$  arestas e  $F$  faces então  $V - A + F = 2$ ” (LIMA, 1991, p.69).

A oficina foi bem interessante, pois deu ênfase no conhecimento sobre as faces (são polígonos), os vértices (são pontos) e as arestas (segmentos de retas), ou seja, lados dos polígonos que se unem para formar o poliedro.

Após a exibição do vídeo foi apresentado um exercício teórico baseado no assunto abordado pelo mesmo. Os alunos responderam a partir dos conhecimentos adquiridos por meio do vídeo ou por suas noções intuitivas de geometria plana e espacial. Essa atividade foi desenvolvida para ter-se uma análise prévia dos conhecimentos dos alunos a respeito do assunto.

A segunda parte da oficina foi um convite para a turma por a mão na “massa“, os estudantes apresentaram um grande interesse para construção dos sólidos geométricos após a visualização dos mesmos já feitos (*Figura 1*) e observaram que ao construírem os sólidos algumas propriedades surgem, por exemplo: os lados de um polígono regular formarão a aresta do sólido quando forem agrupados no espaço dois a dois.

Ferreira (2010, apud LORENZATO, 2008) comenta sobre as possibilidades da utilização de materiais concretos suscitarem questionamentos que, de outra forma, poderiam não surgir. Além disso, o autor ressalta que esses questionamentos, quando discutidos e solucionados coletivamente, proporcionam um aprendizado maior, mais interativo e significativo para o aluno.

Percebendo essas propriedades os alunos foram estimulados não a decorar fórmulas, contudo a descobrirem como elas surgem a partir de construções feitas por eles mesmos. Esse método didático propõe com que os estudantes percebam que a matemática não é algo estático e sem significado prático. Isso nos remete a um dos conceitos de Paulo Freire: “A educação, portanto, implica uma busca realizada por um sujeito que é o homem. O homem deve ser sujeito de sua própria educação. Não pode ser o objeto dela...” (FREIRE 1982, p. 28).



*Figura 1.* Poliedros

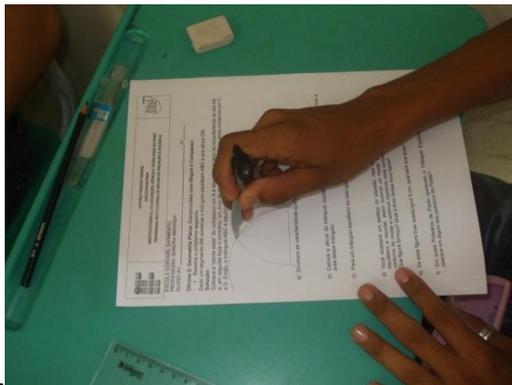
A proposta de se trabalhar o conteúdo de geometria espacial por meio de oficinas foi bem aceito pelas turmas, principalmente no momento de confecção dos poliedros. Os materiais utilizados foram: papel cartão colorido, ligas coloridas, tesoura, régua, lápis e borracha.

A classe foi dividida em equipes e cada uma ficou com um tipo de sólido para construir, só não foi feito o icosaedro, pela quantidade de faces, vinte no total. Durante a confecção, eles construíram e descobriram como diferenciar o conceito de polígonos do conceito de poliedros. De acordo com Mendes (2009), “o uso de materiais concretos no ensino da Matemática é uma ampla alternativa didática que contribui para a realização de intervenções do professor na sala de aula”

A segunda oficina foi de geometria plana: “Construindo o triângulo equilátero com régua e compasso e a composição do Hexágono regular.” Nessa atividade foi preparada uma apostila que tinha os comandos para a construção do triângulo equilátero. Normalmente não é feito esse tipo de trabalho no ensino fundamental e muito menos no Ensino Médio, isso faz com que o aluno comece a perder esse desenvolvimento cognitivo oriundo da geometria por falta de técnica que o levem ao raciocínio dedutivo.

Atentos ao cuidado com essa técnica de desenhos geométricos com régua e compasso podemos enumerar as fases do trabalho: construção de um triângulo equilátero com régua e compasso, enumeração de características desse triângulo, cálculo de área, desenvolvimento de fórmula e ampliação do conceito de composição de figuras planas.

Após a construção do triângulo (*Figura 2*), foi solicitado que eles identificassem alguns elementos como: lados, altura e ângulos (usando o transferidor).



*Figura 2.* Construção do Triângulo Equilátero

Na construção do triângulo, cada aluno escolheu um tamanho de segmento que seria o lado do polígono. Após a construção eles acharam o ponto médio de AC e traçaram a altura CD. Nosso objetivo era chegar na dedução da fórmula da altura e área desse triângulo. Partimos do conceito de área para qualquer triângulo  $A_T = \frac{b \cdot h}{2}$  (DOLCE, 2005, p.317) . Primeiramente, pedimos que eles calculassem a área do 1º triângulo utilizando a régua para determinar o ponto médio do segmento e AB e em seguida achar a altura, assim calculando a área. Nossa provocação era mostrar que: com o instrumento (régua) poderíamos calcular a área sem problemas, mas nos concursos que eles realizariam isso não seria possível, assim, precisávamos formalizar esse conhecimento de forma que servisse para o cálculo de qualquer triângulo equilátero.

