

MOSAICOS, FAIXAS, ROSETAS E FRACTAIS COM O GEOGEBRA

Sérgio Carrazedo Dantas
Universidade Estadual do Norte do Paraná (UNESPAR)
sergio@maismatematica.com.br

Guilherme Francisco Ferreira
Faculdade de Apucarana (FAP)
guilhermefrancisco7ferreira@gmail.com

Maurício Barbosa da Silva
Faculdade de Apucarana (FAP)
mauricioskai@gmail.com

Sirlei Lopes da Silva
Faculdade de Apucarana (FAP)
sirleilps05@yahoo.com.br

Resumo:

O presente minicurso tem por objetivo promover a integração de conhecimentos técnicos relativos ao software GeoGebra e relativos conhecimentos sobre Isometrias no Plano com a finalidade de construir arranjos geométricos tais como: mosaicos, faixas geométricas, rosetas e fractais. Nas atividades desenvolvidas exploramos ferramentas e comandos do GeoGebra que permitem construir tais arranjos por meio de iterações numéricas, isometrias dinâmicas e algumas noções iniciais sobre programação no software. A participação desse minicurso exige conhecimentos básicos sobre o software.

Palavras-chave: isometrias, iterações numéricas, geogebra, mosaicos, fractais.

1. Introdução

Nesse texto apresentamos a proposta de um minicurso que tem por objetivo levar os professores participantes a se apropriarem de conhecimentos técnicos do software GeoGebra quanto a ferramentas de isometrias dinâmicas e iterações numéricas. Além disso, visamos explorar os conhecimentos de transformações no plano com algumas ferramentas do software aplicados a construção de arranjos geométricos tais como: faixas geométricas, rosetas, mosaicos e fractais, tais como o Triângulo de Sierpinski e a Curva de Koch.

2. Isometrias dinâmicas

A simetria é um tópico de estudo da Geometria das Transformações e sua abordagem visa propiciar conceituações de congruência e de semelhança, procurando desenvolver a capacidade de perceber se duas figuras têm ou não a mesma forma e o mesmo tamanho independente da posição que elas ocupam no plano.

A simetria pode ser observada segundo três movimentos.

Simetria de translação

Na simetria de translação a figura desloca-se uma medida c dada, a qual pode ser representada por um vetor.

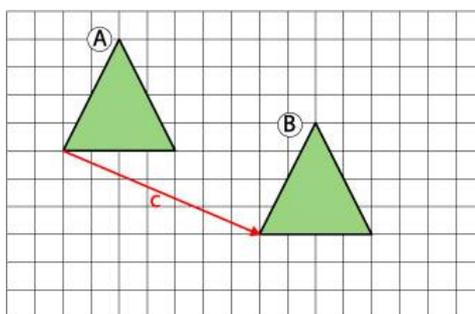


Figura 1: A figura B é obtida por meio de uma translação de A por um vetor c

No GeoGebra é possível obter um polígono ($pol2$) a partir de um polígono ($pol1$), por exemplo. Inicialmente construímos um polígono ($pol1$) e um vetor (u).

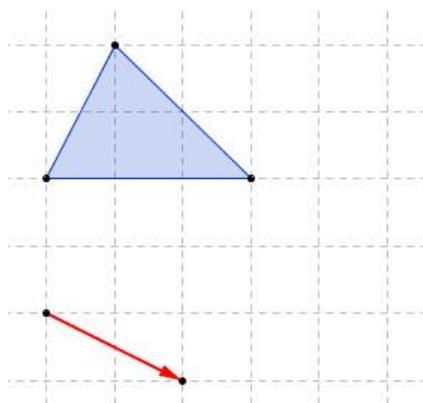


Figura 2: Triângulo e vetor construído no GeoGebra

Na “Entrada” digitamos o comando $Transladar[<Objeto>, <Vetor>]$ com os seguintes parâmetros e obtemos outro polígono ($pol2$) transladado por u .

