

HISTÓRIA DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU EM LIVROS DIDÁTICOS

Kamila Gonçalves Celestino
Universidade Estadual do Centro-Oeste
kamilauab@hotmail.com

Resumo:

O presente estudo é fruto de um projeto de pesquisa vinculado ao regime de Tempo Integral e Dedicção Exclusiva para professores da Universidade Estadual do Centro-Oeste. Tal estudo consiste em uma pesquisa bibliográfica referente à história da equação do segundo grau e como esta é apresentada nos livros didáticos de Matemática. A pesquisa teve como objetivo levantar informações sobre a história da equação do segundo grau encontradas em obras clássicas da História da Matemática e em livros didáticos, bem como comparar tais informações e propor uma nota histórica que possa ser utilizada pelos professores de Matemática. Com este estudo foi possível perceber que, em geral, os livros didáticos trazem informações inadequadas a respeito da história da equação do segundo grau.

Palavras-chave: História da Matemática; Equação do Segundo Grau; Livro Didático.

1. Introdução

A pesquisa em História da Matemática tem se configurado como tema de interesse crescente comprovado pelas diversas fontes e publicações já acessíveis, relacionadas ou não ao ensino da Matemática e à educação Matemática. Dentre as modalidades de estudos que se identificam como pesquisas em História da Matemática estão as que tratam da investigação relativa à história de problemas, conceitos, métodos e também a figuras humanas (BARONI e NOBRE, 1999).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destacam a História da Matemática como um recurso didático para ser utilizado em sala de aula:

Em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer ideias Matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês” e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento. (BRASIL, 1997, p.34)

As Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná tratam a História da Matemática como um encaminhamento metodológico:

A História da Matemática é um elemento orientador na elaboração de atividades, na criação das situações-problema, na busca de referências para compreender melhor os conceitos matemáticos. Possibilita ao aluno analisar e discutir razões para aceitação de determinados fatos, raciocínios e procedimentos. (PARANÁ, 2008, p.66)

Para esta pesquisa, o tema *equação do segundo grau* foi adotado como relevante para um estudo de natureza histórica por se tratar de um assunto presente na disciplina de Matemática desde o Ensino Fundamental. E, apesar de ser tão recorrente, ainda existem algumas inconsistências acerca de sua história, principalmente quando se trata dos nomes de matemáticos envolvidos e da fórmula geral para resolver estas equações, o que acaba deixando dúvidas nos estudantes do ensino básico e de graduação e até mesmo nos professores de Matemática.

Segundo Eves (2002), em textos babilônicos, escritos há cerca de 4000 anos, encontram-se descrições de procedimentos para resolução de problemas envolvendo equações do segundo grau. Relata também que, na Grécia, utilizava-se geometria para resolver equações do segundo grau. É sabido que construções geométricas são encontradas no método de Euclides.

No século XII, um dos mais importantes matemáticos da época, o hindu Bhaskara (1114-1185), em duas das suas obras, apresenta e resolve diversos problemas do segundo grau. Antes dele, porém, no princípio do século IX, o matemático árabe Al-Khwarizmi, empenhou-se na resolução de equações do segundo grau utilizando Álgebra e a geometria dos gregos e chegou a fórmulas específicas para tipos diferentes de equação.

Esta análise da história da equação do segundo em livros didáticos teve o objetivo de esclarecer se e como as informações sobre o tema estão sendo repassadas a professores e alunos do Ensino Fundamental, para que então fosse possível estabelecer uma comparação com fatos históricos das obras de História da Matemática e, por fim, destacar os possíveis pontos que possam se caracterizar como duvidosos na apresentação do tema.

2. A História da Equação do Segundo Grau

Resolver uma equação do segundo grau da forma $ax^2 + bx + c = 0$, hoje em dia, é muito simples, uma vez que conhecemos uma fórmula para isso:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

A questão é como os matemáticos trabalhavam com estas equações antes de tal fórmula ser desenvolvida. O que se sabe a respeito disso é que cada povo desenvolveu seus próprios métodos para resolver este tipo de equação.

No Egito encontram-se indícios de problemas do segundo grau, envolvendo cálculo de áreas, no papiro Golonishev (séc. XIX AEC), um dos mais famosos do mundo juntamente com o papiro Rhind. Tais problemas podem ser traduzidos por equações do tipo $ax^2 = b$.

