

O ENSINO DE CÁLCULO NUMÉRICO: UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DO CURSO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Prof. Leugim Corteze Romio

*Universidade Regional Integrada – URI – Campus Santiago-RS
leugimcr@urisantiago.br*

Prof. Maria Arlita da Silveira Soares

*Universidade Regional Integrada – URI – Campus Santiago-RS
arlita@urisantiago.br*

Resumo:

Este relato apresenta uma atividade desenvolvida na disciplina de Cálculo Numérico em uma turma de 6º semestre do Curso de Ciência da Computação. As atividades tinham como objetivo verificar a compreensão dos alunos quanto ao uso dos métodos numéricos e o estabelecimento de relações com a área do conhecimento. Foram realizadas atividades onde, inicialmente, eram apresentados os métodos numéricos e desenvolvido um exemplo escrito em linguagem de programação C, após, os alunos divididos em grupos, deveriam desenvolver um software, baseado em uma linguagem de programação de escolha do grupo. A atividade permitiu uma maior interação entre alunos e professores, bem como, auxiliou os alunos para uma melhor compreensão dos métodos numéricos.

Palavras-chave: Cálculo Numérico; Representações; Ferramentas Computacionais.

1. Introdução

Este relato busca apresentar uma atividade desenvolvida na disciplina de Cálculo Numérico no Curso de Ciência da Computação de uma Universidade Comunitária no interior do Estado do Rio Grande do Sul. Consta, como um dos objetivos da disciplina apresentar os principais métodos numéricos para soluções aproximadas de raízes funções. Tendo citados, na ementa, por exemplo, Método da Bisseção, Método de Newton, Método de Euler, entre outros. Esta disciplina é considerada de suma importância para o curso de Ciência da Computação uma vez que, pretende desenvolver no aluno a compreensão do processo de solução de problemas por meio de métodos numéricos.

Além disso, a Ciência da Computação por ser uma área em grande expansão, nos dias atuais, e o constante avanço da tecnologia computacional permite uma implementação de algoritmos para soluções de problemas das mais diferentes áreas. Assim como, muitos problemas computacionais necessitam da solução de problemas (funções/equações) matemáticos.

A turma era formada por 20 alunos do 6º semestre do Curso. Inicialmente a disciplina era vista como “apenas mais uma disciplina da grade”, sendo, aos poucos apresentada a importância para a área do conhecimento em relação ao uso de métodos numéricos para solução de problemas. Além disso, por serem alunos do curso de Ciência da Computação poderiam desenvolver ferramentas que permitam soluções aproximadas de problemas que não podem ser resolvidos algebricamente.

Para se resolver problemas utilizando processos numéricos, é importante conhecer os conceitos fundamentais envolvidos. Em geral os métodos numéricos para solução de problemas fazem uso de repetições do mesmo processo até que se chegue a uma solução considerada adequada ao problema, com base em uma condição de parada, que pode ser, por exemplo, o número máximo de repetições ou a diferença entre a solução obtida e a anterior ser menor que um dado valor especificado (condição esta denominada de erro).

Os métodos, por utilizarem a mesma simulação repetidas vezes com os dados, podem ser implementados computacionalmente, auxiliando e acelerando a busca pela solução aproximada de um dado problema, uma vez que, além de os computadores poderem armazenar as variáveis e utilizar seus dados futuramente (eliminando a necessidade de se anotar valores aproximados em papel), permitem que os valores sejam armazenados com uma precisão muito maior que a obtida por uma calculadora científica convencional.

Outra grande vantagem do uso de computadores na solução aproximada de problemas é a menor tolerância ao erro. Quando o processo envolve repetidas comparações e observações por um observador, aumenta-se significativamente a possibilidade de erros. Num processo computacional o erro é consideravelmente minimizado, valendo a ressalva de que para haver o mínimo de erros, a ferramenta deve ser corretamente desenvolvida. E, para isso é necessário conhecer o método que se está utilizando.

Com base na proposta da disciplina e no Curso a qual estava sendo ministrada, foi proposto aos alunos, que ao final do estudo dos métodos numéricos, a turma fosse dividida em grupos de três a quatro alunos e cada um desses grupos desenvolve-se um aplicativo para solução de problemas matemáticos com o auxílio do computador, com base em dois dos métodos apresentados, utilizando uma linguagem de programação de escolha de cada grupo. Sendo que, para cada método estudado, já havia sido apresentado um aplicativo desenvolvido, por um dos professores.