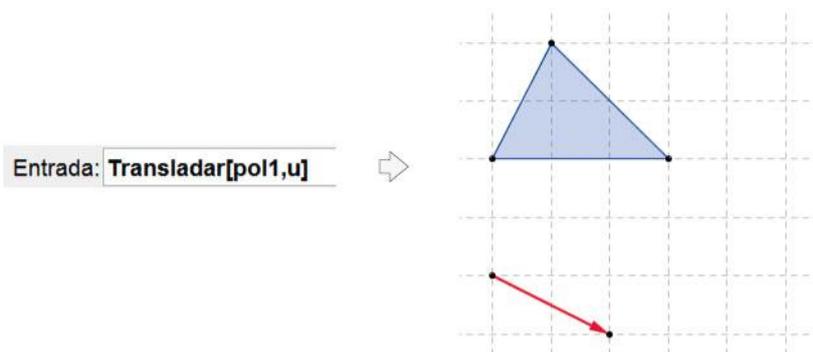


Figura 3: Comando *Transladar* cujos parâmetros são um polígono e um vetor

Utilizando o comando

Sequência[<Expressão>,<Variável>,<Valor Inicial>,<Valor Final>],

juntamente com o comando *Transladar* podemos obter uma sequência de polígonos transladados por múltiplos do vetor u .

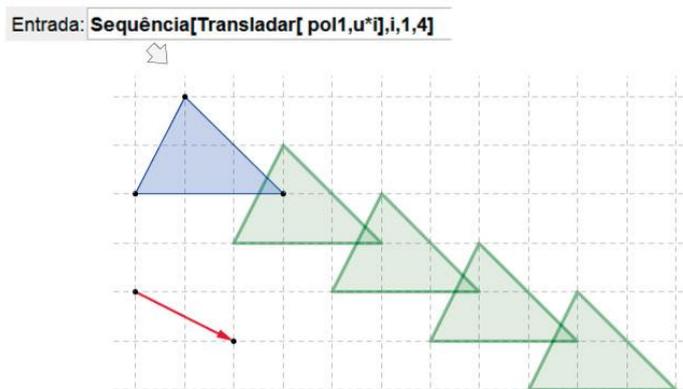


Figura 4: Figuras obtidas por meio do comando *Transladar* aninhado ao comando *Sequência*

Simetria de rotação

Na simetria de rotação, a figura recebe um giro em torno de um ponto fixo, chamado de centro de rotação.

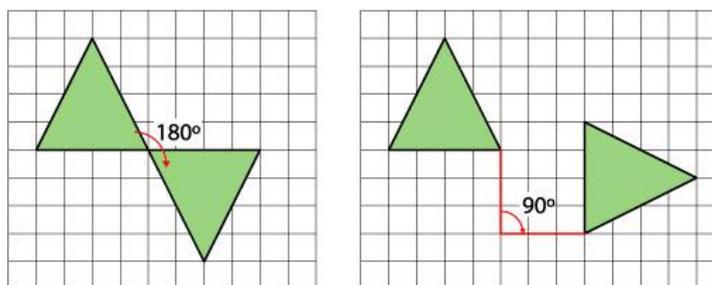


Figura 5: Figuras obtidas por meio de rotações

Da mesma forma que fizemos com o comando *Transladar*, podemos utilizar o comando *Girar*[<Objeto>, <Ângulo>, <Ponto>] aninhado ao comando *Sequência* para obter uma série de polígonos que correspondem a giros de *pol1* em torno do ponto *O*.

