

## GEOMETRIA ESPACIAL ABORDADA POR MEIO DA METODOLOGIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

*Joselene Marques*

*Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR*

*joselenemarques@utfpr.edu.br*

*Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa*

*Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR*

*barbarasousa@utfpr.edu.br*

### **Resumo:**

Esse relato de experiência apresenta uma situação de prática de ensino desenvolvida no projeto de extensão *Formação Continuada de Professores de Matemática da Educação Básica* que está sendo realizado na Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Câmpus Cornélio Procópio- UTFPR-CP. A atividade foi realizada em uma turma do curso de licenciatura em Matemática-UTFPR-CP. A atividade aplicada refere-se à Geometria Espacial abordada por meio da metodologia de Resolução de Problemas. Para o desenvolvimento dessa prática pedagógica, foi elaborada pelo grupo de professores que faz parte do projeto, uma situação problema sobre prismas em que não bastava só o conhecimento teórico, mas necessitava de uma análise mais elaborada da pergunta para construir a solução. O objetivo foi mostrar que um conteúdo matemático, quando abordado por meio de uma metodologia diferenciada, pode propiciar aos futuros professores experiências que poderão ser utilizadas no exercício de sua profissão.

**Palavras-chave:** Resolução de Problemas, Formação de Professores, Metodologia de ensino, Geometria Espacial.

### **1. Introdução**

A experiência, aqui relatada, refere-se à aplicação de uma atividade sobre Geometria Espacial abordada por meio da metodologia de Resolução de Problemas, aplicada em uma sala do 2º semestre da licenciatura em Matemática, na Universidade Tecnológica Federal do Paraná–UTFPR-CP, Câmpus de Cornélio Procópio. Tal atividade foi elaborada e aplicada segundo a metodologia citada acima, mediante estudos realizados pelos professores que fazem parte do projeto de extensão *Formação Continuada de Professores de Matemática da Educação Básica que está sendo realizado na UTFPR-CP, com apoio do PROEXT 2013 - MEC/SESu.*

O projeto de extensão, referenciado no parágrafo anterior, visa capacitar os professores de matemática da Educação Básica, da rede pública, do município de Cornélio Procopio e região, para o uso de diferentes abordagens metodológicas associadas ao ensino e à aprendizagem da Matemática, tais como: resolução de problemas, modelagem matemática, investigações matemáticas e a utilização das tecnologias da informação e da comunicação.

No caso dessa experiência relatada, a metodologia de ensino escolhida foi a Resolução de Problemas, que vem sendo estudada pelo grupo desde o início do ano e que, acreditamos, será de grande importância no que diz respeito a uma maneira diferente de abordar a matemática e estimular a resolução de um problema proposto de forma investigativa, criativa e prazerosa.

Segundo Nishimura (2008, p. 8):

Na Resolução de Problemas, enquanto estratégia metodológica, o professor utiliza tarefas nas quais o aluno é estimulado a investigar, a explorar, ou seja, é dada ao aluno a oportunidade de aproximar-se do fazer matemática do mesmo modo que os matemáticos fazem.

A atividade refere-se a uma situação problema sobre Geometria Espacial, que é a disciplina da professora orientadora desta atividade, nessa sala de 2º semestre da licenciatura em Matemática da UTFPR-CP. A escolha da aplicação da atividade, nessa turma, deve-se ao fato desses alunos serem futuros professores, já que o projeto de extensão visa à formação continuada de professores de matemática.

## 2. Metodologia de Resolução de Problemas

Resolver problemas faz parte do ser humano. É um ato nato que, desde os primórdios, serviu de propulsor para novas descobertas e para a evolução da espécie nos mais variados campos. Na matemática, a resolução de problemas sempre foi considerada uma das partes mais importantes. No início do século XX, os educadores acreditavam que os problemas deveriam ser resolvidos por meio de exercícios dados em sala de aula, sempre por imitação. Sem dar importância ao que os alunos realmente aprendiam e se poderiam ou não usar os conhecimentos em outros tipos de problemas. Com o passar do tempo, observou-se que essa *maneira*' de ensinar matemática não garantia que o aluno aprendia o esperado, além do fato de que solucionava os problemas de maneira técnica, mecanizada, sem uma avaliação profunda do que o enunciado requeria.