Na Babilônia as primeiras equações do segundo grau aparecem nas tabletas cuneiformes. Os babilônios, por terem uma Matemática mais desenvolvida que a do Egito, já possuíam seu próprio método para solucionar as equações da forma $x^2 - px = q$. Este método pode ser representado pela fórmula:

$$x = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q} + \frac{p}{2}$$

Na China é possível identificar problemas envolvendo equações do segundo grau na obra *Chiu Chang Suan Shu* (Nove capítulos sobre a arte Matemática) (sec. II AEC), os problemas tratam do cálculo de áreas e dimensões.

Na Grécia, Euclides (ca.325 – ca.265 AEC), em sua obra *Os Elementos* (ca. 300 AEC), propõe algumas construções que podem ser interpretadas como equações do segundo grau. O matemático Diofanto (ca.200 – ca.284), na obra *Arithmetica*, apresenta as seguintes fórmulas resolutivas para alguns tipos específicos de equações do segundo grau:

TIPO DE EQUAÇÃO	FÓRMULA RESOLUTIVA
$ax^2 + bx = c$	$ax = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac} - \frac{b}{2}$
$ax^2 + c = bx$	$ax = \frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac}$
$ax^2 = bx + c$	$ax = \frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac}$

Fórmulas de Diofanto

Na Índia e mundo árabe, Aryabhata I (476 – 550) estudou as equações do segundo grau e Brahmagupta (628) deu a primeira solução geral para equações do tipo $ax^2 + bx = c$. Pode-se representar esta solução pela fórmula:

$$x = \frac{\sqrt{4ac + b^2} - b}{2a}$$

O matemático árabe Al-Khwarizmi (780 – 850) resolveu equações de segundo grau por meio de geometria e classificou-as em seis tipos. Al-Khwarizmi ainda apresentou fórmulas resolutivas para dois destes tipos de equação, conforme segue:

TIPO DE EQUAÇÃO	FÓRMULA RESOLUTIVA
$ax^2 = bx$	-
$ax^2 = c$	-
$bx = c$	-
$bx + c = ax^2$	-
$ax^2 + bx = c$	$x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} - \frac{b}{2}$
$ax^2 + c = bx$	$x = \frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$

Classificação de equações e fórmulas específicas de Al-Khwarizmi

O matemático hindu Bhaskara (1114 – 1185) estudou e resolveu problemas do segundo grau e também se dedicou ao estudo de equações do tipo $ax^2 + b = y^2$, conhecidas como equação de Pell.

Vale ressaltar que, apesar de utilizarmos todas as formas de equações e fórmulas na linguagem simbólica, os povos citados não conheciam as equações da forma que nós as conhecemos hoje, bem como não utilizavam a linguagem simbólica para representar e resolver seus problemas.

3. Da Forma Geral à Fórmula Geral

Sabe-se que os estudos, dedicados a desenvolver uma fórmula geral para as equações do segundo grau, se intensificaram no século XVI. Foi nesta época que o matemático francês François Viète (1540 – 1603) iniciou a Álgebra Simbólica e então

surgiu a forma geral das equações do segundo grau, que é hoje escrita como $ax^2 + bx + c = 0$.

A partir da forma geral das equações de segundo grau, muitos matemáticos utilizaram os resultados já conhecidos sobre o tema e tentaram generalizar uma fórmula. Entre eles estão:

Michael Stifel (1486 – 1567) que encontrou a fórmula:

$$x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 \pm c} \pm \frac{b}{2}$$

O inglês William Oughtred que, em 1631, publicou a fórmula generalizada da forma que conhecemos e utilizamos até os dias atuais:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

James Sylvester (1814 – 1897) foi o responsável pelo conceito de discriminante:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

E, Albert Girard (1590 – 1633) foi quem encontrou relações entre os coeficientes de uma equação do segundo grau e suas raízes:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Vale ressaltar aqui que tais tentativas que generalizar a fórmula, ocorrem alguns séculos após a morte de Bhaskara. Não havendo, assim, possibilidades de a fórmula ter sido encontrada em uma de suas obras.

