

## PRODUÇÕES DE SIGNIFICADOS PARA O JOGO RESTA ZERO

*Sérgio Carrazedo Dantas*

*Universidade Estadual do Norte do Paraná (UNESPAR)*

*sergio@maismatematica.com.br*

### **Resumo**

Nesse texto apresentamos o Resto Zero, um jogo que criamos inspirados em dois jogos de tabuleiro: o Resto 1 e o Quink. Após apresentarmos o Resto Zero e suas regras, discutimos um trabalho investigativo que realizamos com um professor de matemática que se dispôs a jogar algumas partidas e a conversar sobre o jogo. Por meio de uma reflexão com base no Modelo dos Campos Semânticos de Romulo Campos Lins, discutimos as produções de significados e os objetos constituídos nas ações enunciativas sobre o jogo que, de acordo com nossa leitura, foram categorizadas por nós como campos semânticos do educador matemático, do jogador ou do designer.

**Palavras Chave:** Jogo; Conhecimento Matemático; Produção de Significados.

### **1. Introdução**

Nesse artigo apresentamos o jogo *Resto Zero*, um jogo de tabuleiro para ser disputado por um jogador fazendo uso de um computador. O *Resto Zero* foi criado e implementado pelo autor desse texto e foi batizado com esse nome para fazer menção ao objetivo final do jogo, *eliminar todas as peças do tabuleiro*. Esse objetivo pode ser alcançado por meio de jogadas que consistem em movimentar uma peça ou saltar uma peça com outra em uma quantidade mínima de jogadas.

Nosso trabalho inicialmente consistiu no design e implementação do jogo a partir de definições e regras que estabelecemos. Concluída essa fase, ou seja, com o jogo implementado, entramos em uma segunda fase de nosso trabalho que consistiu em jogar várias partidas e analisar estratégias para atingir o objetivo do jogo. Daí surgiram algumas questões das quais selecionamos três:

Questão 1: *Há quantas disposições iniciais para as peças do Resto Zero?*

Questão 2: Tomando por base uma das fases de 10 a 15, qual é o número mínimo de jogadas para atingir o objetivo do jogo?

Questão 3: A partir de qualquer disposição inicial há uma quantidade finita de jogadas suficientes para atingir o objetivo do jogo?

Após obter respostas para essas três questões e atentos aos pressupostos do Modelo dos Campos Semânticos (MCS) de Lins (1992, 1993a, 1993b, 1994, 2012), percebemos que em alguns casos as respostas eram construídas com referência a “objetos” constituídos internamente ao jogo e outras faziam referência a conhecimentos matemáticos. Tal constatação possibilitou promover uma discussão sobre possibilidades de produção de significados. Assim, apresentamos um debate que toma por base pressupostos do Modelo dos Campos Semânticos de Lins (1999), que será discutido a partir de alguns de seus aspectos.

## 2. O jogo Resta Zero

O jogo *Resta Zero* que apresentamos nesse texto foi inspirado em dois jogos de tabuleiro: o *Resta Um* e o *Quink*. Esses pertencem a uma categoria de jogos de tabuleiro que são disputados por apenas um jogador e cujo desafio consiste em atingir o objetivo proposto pelo jogo, condicionando-se a fazer aquilo que a regra permite.

Em uma partida padrão do *Resta Um*, inicia-se o jogo com 32 peças sobre o tabuleiro e uma casa vaga no centro. Com o objetivo de deixar apenas uma peça no centro do tabuleiro, um jogador captura (salta) uma peça com outra em movimentos na vertical ou horizontal.

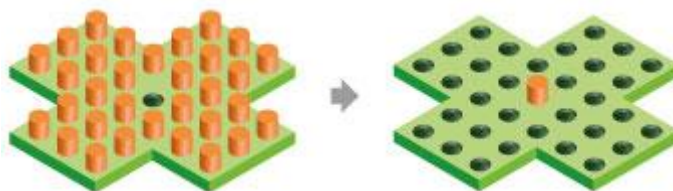


Figura 1: Jogo Resta Um

disponível para jogar em [www.maismatematica.com.br/restaum.swf](http://www.maismatematica.com.br/restaum.swf)

O *Quink* é constituído por um tabuleiro 7 x 7 e 25 peças distribuídas em 5 cores. As peças podem ser movimentadas apenas na horizontal ou na vertical sem a possibilidade de saltar outra em qualquer situação. O objetivo do jogo consiste em agrupar as peças por cores, realizando uma quantidade mínima de jogadas.

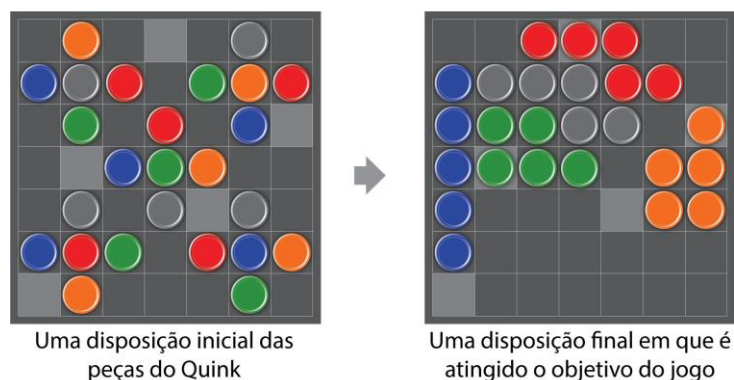


Figura 2: Jogo Quink

Disponível para jogar em [www.maismatematica.com.br/quink.swf](http://www.maismatematica.com.br/quink.swf)

Inspirados pelas regras desses dois jogos elaboramos um jogo que batizamos de *Resta Zero* e que pode ser acessado em [www.maismatematica.com.br/restazero.swf](http://www.maismatematica.com.br/restazero.swf).