Para Lupinacci e Botin (2004, p.1):

A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. Os processos de ensino e aprendizagem podem ser desenvolvidos através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos.

O ensino da Matemática, por meio da Resolução de Problemas, pode melhorar o aprendizado, se considerarmos que os problemas são fundamentais na formação do aluno, pois permitem a este colocar-se diante de situações desafiadoras, pensando por si próprio, usando o raciocínio lógico e não apenas através do uso padronizado de regras ensinadas pelo professor. A importância desse procedimento está no fato de possibilitar aos alunos a mobilização de seus conhecimentos, bem como a capacidade de gerenciar informações, ampliar seus conhecimentos e desenvolver a autoconfiança.

Para Dante (1991), é possível, por meio da resolução de problemas, que o aluno desenvolva iniciativa, espírito explorador, criatividade, independência e habilidade de elaborar um raciocínio lógico, fazendo uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis.

Acreditamos que a Resolução de Problemas proporciona aos alunos um enfrentamento da matemática de maneira desafiadora, levando-os a sentir desejo e prazer em resolvê-los.

George Polya aborda quatro fases para encaminhar uma resolução de problemas em sala de aula, que são: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto.

Durante essas fases, é necessária a participação do professor, de modo que este não deixe o aluno sem nenhuma ajuda, nem o ajude demais, deixando sempre uma grande parcela do trabalho para o estudante. Nesse sentido, o professor é responsável pela criação e manutenção de um ambiente matemático motivador e estimulante. As fases de encaminhamento de uma resolução de problemas compreendem um processo de elucidação do que há para fazer, planejamento e execução de estratégias envolvendo conteúdos matemáticos e uma avaliação do que foi feito. Cabe ao professor formalizar o conteúdo matemático associado à resolução de problemas, ou seja, o professor deve ficar atento ao conhecimento que o estudante possui, avaliando constantemente o trabalho do aluno e sempre discutir a solução apresentada pelo estudante.

Em um mundo moderno, como o que vivemos, o que é ensinado, nas escolas, deve ter utilidade fora dela também, de modo que o aluno não perca o interesse pelo ambiente escolar e o que nele é compartilhado. O professor, como condutor e mediador do aluno e do saber científico, pode apresentar conteúdos matemáticos com relevância social, de

modo que proporcione aos alunos uma melhor leitura de mundo e um pensamento autônomo, contribuindo para o exercício da cidadania.

### **3. Formação de Professores**

Para as universidades, de modo geral, aliar os eixos de ensino, pesquisa e extensão, muitas vezes, é um desafio e pressupõe o trabalho colaborativo entre tais eixos. Se trabalhar com investimentos na formação inicial de professores é um desafio, investir na formação continuada de professores da Educação Básica também o é, de modo que, nesse caso, é necessário propiciar uma capacitação de forma que conhecimentos já apreendidos possam ser reconstruídos, a fim de auxiliar em sua prática pedagógica.

Embora, em décadas passadas, as universidades tenham investido na formação continuada de professores de Educação Básica, muitos professores das escolas da Educação Básica não viam tal formação como útil, pois reclamavam que muitos dos estudos realizados pelos docentes das universidades estavam atrelados apenas a pesquisas teóricas e de difícil aplicabilidade.

Atualmente, as pesquisas realizadas pelos docentes das universidades que estudam a educação do país, juntamente com instituições responsáveis pela educação, precisam reconhecer e viabilizar (por meio da formação continuada) o papel do professor como mediador entre os saberes científicos e o aluno, de modo que o conhecimento seja fruto de uma construção pessoal do sujeito a partir de sua interação com o objeto em estudo.