A atividade tinha por finalidade verificar o quanto os alunos haviam compreendido do processo envolvido na solução de um problema, por meio de métodos numéricos. Uma vez que para o correto funcionamento do aplicativo era necessário conhecer as características e propriedades necessárias de cada método.

Dentre os métodos apresentados, os que mais se destacaram foram o Método da Bissecção, o Método de Newton e o Método das Secantes, os quais serão apresentados a seguir.

2. Métodos Estudados

Os métodos numéricos surgem na busca de soluções de problemas que, em geral, não podem ser solucionados algebricamente, por exemplo, para equações de segundo grau, existem métodos matemáticos explícitos que apresentam as raízes em função dos coeficientes. Entretanto, polinômios de maior grau ou funções mais complexas, é praticamente impossível achar os zeros exatos algebricamente. Nestes casos, busca-se uma aproximação para esses zeros (RUGGIERO, 1996). Existem diferentes métodos, sendo os mais conhecidos e estudados nas disciplinas de cálculo numérico apresentados a seguir.

A ideia central dos métodos é partir de uma raiz aproximada, ou um intervalo que contenha uma raiz, e em seguida refinar essa aproximação por um processo iterativo.

Os métodos constam de duas etapas: (i) etapa 1: Localização das raízes, ou seja, obtenção de um intervalo que contenha as raízes; (ii) etapa 2: Refinamento, que consiste em, dado um intervalo que contenha uma raiz (intervalo obtido na etapa 1), melhorar a aproximação da raiz até que se obtenha uma solução aproximada de acordo com uma precisão ε pré-estabelecida.

Método da Bissecção: Considere uma função $f(x)$ contínua no intervalo $[a,b]$ e tal que $f(a).f(b) < 0$, e, ainda, supondo que neste intervalo exista uma única raiz.

O objetivo deste método é reduzir a amplitude do intervalo que contém a raiz até se atingir a precisão requerida, utilizando como técnica a sucessiva divisão do intervalo $[a,b]$ ao meio.

Este método gera uma sequência convergente sempre que a função f for contínua no intervalo $[a,b]$ com $f(a).f(b) < 0$. Apesar de este método ser convergente, ele é

considerado demorado, uma vez que são necessárias sucessivas aproximações por média no intervalo dado.

As explicações iniciais sobre os métodos eram realizadas com o auxílio do software Geogebra a fim de explorar as diferentes representações matemáticas para um mesmo problema, sendo que o Geogebra permite representações gráficas de equações. O que inicialmente não oferecia uma relação com a área de formação dos alunos.

O relacionamento com a área de formação foi melhor explorado a partir do momento que os métodos foram apresentados em sua representação de Diagrama de Blocos, neste instante, os alunos começaram a compreender que havia uma descrição sequencial dos métodos, sendo que, em dados instantes era necessário uma sequência de repetições, e que isto poderia ser “transformado” em uma ferramenta computacional que permitia o processamento em um tempo menor que o processo manual de solução dos métodos.

Método de Newton-Raphson: Na intenção de acelerar o processo para obtenção de uma raiz aproximada, o Método de Newton, busca obter a solução por meio da aproximação pela tangente (BARROSO, 1987).

Geometricamente, este método, busca, considerando uma função $f(x)$ contínua num intervalo $]a,b[$, com o auxílio da trigonometria e do cálculo diferencial integral, obtém-se a próxima solução com base na solução anterior menos a razão entre a função e sua derivada. Ou seja:

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}$$

O Método de Newton, quando comparado ao Método da Bissecção possui convergência muito mais rápida, entretanto, nem sempre é possível utilizá-lo. Além disso, sua utilização compreende a necessidade de cálculo da derivada da função.

Na implementação do Método de Newton, houve dificuldade, por parte dos alunos, quando do cálculo da derivada da função. Inicialmente os alunos pensaram na necessidade de se informar a função a resolver e sua derivada. Neste instante foi apresentado pelos professores a possibilidade de se obter a derivada numérica da função. Permitindo o desenvolvimento de um software onde era necessário apenas a indicação da função a qual se pretende obter uma solução aproximada.