O *Resta Zero* é um jogo composto por um tabuleiro 7 x 7 e por 10 peças. As peças são divididas em dois grupos: cinco na cor laranja e cinco na cor verde. As peças de cada grupo de cor são numeradas inicialmente com números de 1 a 5. No decorrer desse texto nos referimos às peças pela cor e pelo número, por exemplo, *verde-3* corresponde a peça de cor verde e número de face igual a 3.

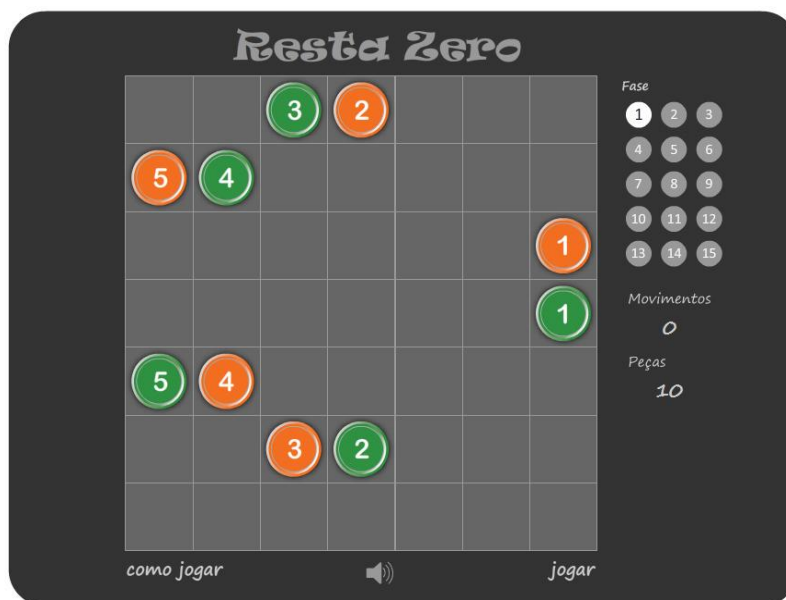


Figura 3: Interface do jogo Resta Zero

O jogo é disputado em 15 fases. Nas fases de 1 a 9 todas as peças são posicionadas inicialmente sobre o tabuleiro e, nas fases de 10 a 15, são posicionadas inicialmente no tabuleiro apenas as peças de cor laranja; as peças verdes devem ser colocadas no tabuleiro em posições escolhidas pelo jogador.

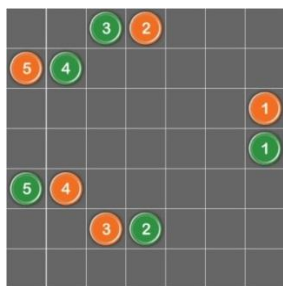


Figura 4: Disposição inicial das peças na fase 1

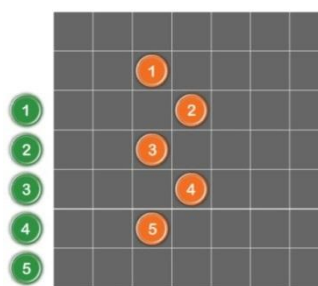


Figura 5: Disposição inicial das peças na fase 10

O objetivo do jogo consiste em eliminar todas as peças do tabuleiro realizando a menor quantidade de movimentos possível. Uma peça é eliminada do tabuleiro quando seu número de face se torna zero.

Para realizar um movimento deve-se clicar em uma peça e, em seguida, clicar em um “xis” branco ou vermelho que aparece nas possíveis posições para as quais a peça clicada pode ser movimentada.

Na situação representada na Figura 6, a peça *laranja-2* pode ser movimentada diretamente para qualquer posição indicada pelos “xis brancos”, ou seja, ser deslocada uma ou duas células a sua direita, a sua esquerda, acima ou abaixo.

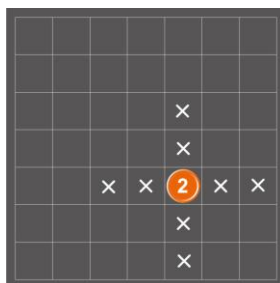


Figura 6: Movimentos possíveis de uma peça de acordo com seu número de face

Em outra situação, como a que aparece na Figura 7, a peça *laranja-3*, pode ser movimentada diretamente para qualquer posição indicada pelos “xis brancos”, ou seja, saltar sobre a peça *laranja-2*, ser deslocada para qualquer uma das três células a sua direita, ser deslocada para apenas uma célula a sua esquerda ou ser deslocada para qualquer uma das três células abaixo dela mesma.