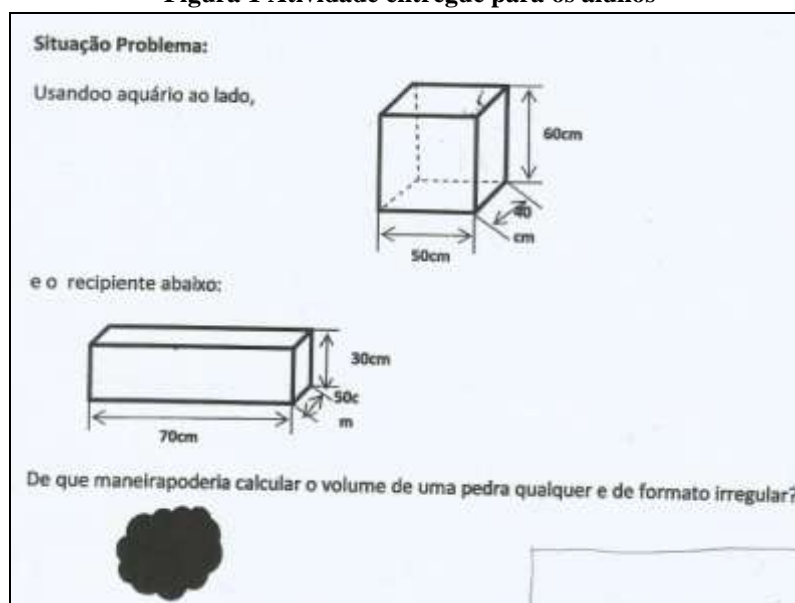
### **4. Relato de uma experiência**

Desde o começo do ano de 2013, o grupo de professores que participa do projeto de extensão *Formação Continuada de Professores de Matemática da Educação Básica-PROEXT 2013*, na UTFPR-CP, está discutindo as diferentes abordagens metodológicas: resolução de problemas; investigações matemáticas; modelagem matemática; tecnologias da informação e da comunicação. Diante desses estudos, desenvolvemos uma atividade e a aplicamos, com a abordagem da metodologia de resolução de problemas, na sala do 2º semestre de Licenciatura em Matemática, por duas horas-aula.

O procedimento para a aplicação de tal atividade seguiu os passos que, segundo Polya (2006), são de suma importância: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e verificação dos resultados. Dessa forma, a professora explicou

que os alunos iriam realizar uma atividade e pediu para que se colocassem em grupos, em números ímpares, entregando uma folha com a atividade descrita, como mostra a Figura 1.

**Figura 1** Atividade entregue para os alunos



Mediante os questionamentos feitos pela professora, os grupos, de forma particular, passaram a discutir a atividade, em conjunto, para depois elaborarem a resolução do problema proposto. Os alunos discutiram entre seus colegas de grupo, mas não se comunicaram com os outros grupos, só confrontando as respostas entre os grupos posteriormente, como citados abaixo.

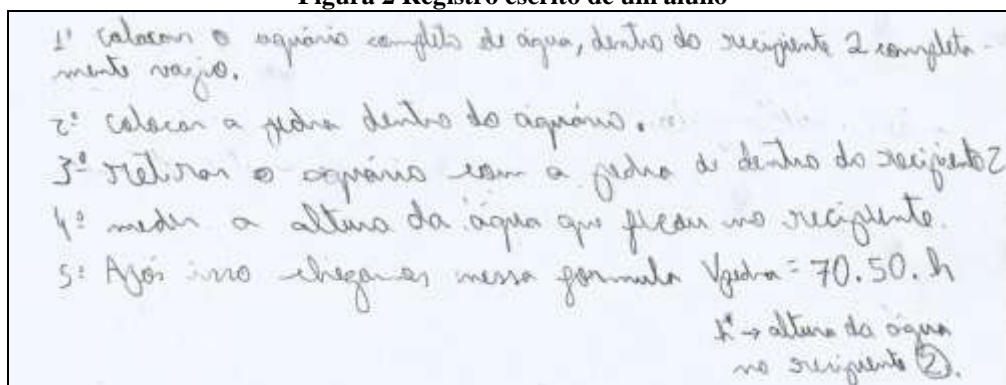
A professora acompanhou as construções das resoluções do problema proposto, só intervindo quando o grupo apresentou dificuldades para superar obstáculos que atrapalhavam a formatação de tais resoluções. Tal intervenção ocorreu através de indagações que os auxiliasse na construção do conhecimento e enriquecimento da resolução do problema.

Os grupos terminaram a tarefa e apresentaram suas resoluções, na lousa, que eram discutidas por todos os alunos e pela professora. O que chamou atenção, na maioria dos grupos, foi que alunos do mesmo grupo resolveram o problema de forma diferente, apresentando mais que uma solução.

Dos dezoitos alunos que participaram da atividade, 89% dos alunos, assim que pegou a folha de atividade (Figura 1), mediante as figuras, sem uma leitura detalhada do enunciado, calculou o volume do aquário e do recipiente, mesmo sem saber se iriam usar.