Método da Secante: Uma das desvantagens em se utilizar o Método de Newton, conforme já mencionado, é a necessidade de se obter a derivada da função. O Método da Secante busca contornar este problema substituindo a derivada da função pelo quociente das diferenças. Ou seja

$$f'(x_n) \approx \frac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}, \text{ onde } x_n \text{ e } x_{n-1} \text{ são duas aproximações para a raiz.}$$

O Método da Secante, por ser uma aproximação para o Método de Newton, possui condições praticamente iguais. Vale ressaltar que o Método da Secante, diferentemente do Método de Newton, necessita de duas aproximações iniciais.

A próxima seção apresenta as principais ferramentas de programação disponíveis e utilizadas no desenvolvimento das atividades.

3. Ferramentas de Programação

Atualmente existem diferentes linguagens de programação disponíveis no mercado, para o desenvolvimento de aplicativos, sendo algumas pagas e outras gratuitas. As mais conhecidas são as C, C++, Delphi, Visual Basic, Java, Python...

Cada linguagem de programação possui características e propriedades particulares, sendo que, algumas possuem, em seu conjunto de bibliotecas, ferramentas que permitem realizar operações matemáticas, são exemplos de linguagens que possuem um vasto acervo de operações matemáticas, as linguagens C, C++ e Java. Todas as linguagens de programação possuem recursos para operações matemáticas, estamos dando ênfase a estas, por dois motivos básicos, elas possuem um grande conjunto de bibliotecas para matemática e também são linguagens estudadas no decorrer do curso, sendo utilizadas pelos alunos para o desenvolvimento de aplicativos.

Os métodos estudados foram previamente escritos em linguagem C e apresentados aos alunos para exemplificação. Uma vez que, inicialmente verificou-se certa dificuldade quanto a lógica de programação dos métodos.

4. Software desenvolvido por um dos grupos

Dentre os softwares desenvolvidos e apresentados pelos alunos, neste relato, será descrito apenas um. Ele foi escrito em linguagem java (DEITEL e DEITEL, 2010), com

interface interativa, permitindo ao usuário digitar a função a qual deseja-se a solução, informar o intervalo e a precisão requerida. Foram implementados os Métodos da Bisseção e Newton-Raphson. A seguir serão apresentadas algumas imagens referentes ao aplicativo. Optou-se por apresentar este, principalmente, por ter sido desenvolvido utilizando uma interface gráfica intuitiva.

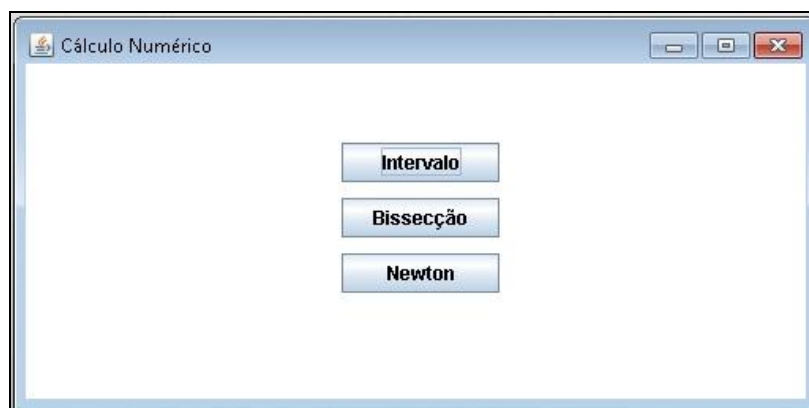


Figura 1: Tela de Abertura

A tela de abertura apresenta três botões, *Intervalo*, *Bisseção* e *Newton*. O botão *Intervalo* está em desenvolvimento, mas sua intenção principal é buscar um intervalo que contenha uma raiz para uma dada função.

O botão *Bisseção* abre uma nova janela para a busca de uma raiz aproximada utilizando o Método da Bisseção. A Figura 2 apresenta a *interface* após a abertura da opção *Bisseção*.