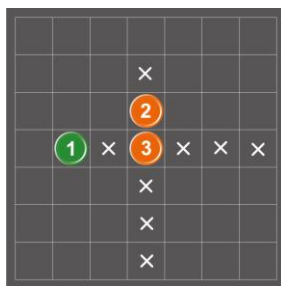


Figura 7: Movimentos possíveis da peça *laranja-3*

As regras do *Resta Zero* são as seguintes.

1. Uma peça pode ser movimentada apenas na horizontal ou na vertical em dois casos:
  - uma peça A pode saltar uma peça B se, e somente, se ambas estiverem em posições adjacentes, ou seja, ocupando células com lados comuns;
  - sem saltar outra peça, uma peça A pode ser movimentada para uma célula vazia desde que a célula esteja a uma quantidade de casas menor ou igual ao número indicado na sua face.
2. Se uma peça A saltar uma peça B de cor diferente de A, diminui uma unidade em cada uma delas.
3. Se uma peça A saltar uma peça B e as peças forem da mesma cor, diminui uma unidade somente da peça A.
4. Se uma peça A saltar uma peça B mais de uma vez consecutivamente, a partir do segundo salto, aumenta em uma unidade o número da peça A. Em dois casos são considerados saltos consecutivos de A em B: no primeiro caso a peça A salta B logo após um primeiro salto em B; no segundo caso A salta B, após isso realiza movimentos sem saltar outra peça e volta a saltar B.
5. Se uma peça realizar dois movimentos consecutivos sem que salte outra peça, é acrescida uma unidade na peça movimentada.

As regras 4 e 5 descrevem movimentos penalizados. Nesses casos, o jogador é advertido por “xis vermelhos” exibidos em algumas posições do tabuleiro antes que realize os movimentos.

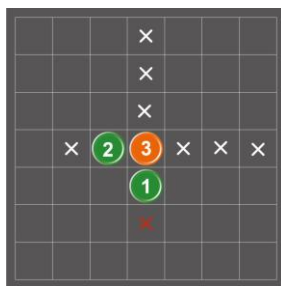


Figura 8: Movimentos penalizados indicados pelo “xis vermelho”

No caso representado na Figura 8 o jogador clicou na peça de número 3. Se a peça *laranja-3* for movimentada para a posição indicada pelo “xis vermelho” o número de sua face é acrescido em uma unidade.

As penalizações de movimentos fazem com que o valor de face de uma peça seja incrementado até o máximo de 9 unidades.

### 3. Perguntas e Respostas

Após implementarmos esse jogo, compartilhamos o mesmo com um colega de profissão, outro professor de Matemática. Em um primeiro momento, nossa preocupação era disputar as fases do jogo buscando atingir seu objetivo e realizando a menor quantidade de jogadas. Em um segundo momento, passamos a nos preocupar com questões relativas as regras, questões de designer e questões matemáticas que fazíamos a partir do *Resta Zero*. Dessas selecionamos três e apresentamos a seguir.

Questão 1: *Há quantas disposições iniciais para as peças do Resta Zero?*

Suponha que o tabuleiro esteja vazio e temos 10 peças a serem disponibilizadas no tabuleiro. A primeira peça pode ocupar qualquer uma das  $7 \times 7 = 49$  células. Após posicionada a primeira peça, a segunda pode ser posicionada em qualquer uma das células restantes, ou seja, em uma das 48 células não ocupadas e assim sucessivamente até serem posicionadas as 10 peças sobre o tabuleiro.

Assim, há 49.48.47.46.45.44.43.42.41.40 possibilidades de disposição inicial para as peças.

Como as dez peças são distintas duas a duas e permutando duas peças de uma disposição inicial obtemos outra disposição inicial, ou seja, outro agrupamento, podemos afirmar que se trata de um arranjo, o que implica que o cálculo também poderia ser

realizado substituindo  $n = 49$  e  $p = 10$  na equação  $A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$ . Em ambos os casos

obtemos como resultado 29.820.834.418.636.800 disposições iniciais.

Questão 2: *Tomando por base uma das fases de 10 a 15, qual é o número mínimo de jogadas para atingir o objetivo do jogo?*

Consideremos a fase 12 em que cinco peças de cor laranja estão posicionadas sobre o tabuleiro e cinco peças verdes devem ser colocadas em células escolhidas pelo jogador.

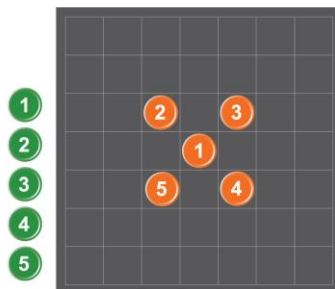


Figura 9: Disposição inicial das peças na fase 12

O primeiro ato do jogador corresponde a escolher uma célula para cada peça verde e deslocá-la para a célula escolhida. Na figura 10 aparecem as peças distribuídas pelo jogador.

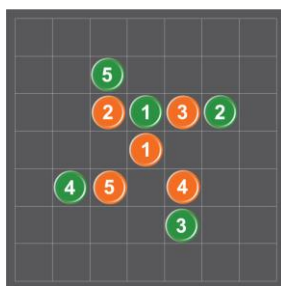


Figura 10: Disposição das peças após serem posicionadas as cinco peças verdes no tabuleiro.