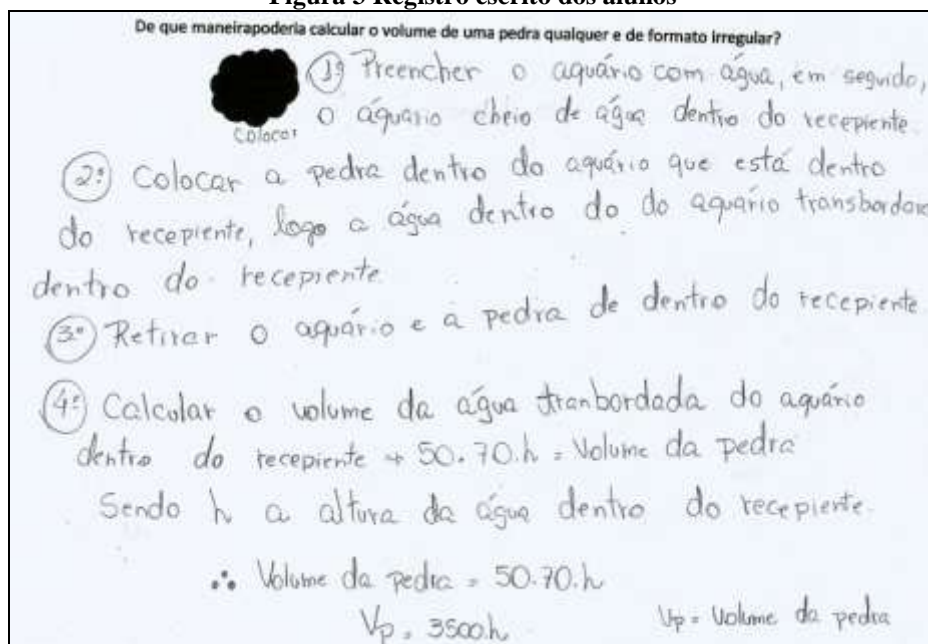
Os outros 11% não fizeram os cálculos dos volumes do aquário e o do recipiente porque foram observadores e viram que não era necessário, pelo menos, não de início (Figura 2).

**Figura 2 Registro escrito de um aluno**



Em relação às conclusões dadas pelos alunos, 66% resolveram corretamente o problema proposto, construindo uma representação matemática e descrevendo sua solução para a situação, atribuindo um significado para a incógnita usada (Figura 3).

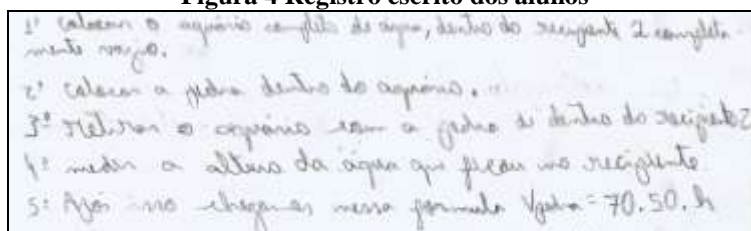
**Figura 3 Registro escrito dos alunos**



Alguns alunos, 17% do total, elaboraram uma representação matemática correta para o problema, mas a descrição da solução estava incorreta e/ou sem sentido (Figura 4), e 17% construíram a fórmula correta, mas sem justificar as incógnitas que envolveram tal solução.(Figura 5)