Foi solicitado aos grupos que discutissem uma maneira de resolver o problema, por considência, alguns alunos começaram observar as respostas dos colegas quanto a determinação da altura surgindo a seguinte observação: “A altura difere do tamanho do lado em 0,5 cm, então, se soubermos o lado deveremos diminuir esse valor e teremos a altura do triângulo equilátero”, daí, eles concluíram que se soubessem a altura e quisessem o lado era só somar esse valor. Essa discussão foi bem interessante pois eles queriam provar que estavam certos e isso gerou uma nova proposta de pesquisa para provar ou refutar a teoria que eles acabavam de descobrir. Esse trabalho será desenvolvido posteriormente com esse grupo que está motivado a encontrar respostas para essa questão.

A partir da discussão de como formalizar o cálculo da altura do triângulo equilátero, realizamos a demonstração com o auxílio do Teorema de Pitágoras (*Figura 3*) e também utilizando a trigonometria no triângulo retângulo para chegarmos a fórmula

$h = \frac{L\sqrt{3}}{2}$  (DOLCE, 2005, p.239). Após deduzirmos a fórmula do triângulo substituímos o valor de  $h$  em  $A_T = \frac{b \cdot h}{2}$  e assim mostrar a fórmula da área do triângulo equilátero.

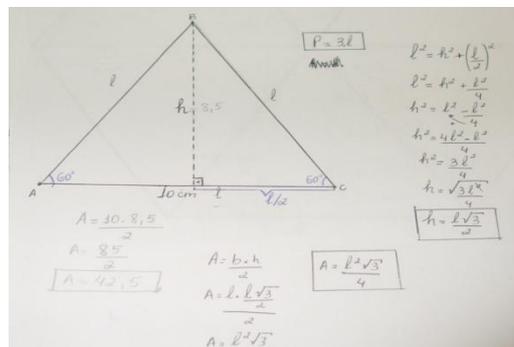


Figura 3. Fórmula da altura e área do Triângulo Equilátero

Esse momento da oficina foi muito importante, pois evidenciamos uma compreensão maior, por parte do aluno, no momento da demonstração. O caminho percorrido no desenvolvimento dos trabalhos foi satisfatório, pois de acordo com os Parâmetros Curriculares do Ensino Médio: “As habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca.”

Na segunda parte, foi distribuído um pedaço de papel cartão às equipes onde eles deveriam construir outro triângulo equilátero utilizando régua e compasso para depois recortar a figura. Foi solicitado que eles posicionassem o triângulo no verso da apostila, fizessem o contorno do molde e girassem em torno de um dos vértices, repetindo esse processo até verificar que figura seria formada.

Nessa experiência, foi possível ver a satisfação de muitos alunos pelo simples fato de se conseguir construir o triângulo. Quando foi solicitado com que eles construíssem o molde em papel cartão, os mesmos puderam verificar um sentido prático da construção do triângulo, e muitos associaram esse fato à construção dos poliedros como o tetraedro e o octaedro.

Como fazer um molde de tamanhos diferentes para construir esses poliedros? Essa pergunta surgiu entre alguns alunos e, desse modo, foi sugerido para que cada grupo elaborasse um relatório do que foi aprendido nas oficinas até aquele momento. Como enfatiza Mendes, 2009: “As atividades com material concreto têm uma estrutura

matemática a ser redescoberta pelo aluno que, assim se torna um agente ativo na construção do próprio conhecimento matemático”.

Essa última etapa da oficina pedia que eles encontrassem uma fórmula para calcular a área do hexágono regular, uma vez que tínhamos realizado a dedução da fórmula da área do triângulo equilátero  $A_T = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$ , anteriormente, na primeira parte da oficina.

O uso de régua, compasso e transferidor podem parecer até obsoletos para alguns, todavia, o uso em sala de aula pode apresentar-se como fonte de estímulo, pois desenvolve habilidades de observação e percepção das relações entre as representações e características das figuras planas nos desenhos, e é uma habilidade citada nos PCNs do Ensino Médio “Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho”. Esse recurso, em sala de aula, estimula o aluno a tornar-se mais participante.

A terceira oficina ministrada foi “Figuras Espaciais Planificadas (Prismas e Pirâmides), montando sólidos e desenvolvendo suas fórmulas”. Essa oficina foi desenvolvida em equipes de cinco alunos, para cada grupo foi entregue cinco figuras planificadas em papel A4 colorido, cola, tesoura, régua, lápis e borracha. Para não haver a simples repetição de informação entre as equipes, tomamos o cuidado de diversificar os sólidos planejados entre as equipes, utilizamos prismas, pirâmides e quatro poliedros regulares. Cada aluno montava seu sólido (*Figura 4*) e depois calculava a área e o volume do sólido que montou, na finalização o grupo precisava responder um quadro dando o nome da figura, número de arestas, vértices e faces. Essa etapa finalizava o processo de construção das primeiras oficinas. Em uma das turmas da tarde fizemos o trabalho no laboratório de informática utilizando a pesquisa na internet, cada vez que os grupos tinham dúvida sobre alguma fórmula, como a do tetraedro ou do octaedro que não são muito usadas. Mas área de prismas e pirâmides, eles conseguiram desenvolver com muito êxito. Observamos a integração entre as equipes e o esforço em cada um conseguir realizar sua tarefa. Nossa intenção no desenvolvimento deste trabalho era apresentar o conteúdo de geometria espacial de maneira a estimular a construção do conhecimento matemático pelo aluno.