As peças foram posicionadas de modo que em cada jogada é possível saltar uma peça com outra de cor diferente da primeira. Isso possibilita reduzir um ponto em cada uma das duas peças envolvidas em cada jogada.

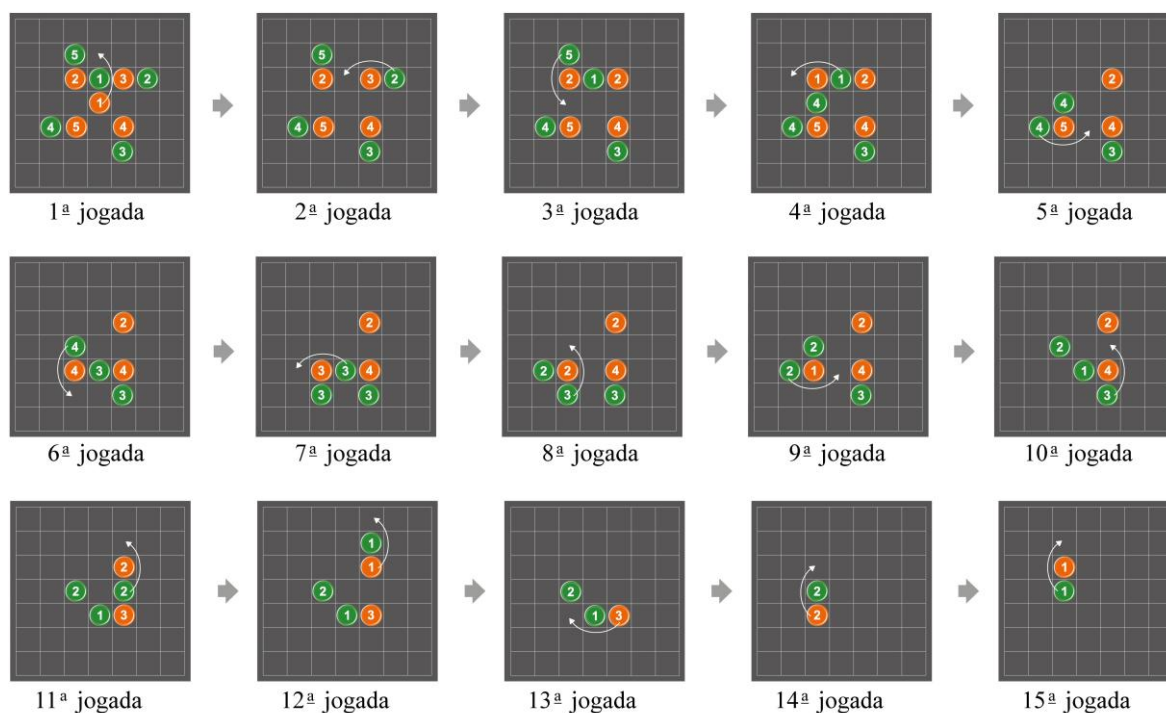


Figura 11: Sequência de jogadas para atingir o objetivo do jogo na fase 12 em 15 movimentos

Portanto, com esse procedimento alcançamos o objetivo do jogo com a menor quantidade de jogadas possíveis, ou seja, 15 jogadas.

Questão 3: *A partir de qualquer disposição inicial há uma quantidade finita de jogadas suficientes para atingir o objetivo do jogo?*

O objetivo do jogo é eliminar todas as peças do tabuleiro em uma quantidade mínima de jogadas. Assim, demonstramos que existe uma solução em uma quantidade finita de jogadas; esse fato garante que uma solução ótima existe, ou seja, uma quantidade mínima de jogadas em que se alcança tal objetivo.

#### *Definição*

Chamamos de disposição inicial a disposição que inicia uma partida no jogo Resta Zero. Fixada uma partida, denotamos por  $T_0$  a disposição inicial e por  $T_n$ , para  $n \geq 0$ , a disposição das peças após  $n$  jogadas.

Se após  $n$  jogadas todas as peças forem eliminadas, dizemos que  $T_n$  é vazia. Assim podemos afirmar o seguinte.

*Proposição:* Dada uma disposição inicial  $T_0$  é possível em um número finito  $n$  de jogadas eliminar todas as peças do tabuleiro no jogo Resta Zero, ou seja, é possível obter um número inteiro positivo  $n$  tal que a disposição  $T_n$  seja vazia.



### Demonstração<sup>1</sup>

Para realizar as operações, cada peça do jogo será representada por um par ordenado  $(x, y)$ , em que  $x \in \{1, 2\}$ , com 1 denotando a cor verde e 2 a cor laranja, e  $y \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  é a quantidade de pontos na peça. O tabuleiro será representado por uma matriz quadrada de ordem 7 com entradas no conjunto  $\{0, 1, 2\} \times \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ , em que os pontos  $(0, 0)$  denotam células vazias no tabuleiro. Usaremos também a convenção de que se após uma quantidade finita de jogadas um par ordenado  $(x, y)$  se transformar em  $(x, 0)$ , então ele é substituído por  $(0, 0)$ .