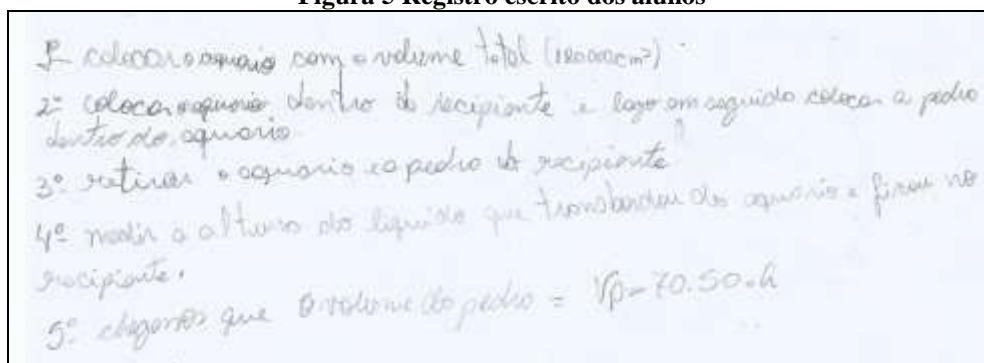


Figura 4 Registro escrito dos alunos



1º Colocar o aquário completo de água, dentro do recipiente 2 completo  
mente vazio.  
2º Colocar a pedra dentro do aquário.  
3º Retirar o aquário com a pedra de dentro do recipiente  
4º medir a altura da água que ficou no recipiente  
5º Após isso chegar na mesma fórmula  $V_{pedra} = 70.50. h$

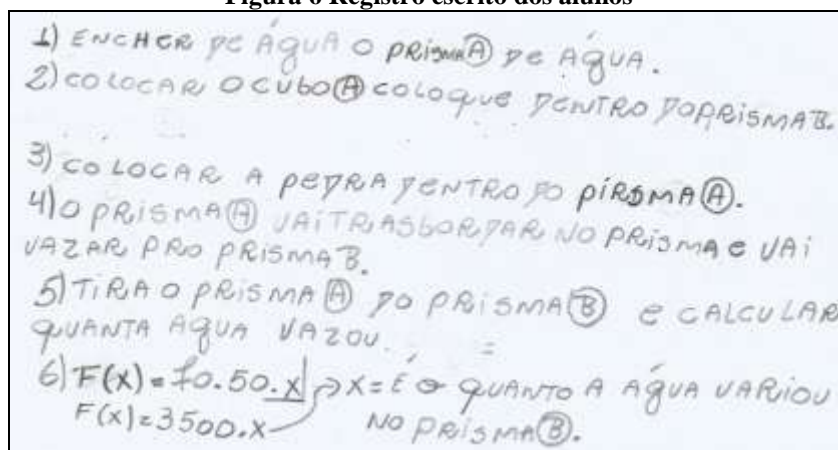
Figura 5 Registro escrito dos alunos



1º Colocar o aquário com o volume total (180000cm<sup>3</sup>)  
2º Colocar o aquário dentro do recipiente e logo em seguida colocar a pedra  
dentro do aquário  
3º retirar o aquário do recipiente  
4º medir a altura do líquido que transbordou do aquário e ficou no  
recipiente.  
5º chegar na que o volume do pedro =  $V_p = 70.50. h$

De certa forma, todos responderam e acertaram a solução, onde 66% acertaram, construindo apenas um tipo de solução (Figura 6), 17% construíram dois tipos de soluções para o mesmo problema (Figura 7) e os outros 17% não acertaram completamente.

Figura 6 Registro escrito dos alunos

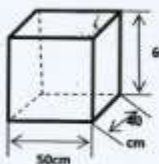


1) ENCHER DE ÁGUA O PRISMA (A) DE ÁGUA.  
2) COLOCAR O CUBO (A) COLOQUE DENTRO DO PRISMA (B).  
3) COLOCAR A PEDRA DENTRO DO PRISMA (A).  
4) O PRISMA (A) VAIRÁ SUBIR PARA NO PRISMA (B) E VAI  
VAZAR PRO PRISMA (B).  
5) TIRA O PRISMA (A) DO PRISMA (B) E CALCULAR  
QUANTA ÁGUA VAZOU.  
6)  $F(x) = 70.50. x$  →  $x = h$  QUANTO A ÁGUA VARIOU  
 $F(x) = 3500. x$  NO PRISMA (B).

Figura 7 Registro escrito dos alunos

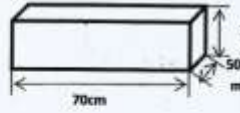
Situação Problema:

Usando aquário ao lado,




$V = 50 \cdot 40 \cdot 60$   
 $V = 2000 \cdot 60$   
 $V = 120.000 \text{ cm}^3$

e o recipiente abaixo:



$V = 70 \cdot 50 \cdot 30$   
 $V = 3500 \cdot 30$   
 $V = 105.000 \text{ cm}^3$

De que maneira poderia calcular o volume de uma pedra qualquer e de formato irregular?