4. Bhaskara e a Equação do Segundo Grau

Bhaskara foi um matemático hindu que viveu entre 1114 e 1185, também conhecido como Bhaskaracharya que significa “Bhaskara, o Professor”, ou simplesmente Bhaskara.

Considerado o matemático mais famoso do século XII, seus trabalhos eram basicamente sobre Matemática e Astronomia. Alguns historiadores o destacam como o cimo do conhecimento matemático no século XII por ele ter alcançado um nível de entendimento dos sistemas de números e resolução de equações que não havia sido realizado na Europa por vários séculos.

Bhaskara estudou trabalhos de Brahmagupta e, portanto, tinha conhecimento sobre o zero e os números negativos. Sabia também que a equação $x^2 = 9$ tinha duas soluções, e forneceu a fórmula:

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$$

Nos estudos de Bhaskara também estão presentes muitos problemas diofantinos e a equação de Pell ¹, $px^2 + 1 = y^2$, a qual ele resolveu para $p = 8, 11, 32, 61$ e 67 .

São conhecidas seis obras de Bhaskara, a mais famosa é *Lilavati*, que leva o nome de sua filha.

Em uma de suas obras, chamada *Bijaganita*, Bhaskara propõe equações quadráticas e diz que as duas soluções que podem ser encontradas são igualmente admissíveis. E em um livro sobre Astronomia Matemática, *Siddhantasiromani*, Bhaskara traz alguns resultados interessantes de Trigonometria, entre eles estão as fórmulas:

$$\text{sen}(a + b) = \text{sen } a \cdot \text{sen } b + \text{cos } a \cdot \text{cos } b$$

e

$$\text{sen}(a - b) = \text{sen } a \cdot \text{cos } b + \text{cos } a \cdot \text{sen } b$$

¹ John Pell (1611-1685, matemático inglês). Trabalhou em Álgebra e Teoria dos Números. A equação $y^2 = ax^2 + 1$, na qual a é um inteiro não quadrado, foi primeiramente estudada por Brahmagupta e Bhaskara II. No entanto, a teoria decorrente desse estudo é exibida em um livro cuja verdadeira autoria é conferida a Pell. A denominação “equação de Pell” é atribuída a Euler.

Bhaskara foi um grande matemático, o mais importante de sua época na Índia, mas não há indícios de sua participação na descoberta da fórmula resolutive para equações do segundo grau. Assim, percebe-se que Bhaskara estudou alguns tipos de equação do segundo grau, bem como desenvolveu métodos para resolvê-las, porém a elaboração da famosa fórmula geral não é um mérito seu.

5. Procedimentos de Estudo

A pesquisa foi baseada em livros didáticos de Matemática, dando preferência aos aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), e também em alguns referenciais bibliográficos considerados clássicos na História da Matemática, tais como BOYER (1996), EVES (1997), KATZ (1998), STRUIK (1997), entre outros.

Inicialmente foi feito um estudo dos livros didáticos para que fosse possível descrever como as equações do segundo grau são apresentadas, e verificar se os livros trazem informações históricas acerca do tema. Em um segundo momento o estudo bibliográfico se estendeu aos referenciais de História da Matemática para comparar as informações trazidas pelos autores dos livros didáticos e pelos historiadores da Matemática.

6. Equação do Segundo Grau em Livros Didáticos

Foram analisados quinze livros didáticos publicados entre 2000 e 2009, dos quais treze foram aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) nas avaliações de 2002, 2005, 2008 ou 2011.

Analisando o capítulo dedicado ao estudo de equações do segundo nos livros didáticos, o primeiro fato evidente é que, em quase todos os livros pesquisados, existe um tópico ou subitem chamado *Fórmula de Bhaskara*.