A peça representada por  $(1, 1)$  pode ser eliminada do tabuleiro em uma quantidade finita de movimentos, sem que outra peça tenha diminuição no seu número inicial. Para isso, basta posicionar outra peça  $(1, y)$  adjacente a  $(1, 1)$  de modo que seja possível  $(1, 1)$  saltá-la. Isso também é verdade para a peça  $(2, 1)$ . Denotamos por  $n_1$  a quantidade de movimentos realizados para eliminar as peças  $(1, 1)$  e  $(2, 1)$ . Assim, restam apenas oito peças no tabuleiro, quatro na cor laranja e quatro verdes.

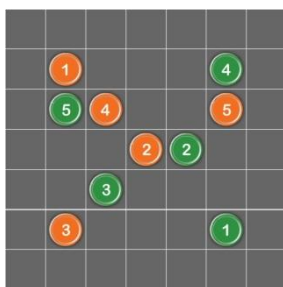


Figura 12: Disposição inicial das peças na fase 7 do jogo



Figura 13: Disposição das peças após serem eliminadas as peças  $(1, 1)$  e  $(2, 1)$

Em uma quantidade finita  $n_2$  de jogadas podemos obter a seguinte disposição das peças que restarem no tabuleiro.

$$T_{n_1+n_2} = \begin{bmatrix} (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \\ (0,0) & (1, y_1) & (2, y_3) & (0,0) & (1, z_1) & (2, z_3) & (0,0) \\ (0,0) & (2, y_2) & (1, y_4) & (0,0) & (2, z_2) & (1, z_4) & (0,0) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \end{bmatrix}$$



Figura 14: Matriz e disposição das peças na fase 7 do jogo

<sup>1</sup> Os tabuleiros que acompanham cada matriz visam contribuir para a compreensão da demonstração.

Como a cada duas jogadas consecutivas, sem saltar outra peça, acrescenta-se uma unidade a peça, podemos obter um inteiro positivo  $n_3$  tal que:

$$T_{n_1+n_2+n_3} = \begin{bmatrix} (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \\ (0,0) & (1,\bar{y}) & (2,\bar{y}) & (0,0) & (1,\bar{z}) & (2,\bar{z}) & (0,0) \\ (0,0) & (2,\bar{y}) & (1,\bar{y}) & (0,0) & (2,\bar{z}) & (1,\bar{z}) & (0,0) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \end{bmatrix}$$



Figura 15: Matriz e disposição das peças após  $n_1 + n_2 + n_3$  jogadas

Esse inteiro  $n_3$  é obtido de tal forma que podemos escolher  $\bar{y} = \min\{9, \max\{y_i\}_{i=1,2,3,4}\}$  e  $\bar{z} = \min\{9, \max\{z_i\}_{i=1,2,3,4}\}$ . A partir da disposição descrita pela matriz  $T_{n_1+n_2+n_3}$  podemos realizar duas jogadas em cada peça e obter a matriz

$$T_{n_1+n_2+n_3+16}$$

$$T_{n_1+n_2+n_3+16} = \begin{bmatrix} (1,y) & (2,y) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (1,z) & (2,z) \\ (2,y) & (1,y) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (2,z) & (1,z) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \end{bmatrix}$$



Figura 16: Matriz e disposição das peças após  $n_1 + n_2 + n_3 + 16$  jogadas

com  $y = \min\{9, \bar{y} + 1\}$  e  $z = \min\{9, \bar{z} + 1\}$ . Assim a sequência de jogadas

$$T_{n_1+n_2+n_3+16+2} = \begin{bmatrix} (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (1,z) & (2,z) \\ (2,y-1) & (1,y-1) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (2,z) & (1,z) \\ (1,y-1) & (2,y-1) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \end{bmatrix}$$



Figura 17: Matriz e disposição das peças após  $n_1 + n_2 + n_3 + 16 + 2$  jogadas

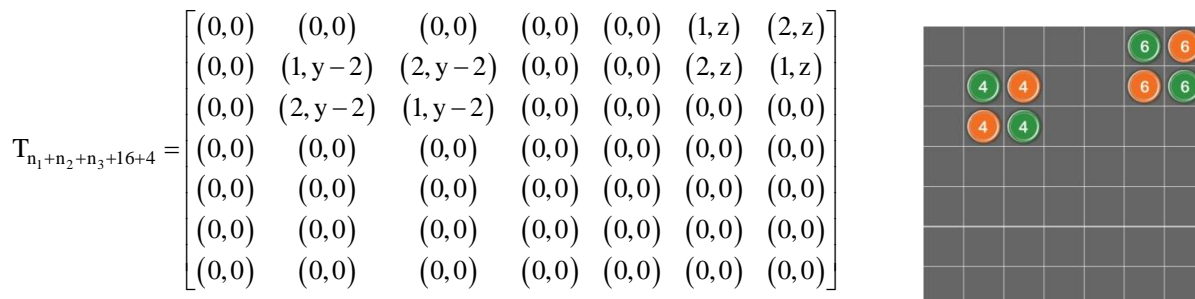


Figura 18: Matriz e disposição das peças após  $n_1 + n_2 + n_3 + 16 + 4$  jogadas