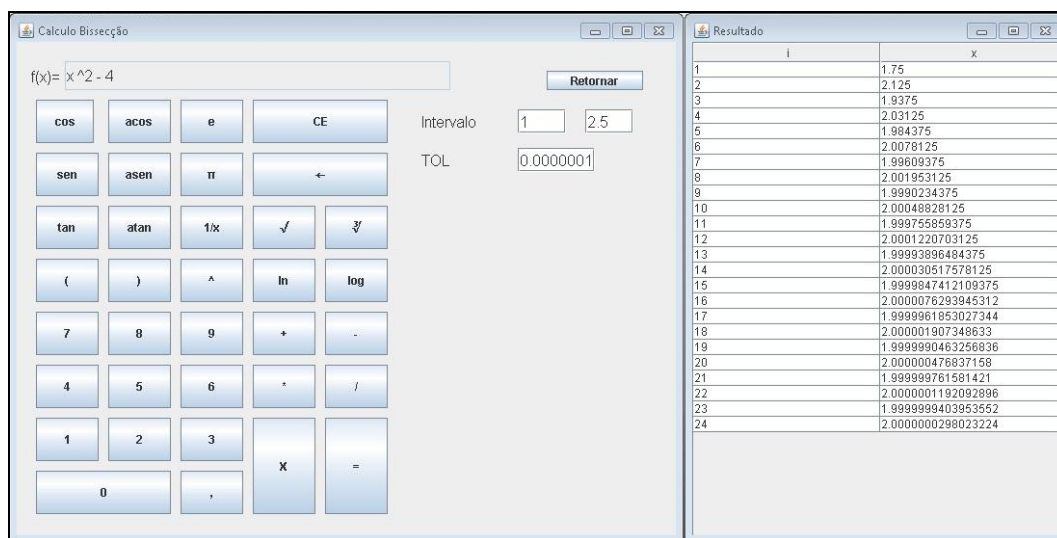


Figura 2: Cálculo utilizando o Método da Bisseção

Conforme pode ser visto na figura 2, no topo da janela à esquerda, encontra-se o espaço para digitação da função a qual se pretende obter uma raiz aproximada. A função deve ser digitada utilizando-se o *menu* de opções disponível no teclado abaixo. A direita do teclado de opções encontra-se o espaço para digitação do intervalo que contém uma possível raiz e, também, o destinado a informação a precisão requerida na solução.

Ao se pressionar o botão (=), abre-se uma nova janela, contendo todas as aproximações realizadas até a que satisfaz a precisão requerida.

Um problema inicial na aplicação foi relacionado a situações onde havia uma raiz em um dos extremos do intervalo. A ferramenta não verificava a existência de uma raiz buscando a solução pela média e não obtendo solução. Após algumas explicações sobre esta possibilidade, foi adicionado ao aplicativo uma pequena instrução que permitia verificar se havia uma raiz indicada como extremo. Além disso, o aplicativo não parava sua busca por uma raiz quando a encontrava, ficando em um período de repetição indefinido e, conseqüentemente, travando.

Outra situação apresentada estava relacionada ao teste para verificar se, no intervalo informado, havia uma raiz. Onde havia um pequeno erro na compreensão dos alunos quanto à verificação da existência de uma raiz no intervalo dado. Após algumas explicações realizadas pelos professores os alunos compreenderam melhor e corrigiram a falha. Uma ferramenta que contribuiu bastante, nos primeiros passos do desenvolvimento da aplicação, foi o software Geogebra. Este permitia representar graficamente as funções e verificar um intervalo onde havia uma raiz para a função dada.

Para o Método de Newton é utilizada uma estrutura semelhante, sendo a *interface* apresentada na Figura 3.