*Figura 4. Montagem do tetraedro*

#### **4.Considerações Finais**

Em geral, o uso de instrumentos como: régua, compasso e transferidor ainda são pouco utilizados nas aulas de matemática pelos professores. Esses instrumentos são materiais necessários para o ensino da geometria e podemos dizer que são “tecnologias simples” para o conhecimento geométrico e também aos chamados instrumentos de desenhos, como materiais manipuláveis.

Em grande parte, os conteúdos de matemática que envolve a utilização de fórmulas apresentam grande dificuldade de entendimento por parte do aluno, e por parte do professor em encontrar estratégias de apresentação do conteúdo. A demonstração é quase sempre abandonada, pois o educador não vê relevância em fazê-la, por outro lado, o aluno, na grande maioria das vezes, tem grande dificuldade em entender. Em nossa pesquisa, observamos que incentivar o educando através de construções, manipulações de materiais e depois levá-lo a entender o sentido da formalização trouxe avanços consideráveis.

Nosso trabalho está sendo desenvolvido com cinco turmas, em todas tivemos respostas favoráveis, principalmente porque com o projeto PIBID, o grupo de matemática pode adquirir todo material para esse trabalho, dessa forma, todos os alunos têm acesso ao material pedagógico utilizado nas oficinas, não ficando nenhum aluno disperso. Esse fator é extremamente relevante para o desenvolvimento dos trabalhos em classe.

#### **5.Referências**

BRASIL PCN + ENSINO MÉDIO: Orientações *Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias /* Secretaria de Educação Tecnológica – Brasília: MEC; SEMTEC, 2002.

\_\_\_\_\_  
Programa Institucional de Bolsa de iniciação à Docência – PIBIB - EDITAL n°001/2011/CAPES, Anexo II. Detalhamento do subprojeto licenciatura Plena em Matemática.

DOLCE, Osvaldo. POMPEO, José. *Fundamentos da Matemática Elementar 9: geometria plana*. São Paulo. Atual, 2005.

FERREIRA, Claudete. SANCHES, Denise. CARDOSO, Flávia, VECCHI, Telma. *O uso de materiais manipuláveis em aulas de matemática*. II Simpósio de Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia. Artigo 33. Paraná, 2010.

FREIRE, P. *Pedagogia do Oprimido*. 11ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1982.

MENDES, Iran. *Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem*. – São Paulo. Livraria da Física, 2009.

LIMA, Elon. *Meu Professor de Matemática e outras histórias*. Rio de Janeiro. SBM, 2011.

PAIVA, Manoel. *Matemática – Paiva*. 1ª.ed – São Paulo: Moderna, 2009.

Wagner, Eduardo. *Uma introdução às construções Geométricas*. Disponível em: [http://www.obmep.org.br/export/sites/default/arquivos/apostilas\\_pic2010/Apostila8-construcoes\\_geometricas.pdf](http://www.obmep.org.br/export/sites/default/arquivos/apostilas_pic2010/Apostila8-construcoes_geometricas.pdf). Acesso em: 05 out. 2012.

TV Escola: “Mão na Forma” Programa 1: Os sólidos de Platão. Programa. Disponível em:  
<[http://tvescola.mec.gov.br/index.php?item\\_id=4816&option=com\\_zoo&view=item](http://tvescola.mec.gov.br/index.php?item_id=4816&option=com_zoo&view=item)>. Acesso em: 08 out. 2012.

\_\_\_\_\_  
“Mão na Forma” Programa 3: *Quadrado Cubo e Companhia*. Disponível em:  
<[http://tvescola.mec.gov.br/index.php?option=com\\_zoo&view=item&item\\_id=4820](http://tvescola.mec.gov.br/index.php?option=com_zoo&view=item&item_id=4820)>  
Acesso em: 08 out. 2012.

\_\_\_\_\_  
TV Escola “Mão na Forma” Programa 4: *(3, 4, 5) e o Pentágono*. Disponível em:  
<[http://tvescola.mec.gov.br/index.php?option=com\\_zoo&view=item&item\\_id=4823](http://tvescola.mec.gov.br/index.php?option=com_zoo&view=item&item_id=4823)>  
Acesso em: 08 out. 2012.

\_\_\_\_\_  
TV Escola. “*Dicas Pedagógicas*”. Disponível em:  
<[http://tvescola.mec.gov.br/index.php?option=com\\_content&view=article&id=639](http://tvescola.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=639)>  
Acesso em: 10 out. 2012.