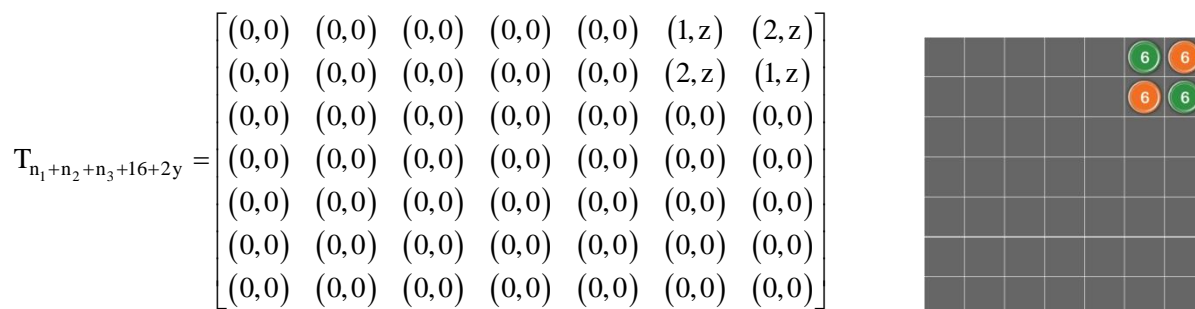


Figura 19: Matriz e disposição das peças após  $n_1 + n_2 + n_3 + 16 + 2y$  jogadas

elimina as peças da forma  $(x, y)$ . Analogamente, para as peças da forma  $(x, z)$  obtemos

$$T_{n_1+n_2+n_3+16+2y+2z} = \begin{bmatrix} (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \\ (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (0,0) \end{bmatrix}$$

$T_{n_1+n_2+n_3+16+2y+2z}$  é nula. Daí, com  $n = n_1 + n_2 + n_3 + 16 + 2y + 2z$  jogadas eliminamos todas as peças do tabuleiro, ou seja, obtemos uma quantidade finita  $n$  de jogadas em que foi possível atingir o objetivo do jogo.

#### 4. Produções de significados a luz do Modelo dos Campos Semânticos

Nessa seção do texto nos ocupamos em estabelecer uma discussão sobre produções de significados para as respostas apresentadas às três questões da seção anterior. Para isso, nos apoiamos em algumas noções presentes no Modelo dos Campos Semânticos de Lins (1992, 1993a, 1993b, 1994, 2012).

Segundo Lins (1994), o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) é

[...] um modelo epistemológico que propõe que conhecimento é uma **crença-afirmação** junto com uma **justificação** para a crença-afirmação. Indicamos, desta forma, que conhecimento é algo do domínio da enunciação-e que, portanto, todo conhecimento tem um sujeito - e não do domínio do enunciado; podemos também expressar este fato dizendo que conhecimento é do domínio da fala, e não do texto. (p. 29, grifo nosso)

São destacados três aspectos de conhecimento: crença, afirmação e justificação. A crença corresponde a algo em que o indivíduo acredita e pode ser expressa por meio de uma afirmação. No entanto não basta acreditar e afirmar para que algo seja tomado como conhecimento, há a necessidade de uma justificação. Segundo Lins (1999), as justificações são o que permite se dizer algo, o que garante a legitimidade de uma enunciação<sup>2</sup> e o que possibilita a produção de significados.

Não é justificativa. Não é explicação para o que digo. Não é algum tipo de conexão lógica com coisas sabidas. É apenas o que o sujeito do conhecimento (aquele que o produz, o enuncia) acredita que o autoriza a dizer o que diz (Lins, 2012, p. 21)

A noção de justificações nos permite afirmar que, a partir de uma mesma crença-afirmação com justificações distintas, são constituídos conhecimentos distintos. Para Lins (1994),

[...] o MCS indica que o mesmo texto, falado com diferentes justificações, constitui diferentes conhecimentos. Uma criança de 5 anos acredita – e diz – que “ $2 + 2 = 4$ ”, o mesmo que um matemático acredita – e diz. Mas as justificações de cada um são provavelmente distintas: a criança exhibe os dedos, o matemático fala de conjuntos. Estão constituídos conhecimentos diferentes (p. 29).

Assim, ao produzir significados

[...] minha enunciação é feita na direção de um interlocutor [que “é uma direção na qual se fala” (LINS, 2012, p. 19)] que, acredito, diria o que estou dizendo com a justificação que estou produzindo. Isto quer dizer que a legitimidade de minha enunciação não é função de algum critério lógico ou empírico que eu pusesse em jogo, e sim do fato de que acredito pertencer a algum espaço comunicativo. Eu já havia indicado que compartilhar um espaço comunicativo é compartilhar interlocutores e isto, junto com a elaboração que fiz da

---

<sup>2</sup> Algo com que me deparo e que acredito ter sido dito por alguém. [...]