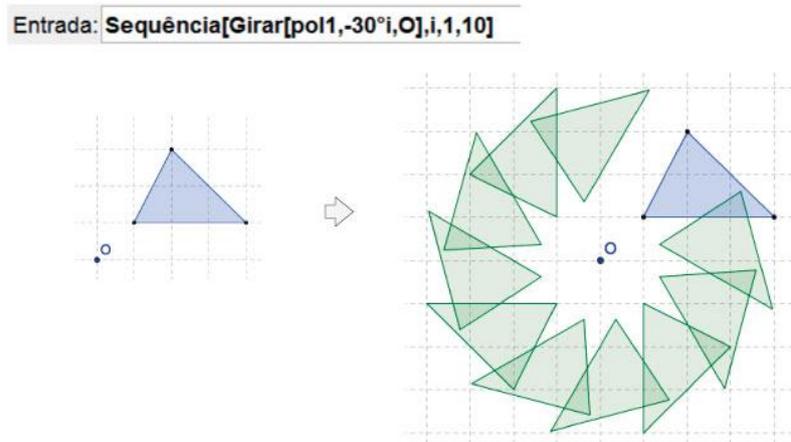


Figura 6: Polígonos obtidos por meio de giros de *pol1* em torno do ponto *O*

Simetria de reflexão

Na simetria de reflexão há um segmento passando pela figura ou fora dela que atua como espelho, refletindo a imagem desenhada. Esse segmento recebe o nome de eixo de simetria.

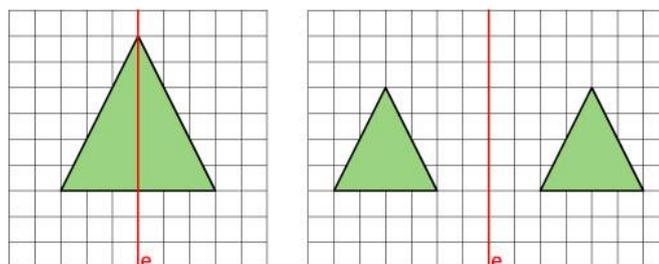


Figura 7: Exemplos de simetria de reflexão

O eixo *e* divide a figura em duas partes iguais ou congruentes. A figura *A* e sua simetria, a figura *B*, estão a mesma distância do eixo *e*.

No GeoGebra essa transformação é obtida por meio do comando *Reflexão*[<Objeto>, <Reta>].

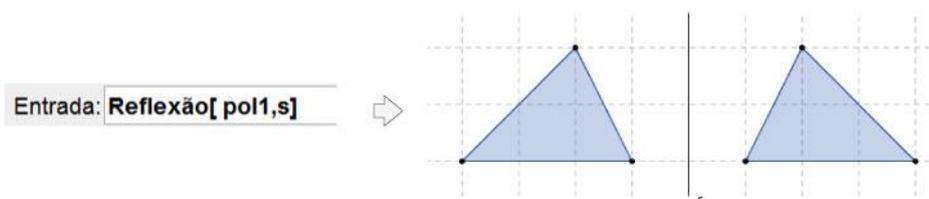


Figura 8: Reflexão do *pol1* por uma reta *r*

1. Ornamentos

As simetrias de translação, rotação e reflexão apresentadas anteriormente, podem ser úteis na construção de ornamentos geométricos, tais como: faixas geométricas, rosetas e mosaicos.

Faixa geométrica

Faixa é um tipo de ornamento compreendido entre duas linhas equidistantes, que podem ser encontradas em fachadas de construções, artesanatos, pisos etc. Sabe-se que nas arquiteturas antigas já se usavam este tipo de decoração com repetição de motivos de uma ou mais figuras.

A translação é o tipo fundamental de isometria utilizado para construção de uma faixa. Integrando os comandos *Sequência* e *Transladar* obtemos a seguinte construção no GeoGebra.