$V = A_b \cdot h$   
 $V = 3500 \cdot x$  ou  $V = A_b \cdot h$   
 $V = 3000 \cdot x$

Resolução: Pensamos que para calcular o volume de pedras seria necessário utilizarmos a área do base do aquário e do recipiente e tomamos a altura como  $x$ . Assim calcularíamos o que falta no volume de um deles para saber o volume da pedra.

A metodologia usada permitiu à professora posicionar-se quanto aos questionamentos dos alunos. Dois alunos, que estavam resolvendo a atividade, questionaram a professora em relação ao tamanho da pedra citada no problema proposto, alegando que dependendo do tamanho dela, esta não caberia em nenhum recipiente.

## 5. Considerações Finais

A metodologia escolhida foi de suma importância, pois destaca o ensejo de resolver um problema utilizando estratégias que surgiram dos próprios alunos na construção de seu próprio conhecimento.

Para Polya (2006), o saber fazer em Matemática é considerado como a capacidade de resolver problemas. Tal capacidade citada é nitidamente comprovada quando observamos o comportamento dos alunos resolvendo o problema proposto. Buriasco complementa que “o prazer em estudar Matemática é a alegria de resolver um problema, de sorte que, quanto maior a dificuldade na resolução, maior a satisfação” (1995 apud NISHIMURA, 2008, p. 8).



Mesmo os alunos que não prestaram, num primeiro momento, atenção no enunciado e foram calculando o volume do aquário e do recipiente, foram capazes, sozinhos, de perceber que tal cálculo não solucionaria o problema proposto, chegando, através de indagações por parte da professora, na solução real.

A maioria dos alunos não chegou imediatamente na solução do problema proposto; foi por meio de observações, levantamento de hipóteses, troca de experiências entre os membros do grupo, embasamento teórico e o auxílio da professora que os norteou para promover a execução da construção da solução do problema proposto.

Outro ponto a ser destacado foi o grande interesse apresentado pelos alunos em resolver a mesma atividade de duas maneiras diferentes, pois, na discussão em grupo sobre tal resolução, as ideias surgiram e os estimularam a escrever várias soluções.

Verificou-se que nenhum aluno deixou de fazer totalmente as atividades e todos tiveram a oportunidade de sanar suas dúvidas com a professora.

Uma pequena parte dos alunos apresentou dificuldade em resolver o problema proposto, mesmo sendo orientado pela professora; conseguiram chegar à construção da fórmula, mas souberam justificar e/ou explicar o significado dela e de suas incógnitas.

De maneira geral, utilizar a metodologia de Resolução de Problemas foi ter a oportunidade de verificar como o interesse dos alunos é diferente mediante tal situação. Eles querem resolver por si só, sentem-se estimulados a pensar, levantam hipóteses, testam-nas e chegam à resolução do problema, sozinhos. Diante de tudo, fica a gratificação do trabalho do professor em ver a Matemática vista de maneira prazerosa pelos seus alunos resultando em uma aprendizagem significativa.

## **6. Agradecimentos**

Ao apoio do MEC: Programa/Projeto realizado com o apoio do PROEXT - MEC/SESu.

## **7. Referências**

D'AMBRÓSIO, B. A Evolução da Resolução de Problemas no Currículo Matemático. *Miami University, Ohio, EUA.*

DANTE, L. R. Didática da resolução de problemas de matemática. 2. ed. São Paulo: Ática, 1991.

LUPINACCI, V. L. M, BOTIN, M. L. M. Resolução de problemas no ensino de matemática. In: Anais... VIII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, Brasil, 2004.

NISHIMURA, N. T. *Resolução de Problemas – Um Estudo em Sala de Aula*. Disponível em:  
<[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/md\\_nilza\\_tomie\\_nishimura.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/md_nilza_tomie_nishimura.pdf)>. Acesso em: 05 jun. 2012.

ONUCHIC, L.; ALLEVATO, N. *As Diferentes “Personalidades” do Número Racional Trabalhadas Através da Resolução de Problemas*. *Bolema, Rio Claro (SP), Ano 21, nº 31, 2008, p. 79 a 102*.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Editora Interciências, 2006.

SANTOS, L. *A prática lectiva como actividade de resolução de problemas: Um estudo com três professoras do ensino secundário*. Universidade de Lisboa, Portugal.