Sons, rabiscos de todo tipo, arranjos de coisas, gestos, imagens, construções. Mas também a borra de café ou chá no fundo da xícara, o resultado do lançamento de moedas ou varetas, a disposição dos planetas no céu, o fato de este carro ter a placa de uma cidade da qual nunca ouvi falar, a tempestade que devastou a casa de uma pessoa poucos dias depois de ela ter abandonado a religião que professava, e assim por diante. (Lins, 2012, p. 27)

produção de significados na direção de interlocutores, garante que toda produção de significado é dialógica no sentido cognitivo. (LINS, 1999, p. 88)

Nessa perspectiva toda produção de significados implica em conhecimento e sempre há um sujeito do conhecimento e não do conhecer. Atentos às produções de significados e a campos semânticos, nos colocamos no exercício de uma leitura plausível<sup>3</sup> ao lançar um olhar sobre as perguntas e respostas que selecionamos.

A primeira questão e sua resposta remetem a enunciações de um *educador matemático* que caracterizamos em apenas um de seus aspectos: alguém que produz significados com referência a um conjunto de enunciados que denominamos de Matemática. A outro que ao jogar produz suas enunciações apenas com referência ao jogo, suas regras, suas estratégias, chamaremos de *jogador*. De *designer* denominamos aquele cujas produções de significado ou cujos interlocutores<sup>4</sup> que compartilha falam de questões estruturais do jogo, e esses sujeitos podem perguntar: Por que as peças tem um valor máximo igual a 9? Como os algoritmos internos executam as ações disparadas pelo jogador? Ao clicar em uma peça que algoritmos são executados internamente? Poderíamos listar outras formas de produção de significado e de nomear esses sujeitos, mas nos limitamos às anteriores. Essa caracterização nos é útil para afirmar que a produção de significados para o jogo, por um dado sujeito, é fruto da atividade que o mesmo se insere ao lidar com o jogo que, conforme nossa leitura, algumas possíveis são a do educador matemático, do jogador e do designer.

Assim, as enunciações e suas justificações, ou seja, as produções de significado não dependem do que o “jogo é em essência”, mas sim dos campos semânticos que sujeitos compartilham ao se colocarem em situações envolvendo o jogo. Mas um essencialista poderia afirmar que o jogo possui peças numeradas cujos pontos são subtraídos de uma em uma unidade a medida que são realizadas jogadas e, tal característica, possibilita afirmar que é um jogo aritmético.

Nesse caso poderíamos propor que ao invés dos números de 1, 2, 3, 4 e 5 as peças fossem identificadas com letras a, e, i, o, u e permanecessem as demais regras como foram

---

<sup>3</sup> Leitura Plausível/Leitura Positiva

Plausível porque “faz sentido”, “é aceitável neste contexto”, “parece ser que é assim”; positiva porque é o oposto de uma “leitura pela falta”. (LINS, 2012, p. 23)

<sup>4</sup> O interlocutor é uma direção na qual se fala. Quando falo na direção de um interlocutor é porque acredito que este interlocutor diria o que estou dizendo e aceitaria/adotaria a justificação que me autoriza a dizer o que estou dizendo. (LINS, 2012, p. 19)

descritas. Assim, ao invés de uma peça ter seu número de face decrescido de 5 a 1, teria u, o, i, e, a. Ainda assim, poderíamos continuar produzindo significados com referência à matemática, o que não parece agradar muito ao essencialista.

Perguntar quantas disposições iniciais são possíveis e responder a tal pergunta pode ser entendido como uma forma de produção de significados em um campo semântico da matemática.

A argumentação presente na resposta da questão 2 tem sua justificação baseada nos objetos do jogo que são peças numeradas e um tabuleiro. Faz referência também ao que pode ser feito a partir das disposições das peças limitando-se às regras do jogo. Com isso obtém como resposta para um caso específico, a fase 12, que são necessárias quinze jogadas para eliminar todas as peças do tabuleiro. Além disso, a justificação “*As peças foram posicionadas de modo que em cada jogada é possível saltar uma peça com outra de cor diferente da primeira. Isso possibilita reduzir um ponto em cada uma das duas peças envolvidas em cada jogada*”, garante que o objetivo do jogo não seria alcançado com uma quantidade de jogadas menor que 15, pois no Resta Zero é possível: diminuir uma unidade em cada peça envolvida na jogada (quando uma peça salta outra de cor diferente), diminuir uma unidade em uma das peças envolvidas na jogada (quando uma peça salta outra de mesma cor) ou aumentar uma unidade em uma peça quando é realizado um movimento penalizado. Essa justificação faz referência apenas aos objetos internos do jogo, ou seja, a produção de significados é feita a partir de um campo semântico do jogo. Poderia fazer referência a um campo semântico externo ao jogo?

A resposta é sim. Para responder a pergunta com uma justificação matemática, ou seja, com uma produção de significados com base em operações aritméticas, podemos construir o argumento da seguinte forma: temos cinco peças de cada cor numeradas de 1 a 5. Assim, temos uma quantidade de pontos igual a  $2 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5) = 30$ . Em uma jogada é possível diminuir uma unidade da peça que salta e outra da peça saltada, ou seja, duas unidades por jogada, no máximo. Considerando que isso aconteça em cada jogada basta realizar o cálculo  $30 : 2$  para encontrar a quantidade mínima de jogadas. Aqui produzimos significados matemáticos a partir de uma pergunta feita sobre o jogo.

Podemos sugerir outra pergunta que pode ser respondida com justificação tanto do jogo como da matemática. *É possível construir uma disposição inicial em que o objetivo do jogo não seja atingido com uma quantidade mínima de jogadas igual a 15?*

Sim e uma das formas seria posicionar as peças como mostra a Figura 20.