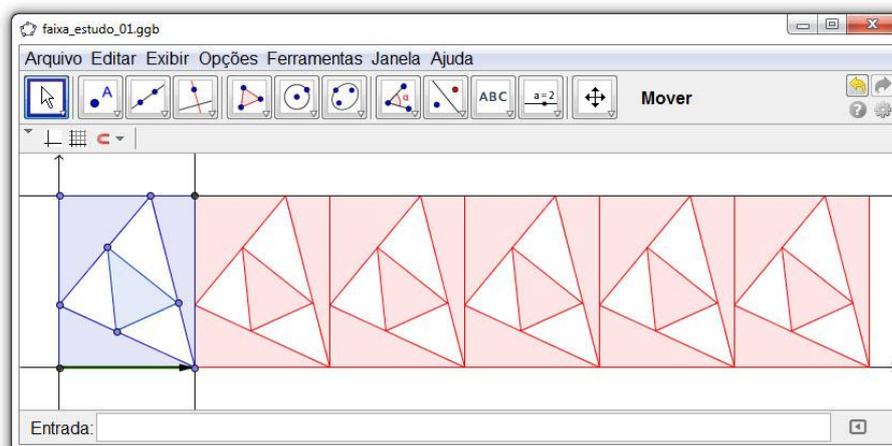


Figura 9: Faixa Geométrica construída no GeoGebra

Roseta

A roseta é um ornamento construído em um plano limitado composto por um círculo, a simetria fundamental em sua composição é a rotação. Integrando o comando Girar com o comando Sequências é possível construir rosetas no GeoGebra.

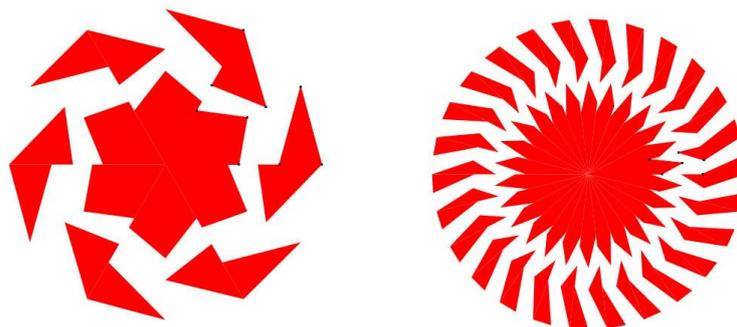


Figura 10: Rosetas construídas no GeoGebra

Mosaico

O mosaico é uma arte decorativa, que se utiliza de variados tipos de materiais em suas aplicações, a técnica de transformar materiais em fragmentos e uni-los como um quebra cabeças é uma forma de arte decorativa utilizada ao longo dos tempos.

Matematicamente o mosaico é definido como uma figura do plano em que existem duas translações não paralelas, e pode ser construído a partir de uma rede constituída por triângulos equiláteros, quadriláteros e hexágonos (BIEMBENGUT, p.53).

A figura seguinte é um mosaico do artista holandês Muarits Conélis Escher.

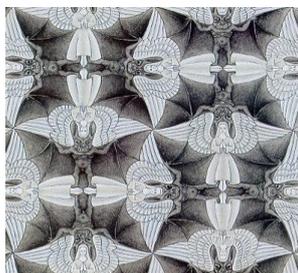


Figura 11: Descrição

O GeoGebra nos permite “brincar” de Escher utilizando seus comandos de isometrias em conjunto com o comando Sequência.