Vários livros apresentam notas históricas sobre o tema, quase sempre relacionando a fórmula geral ao nome de Bhaskara ou Al-Khwarizmi:

No século XII, baseado nos estudos feitos por al-Khowarizmi, o matemático hindu Bhaskara apresentou um processo puramente algébrico que permitia resolver qualquer equação do segundo grau. Ele chegou a uma fórmula que é usada até hoje e que ficou conhecida como fórmula resolutive de Bhaskara para equações do segundo grau. (GIOVANNI, 2000, p.101)

No século XII, Bhaskara, um matemático indiano, escreveu sobre a Matemática conhecida na Índia. Dentre seus importantes escritos encontra-se a fórmula de Bhaskara, que é a generalização da resolução de equações do 2º grau com uma incógnita. (MORI, 2005, p.104)

No século XII, baseado nos estudos feitos por al-Khowarizmi, o matemático hindu Bhaskara(1114-1185) apresentou um processo puramente algébrico que permitia resolver qualquer tipo de equação do 2º grau. Partindo desse processo e com o uso da Álgebra simbólica, os matemáticos puderam chegar a uma fórmula que é usada até hoje e que ficou conhecida como *fórmula resolutive* para equações do 2º grau. (CASTRUCCI, 2007, p.95)

No século XII, o matemático hindu Bhaskara baseou-se em estudos de al-Khowarizmi para apresentar um processo algébrico que permitia resolver qualquer equação do 2º grau. Usando o processo de Bhaskara e partindo da equação escrita na sua forma reduzida, foi possível determinar, de maneira mais simples, as raízes de qualquer equação do 2º grau com uma incógnita. (CASTRUCCI, 2007, p.113)

A partir dos coeficientes de uma equação do 2º grau, o matemático hindu Bhaskara (1114-1185) desenvolveu um método algébrico para obter as raízes de qualquer equação do 2º grau. Com os coeficientes, foi possível chegar a uma fórmula conhecida como *fórmula de Bhaskara* ou *fórmula resolutive*. (RIBEIRO, 2009, p.84)

A fórmula para resolução de equações do 2º grau, que atribuímos ao matemático hindu Bhaskara (1114-1185), teve sua origem na Babilônia por volta de 2000 a.C.

Os babilônios resolviam muitas equações do 2º grau, porém, cada equação era resolvida particularmente, sendo sua solução específica. Embora a maneira, utilizada pelos babilônios, de resolver problemas envolvendo equações do 2º grau conduzisse naturalmente à dedução da fórmula de Bhaskara, os matemáticos babilônicos não a generalizaram.

Por volta do ano 830 d.C., o matemático árabe al-Khowarizmi, em seu livro *al-Jabr w'al mugabalah*, título que originou o termo Álgebra, detalha o método geométrico para resolver equações do 2º grau. Esse método consistia na utilização da construção de quadrados e retângulos.

Três séculos mais tarde, Bhaskara, em seu livro *Lilavati*, generaliza o método utilizado pelos babilônios para a resolução de equações do 2º grau. O fato de Bhaskara ter sido o primeiro matemático a generalizar tal método é o motivo pelo qual atribuímos seu nome à fórmula que conhecemos hoje.

Entretanto, somente no século XVI, quando se iniciou grande parte da simbolização algébrica, os coeficientes de uma equação passaram a ser representados por letras. Isso ocorreu graças ao matemático francês

François Viète (1540-1603). Desde então, a fórmula sofreu modificações até chegar à forma como a conhecemos. (RIBEIRO, 2009, p.99)

De todos os livros apenas três, dos que apresentaram notas históricas, não trazem a informação que foi Bhaskara quem descobriu a fórmula resolutive, mas, apesar disso, alguns ainda chamam tal fórmula como *fórmula de Bhaskara*:

A obra *Lilavati*, de Bhaskara, contém muitos problemas que são resolvidos por equações do segundo grau. Muitos foram compilados da obra indiana de Brahmagupta, e Bhaskara acrescentou novas observações. Talvez seja por esse motivo que a fórmula de resolução de uma equação do segundo grau ficou conhecida, aqui no Brasil, como fórmula de Bhaskara. Mas sabe-se que essa forma de resolução apresentada em *Lilavati* foi encontrada por Bhaskara em documentos que datam de século XI, um século antes da publicação do *Lilavati*. (BARROSO, 2006, p.48)

De onde veio a fórmula de Bhaskara?

Sabe-se que a famosa fórmula que resolve a equação do 2º grau não foi descoberta por Bhaskara. Mas não se sabe por que ela leva o nome dele.

Bhaskara viveu na Índia por volta de 1550. Esse ilustre matemático resolveu vários problemas complicados, alguns dos quais envolviam equações de 2º grau. No entanto, muito antes dele, a resolução da equação já era conhecida.