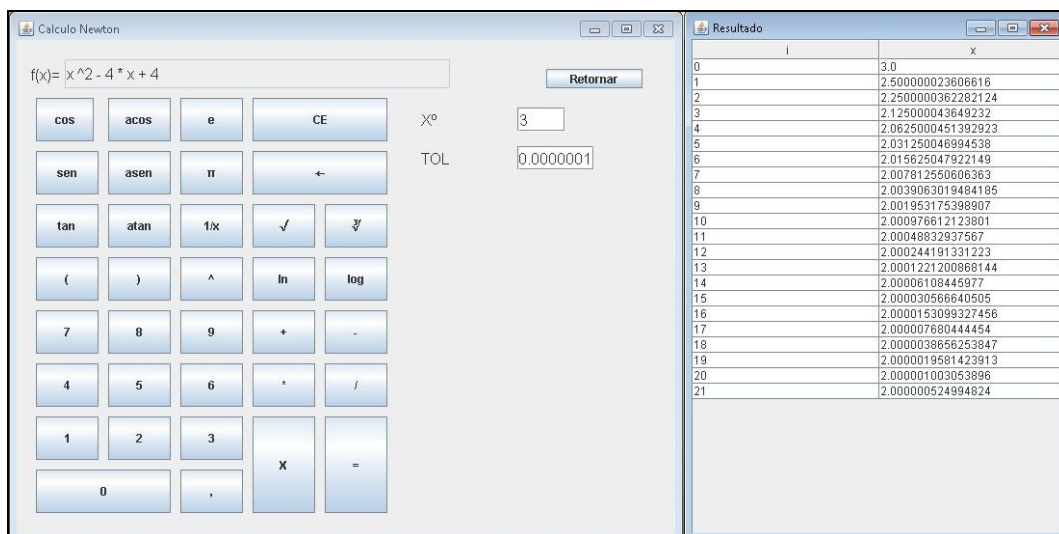


Figura 3: Cálculo utilizando o Método de Newton

Assim como o Método da Bissecção, o de Newton oferece a mesma interface, diferindo apenas no intervalo, uma vez que no aplicativo está se utilizando como uma aproximação inicial.

Um dificuldade apresentada no desenvolvimento desta parte do software foi a implementação da derivada numérica, uma vez que está é necessária para o cálculo da solução aproximada. Sendo necessário retomar alguns conceitos relacionados à derivada numérica para o cálculo da solução aproximada da função indicada.

A seguir serão apresentadas algumas considerações referentes ao desenvolvimento desta atividade.

5. Considerações Finais

Verificou-se, com este trabalho, que os alunos apresentaram maior curiosidade pelos métodos estudados, uma vez que, para poder fazer sua implementação era necessário conhecê-los e compreendê-los. Também ficou evidente a maior interação entre alunos e professores permitindo uma troca de conhecimentos entre as partes envolvidas.

Quanto ao software apresentado neste relato, vale destacar que ainda está sendo desenvolvido, pois, como toda ferramenta, necessita de ajustes, um dos problemas encontrados nos testes foi a falta de uma condição de parada no caso de haver uma raiz exata, ou, no Método da Bissecção, a raiz exata estar em um dos extremos do intervalo, conforme já mencionado no decorrer do relato.

Por estas falhas serem relacionadas ao desenvolvimento da ferramenta, torna-se necessário pequenos ajustes. Outro parâmetro que está sendo corrigido, também, é o caso de haver o valor de zero em uma situação que seja necessário calcular o logaritmo de zero, havendo a necessidade de se programar a ferramenta para utilizar uma condição de contorno.

Ademais, a atividade apresentou-se bastante produtiva com participação de todos os grupos. Vale destacar que, para esta atividade é importante que o professor da disciplina de Cálculo Numérico, geralmente, com formação na área da Matemática busque conhecer as especificidades da área da Ciência da Computação, uma vez que, nem sempre disciplinas como, por exemplo, algoritmos ou lógica de programação, fazem parte dos Cursos de Licenciatura em Matemática.

6. Referências

BARROSO, Leonidas C. et al; *Cálculo Numérico (Com Aplicações)*. 2ª Edição. São Paulo: HARBRA. 1987. 367p. ISBN 85-294-0089-5.

DEITEL, Paul; DEITEL, Harvey; *Java: Como Programar*. 8ª Edição. São Paulo: Pearson. 2010.

RUGGIERO, Marcia A. G.; LOPES, Vera L. da R.; *Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais*. 2ª Edição. São Paulo: Makron Books. 1996. 406p.

ROMIO, Leugim C. et al; Explorando a Forma Canônica da Função Quadrática por meio do Software Winplot: Uma Experiência com Alunos do 1º Ano do Ensino Médio. In: X Encontro Gaúcho de Educação Matemática. 2009. Ijuí-RS. *Anais...* Ijuí: UNIJUÍ, 2009.