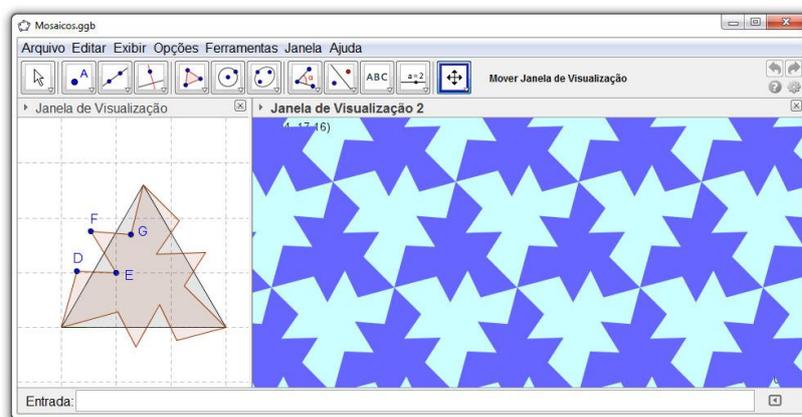


Figura 12: Mosaico construído em uma malha quadrada a partir de um triângulo

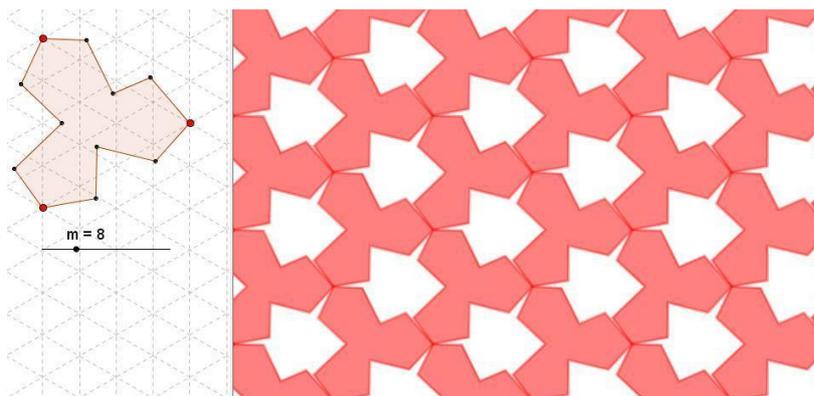


Figura 13: Mosaico construído em uma malha triangular a partir de um triângulo

Além das faixas, rosetas e mosaicos construídos por processos de isometria no GeoGebra é possível também construir alguns fractais, tais como o Triângulo de Sierpinski e a Curva de Koch.

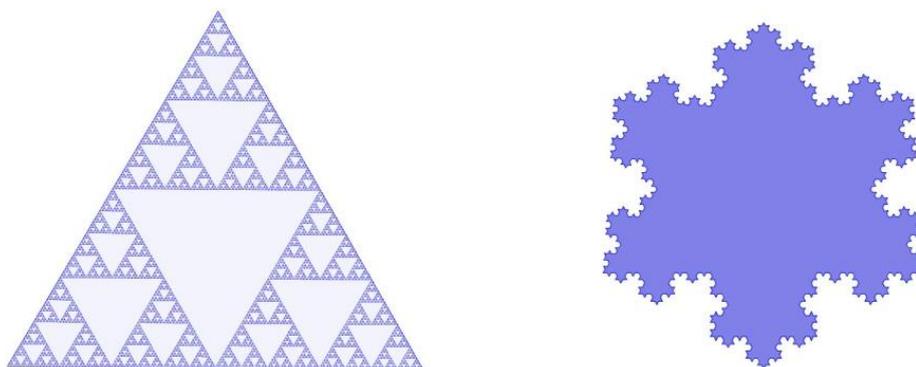


Figura 14: Descrição

Essas construções serão abordadas nesse minicurso.

3. Proposta do Minicurso

Portanto, nosso objetivo nesse minicurso consiste em promover a integração de conhecimentos técnicos relativos ao software GeoGebra e relativos a Isometrias no Plano com a finalidade de construir arranjos geométricos tais como: mosaicos, faixas geométricas, rosetas e fractais.

4. Materiais e métodos

Para este minicurso será necessário a utilização de um laboratório de informática, em que a quantidade de vagas dependerá da estrutura do laboratório. Preferencialmente

que seja disponibilizado um computador para no máximo cada dois participantes. Relativamente ao software, caso seja possível, recomenda-se a instalação da última versão disponível do GeoGebra nos computadores e, para a apresentação, será também necessária a utilização de um Datashow que será levado pelos ministrantes do minicurso.

O minicurso será dividido em cinco momentos.

Momento 1: Discussão sobre isometrias no plano.

Momento 2: Apresentação de ferramentas de isometrias dinâmicas no GeoGebra.

Momento 3: Apresentação da ferramenta Sequências e sua utilização para iterações numéricas.

Momento 4: Construção de faixas, rosetas e mosaicos.

Momento 5: Construção de fractais tais como Triângulo de Sierpinski e Cova de Koch.

5. Referências

BIEMBENGUT, M. S; SILVA, V. C; HEIN, N. *Ornamentos X Criatividades: Uma alternativa para ensinar geometria plana*. Blumenau: Furb, 1996.

BIEMBENGUT, M. S; HEIN, N. *Modelagem matemática no ensino*. São Paulo: Contexto, 2003.