Os historiadores encontram indícios de que, na civilização da Babilônia, em 1700 a.C., já eram resolvidas algumas equações de 2º grau. Depois dessa época remota, parece ter sido al-Khowarizmi, no século IX, o maior especialista no assunto. Ele viveu em Bagdá e é considerado um dos principais criadores da Álgebra... (IMENES, 2009, p.120-121)

Conhecemos a fórmula para resolver equações do 2º grau como fórmula de Bhaskara, entretanto não foi Bhaskara quem resolveu equações do 2º grau pela primeira vez.

...É importante lembrar que, no século XII, não havia uma notação algébrica e a complexidade na escrita da solução da equação dificultava a percepção de procedimentos gerais.

...Foi necessário esperar mais de quatrocentos anos para que o matemático francês François Viète (1540-1603) inaugurasse a *era das fórmulas* em Matemática, a partir de quando se intensificaram tentativas de dar um procedimento único para a resolução de equações de um determinado grau e, em particular, para as equações do 2º grau, procedimento esse que ficou conhecido como *fórmula de Bhaskara*, em homenagem a esse conhecimento sobre resolução de equações. (BIANCHINI, 2006, p. 108)

Em geral, as informações históricas encontradas nos livros didáticos não são coerentes com as das obras de História da Matemática. Apenas dois livros didáticos

informam que a fórmula não foi realmente descoberta por Bhaskara e que não se sabe ao certo porque tal associação foi feita.

7. Resultados da Pesquisa

O estudo das referências de História da Matemática permitiu observar que, apesar de ter o matemático Bhaskara um grande mérito por uma descoberta que não foi sua, os estudos realmente feitos por ele são pouco conhecidos. Por esse motivo quando se comprova que a famigerada *fórmula de Bhaskara* não foi deduzida por ele, muitos imaginam então que ele não tem mais destaque para a Matemática, o que é uma conclusão equivocada. Afinal, não se pode desmerecer toda a obra de Bhaskara apenas por uma associação inconveniente que, aparentemente, só é feita no Brasil.

Bhaskara não estudou apenas Matemática, ele foi também astrônomo, poeta e filósofo e, em todas essas áreas ele deixou contribuições importantes como, por exemplo, as fórmulas para encontrar o seno de uma soma ou diferença de arcos, mencionadas nesse trabalho.

Dessa forma, mesmo desvinculando Bhaskara da fórmula resolutive para equações do segundo grau, pode-se e deve-se não só associá-lo a outros estudos matemáticos como também relevantes na História da Matemática.

A análise feita em livros didáticos destacou que a História da Matemática, referente ao assunto objeto deste estudo, ainda é pouco explorada pelos autores. A grande maioria daqueles que contém alguma informação histórica atribuem a descoberta da fórmula resolutive para as equações do segundo grau ao matemático hindu Bhaskara.

Na maioria dos livros pesquisados essa fórmula é denominada *fórmula de Bhaskara*, porém apenas alguns mencionam a informação de que a fórmula leva o nome de Bhaskara erradamente.

Em geral, os livros apresentaram uma mesma estrutura para a discussão do tema. O diferencial encontrado em algumas obras foi um breve comentário sobre os matemáticos Bhaskara (hindu) e Al-Khowarizmi (árabe).

Comparando as duas fontes de pesquisa, obras de História da Matemática e livros didáticos, percebe-se que os historiadores da Matemática deixam claro que Bhaskara foi um grande matemático, mas não esteve envolvido na generalização da fórmula resolutive para equações do segundo grau, vários outros matemáticos importantes fizeram isso,

porém alguns séculos depois da morte de Bhaskara. Já nos livros didáticos encontramos, em geral, a informação de que Bhaskara deduziu a fórmula e então ficou conhecido por esta descoberta.

Utilizando as informações obtidas acerca da história da equação do segundo grau, da fórmula resolvente e da relação de Bhaskara com o tema, proponho aqui uma nota que resume os fatos e pode ser usada pelos professores de Matemática para explicar rapidamente à seus alunos porque a *fórmula de Bhaskara* não é de Bhaskara:

“Quando se trata do tema equação do segundo grau, de pronto se remete à fórmula geral que resolve qualquer equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$. Esta fórmula é conhecida como *fórmula de Bhaskara*, no entanto não foi Bhaskara o responsável por sua descoberta. Sabemos que apenas no Brasil a fórmula é conhecida por este nome e não se sabe ao certo a origem de tal associação.