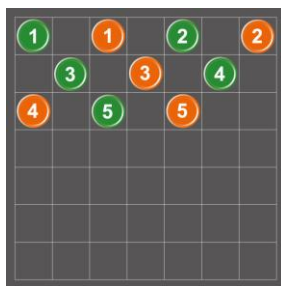


Figura 20: Disposição inicial que demanda mais de 15 jogadas na resolução

Para que a peça *verde-1* salte a peça *laranja-1*, por exemplo, primeiramente a primeira deverá ser posicionada adjacente à segunda e, com isso, teremos realizado um movimento em que não foi diminuída uma unidade em qualquer peça do tabuleiro. A resposta também poderia ser construída a partir de uma justificação aritmética ou algébrica, mas esta não será apresentada aqui.

A resposta a questão 3 foi elaborada por meio da constituição de objetos matemáticos. Cada uma das dez peças possui dois atributos, que descritos com referência ao jogo são cor e número de face. Na demonstração matemática esses atributos foram traduzidos respectivamente pelos elementos  $x$  e  $y$  de um par ordenado  $(x, y)$ . A entrada  $x$  pode assumir 1 no caso da cor laranja e 2 para cor verde. A entrada  $y$  pode assumir valores de 1 a 9 (inicialmente de 1 a 5, mas por efeito de penalizações o valor máximo de uma peça pode ser 9). Já, o tabuleiro vazio pode ser representado por uma matriz  $7 \times 7$  cujos elementos são todos  $(0, 0)$ . Ao dispor dez peças sobre o tabuleiro a fim de compor uma disposição inicial, dez valores da matriz são substituídos por  $(1, 1)$ ,  $(1, 2)$ ,  $(1, 3)$ ,  $(1, 4)$ ,  $(1, 5)$ ,  $(2, 1)$ ,  $(2, 2)$ ,  $(2, 3)$ ,  $(2, 4)$  e  $(2, 5)$ . Tendo assim constituído o objeto matriz, são utilizadas funções para obter uma nova matriz a partir de uma matriz dada. Funções essas que representam os movimentos das peças submetidos às regras do jogo.

A matriz obtida é aplicada a outra função e obtém-se uma nova matriz, e assim sucessivamente. Esse processo de iteração finito é realizado no mínimo 15 vezes até obter uma matriz cujos 49 elementos são iguais a  $(0, 0)$ .

As matrizes pertencem a um conjunto finito, daí segue que o número de funções também é finito. Assim, estando bem definido o conjunto das matrizes e o conjunto das funções, na demonstração, operou-se com esses objetos sem fazer referência ao jogo, somente obtendo matrizes a partir de matrizes por meio de funções. Portanto, podemos

afirmar que os significados foram constituídos em um campo semântico matemático, que é um modo legítimo<sup>5</sup> de produzir significado no interior de uma atividade com o jogo.

## 5. Considerações Finais

O que queremos ressaltar com a análise que fazemos a partir dessas questões é que, primeiro, ele não é um objeto didático por essência ou por apresentar alguns objetos presentes nos enunciados matemáticos; segundo, o jogo, assim como outros materiais utilizados em situações de ensino e aprendizagem da matemática, podem possibilitar produções de significados em campos semânticos relacionados ao material ou relativos a conhecimentos matemáticos ou a outros campos semânticos possíveis.

Da perspectiva do Modelo, o material para a sala de aula deve servir, antes de tudo, a construção de um espaço comunicativo, no qual diversos modos de produção de significado sejam explicitados e compartilhados. [...] “o aspecto central de toda aprendizagem – em verdade o aspecto central de toda cognição humana – é a produção de significados” (LINS, 1999, p. 86).

“*Existe um algoritmo capaz de obter uma solução minimal para cada disposição inicial do jogo? Se, existir construa, senão justifique.*”. Essa pergunta acompanhada de uma proposta de trabalho pode possibilitar produções de significados por sujeitos envolvidos na atividade. Sujeitos tais como um *jogador*, um *designer*, um *educador matemático* ou *estudante de matemática*.

## 6. Referências

LINS, R. C. e GIMENEZ, J. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*, Campinas-SP: Papirus, 1997.

LINS, R.C. Porque discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M.A.V. *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*, São Paulo, SP: Editora UNESP, 1999.

LINS, R. C. *Análise Sistemática e crítica da produção acadêmica e da trajetória profissional*. 2002. 87p. Tese (Livre Docência) Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

---

<sup>5</sup> Para o MCS, “verdadeiro” não é um atributo daquilo que se afirma (quando há produção de conhecimento), mas sim um atributo do conhecimento produzido. Já legitimidade aplica-se (ou não) a modos de produção de significado. (LINS, 2012, p. 21)



LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M. A. V. & BORBA, M. C. (Orgs.). *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, 2004. p. 92 – 120.

LINS, R.C. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In: Angelo, C. L. Barbosa, E. P. Santos, J. R. V. Dantas, S. C. Oliveira, V. C. A. *Modelo dos campos semânticos e educação matemática: 20 anos de história*, São Paulo, São Paulo: Midiograf, 2012.