Bhaskara foi um matemático que viveu no século XII na Índia, estudou vários temas relacionados à Matemática e Astronomia e alcançou um nível de entendimento dos sistemas de números e resolução de equações que não havia sido realizado na Europa por vários séculos. Então, ao desvincular o nome de Bhaskara da fórmula resolvente para equações do segundo grau, não podemos desmerecer seus outros trabalhos.

Apesar de Bhaskara não estar envolvido no desenvolvimento da fórmula geral para resolução de equações do segundo grau, vários outros matemáticos estiveram. Por volta do século XV, quando Viète, matemático francês, escreveu a forma geral das equações de segundo grau $ax^2 + bx + c = 0$, outros matemáticos da época utilizaram alguns resultados já conhecidos de outros estudos juntamente com a forma geral das equações até que chegaram a uma generalização. Quem publicou pela primeira vez a fórmula do jeito que conhecemos hoje foi o matemático inglês William Oughthred, em 1631.”

8. Agradecimentos

Agradeço ao meu professor, orientador e colega de trabalho Edilson Roberto Pacheco (in memoriam) por seus conselhos na redação do projeto desta pesquisa, pelas suas sugestões de materiais para as análises e por sua grande dedicação no desenvolvimento desta pesquisa.

9. Referências

BARONI, R. L. S.; NOBRE, S. R. **A Pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática**. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

BARROSO, J. M. (ed.). **Projeto Araribá: Matemática**. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2006.

BIANCHINI, E. **Matemática**. 1.ed. São Paulo, Moderna, 2006.

BIGODE, A. J. L. **Matemática hoje é feita assim**. São Paulo: FTD, 2000.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 2.ed. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 09 fev.13.

CARVALHO, A. L. T.; REIS, L. F. **Aplicando a Matemática**. 2.ed. Tatuí-SP, Casa Publicadora Brasileira, 2009.

CARVALHO, J. B. P. **Três excursões pela História da Matemática**. Rio de Janeiro: Intermat, 2008.

CASTRUCI, B.; GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **A conquista da Matemática: edição renovada**. São Paulo, FTD, 2007.

DANTE, L. R. **Tudo é Matemática**. São Paulo: Ática, 2002.

DOLCE, O.; IEZZI, G.; MACHADO, A. **Matemática e realidade**. 6.ed. São Paulo, Atual, 2009.

EVES, H. W. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Unicamp, 1997.

GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **Matemática pensar e descobrir: novo**. São Paulo: FTD, 2000.

GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **Matemática pensar e descobrir: novo**. São Paulo: FTD, 2002.

GIOVANNI, J. R.; PARENTE, E. A. M. **Aprendendo Matemática: novo**. São Paulo: FTD, 2002.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. **Matemática e realidade**. 5. ed. São Paulo: Atual, 2005.

IMENES, L. M.; LELLIS, M. **Matemática: Imenes e Lellis**. 1. ed. São Paulo, Moderna, 2009.

KATZ, V. J. **A History of Mathematics: an Introduction**. 2. ed. Addison-Wesley, 1998.

MORI, I.; ONAGA, D. S. **Matemática: idéias e desafios**. 14. ed. reform. São Paulo: Saraiva, 2005.

NOBRE, Sergio. **História da resolução da equação de 2º grau: uma abordagem pedagógica**. Rio Claro: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2003. (Coleção História da Matemática para professores).

O'CONNOR, J.J.; E F ROBERTSON, E. F. **Bhaskara**. Disponível em: <www-history.mcs.st-and.ac.uk/BiogIndex.html.2000> Acesso em: 10.nov.12.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná: Matemática**. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arvosFile/diretrizes_2009/matematica.pdf. Acesso em: 09 fev.13.

RIBEIRO, J. S. **Projeto Radix**. São Paulo, Scipione, 2009.

STRUIK, D. J. **História Concisa das Matemáticas**. 3.ed. Trad. João Cosme Santos Guerreiro. Lisboa: Gradiva, 1997.