ESTUDANTES DA 5ª SÉRIE/6°ANO RESOLVENDO QUESTÕES: RELAÇÕES ENTRE A MATEMÁTICA E A ESCRITA

Brunna Sordi Stock
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
brunna.stock@gmail.com

Resumo:
Este artigo aborda algumas das relações entre a Matemática, a escrita e a interpretação de texto sob a perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud e do Contrato Didático de Guy Brousseau. Para tal, utilizaremos as resoluções de questões feitas por alunos da 5ª série/6° ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede privada de Porto Alegre/ RS. Mostraremos como as noções de esquema e de campo aditivo e multiplicativo aparecem nessas resoluções, bem como algumas cláusulas do Contrato Didático. Concluiremos com a importância do professor pesquisador, a validade do uso das respostas para analisar o pensamento dos alunos e a importância do professor considerar as diferentes formas de resolução feitas por seus alunos, estimulando-as com a apresentação de exercícios que coloquem em discussão cláusulas do Contrato Didático.

Palavras-chave: Ensino; Matemática; Campos Conceituais; Contrato Didático.

1. Introdução

O dia a dia da escola exige ampla dedicação do professor, assim como a convivência acadêmica demanda a dedicação do pesquisador. Contudo, quando o professor-pesquisador está presente e ativo? Ao aliarmos a nossa prática docente profissional em uma escola privada de Porto Alegre aos estudos da graduação em Licenciatura em Matemática na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, o olhar de pesquisador fez-se presente no professor ao questionar os motivos das dificuldades dos alunos da 5ª série (atual 6° ano) em relação ao conteúdo de Matemática. Não somente fazer as perguntas, mas também buscar as respostas, a partir da análise de diferentes situações (trabalhos entregues, provas, discussões em sala de aula, etc.), propiciaram que, concomitante à pesquisa teórica, surgisse um Trabalho de Conclusão de Curso.

Nesta turma, em particular, percebemos a dificuldade dos estudantes nas questões de interpretação de texto, que exigiam o uso de tabelas, gráficos ou que apresentassem dados a mais do que o necessário para a resolução da questão. Ainda, em alguns casos em que o aluno realizava alguma operação ou raciocínio na tentativa de resolver o problema, a resposta obtida não era possível para a situação dada, mas era validada pelo estudante como a correta. Surgiu o questionamento: a dificuldade destes alunos era realmente com os conceitos de Matemática, ou com a escrita e a interpretação de texto? Tratava-se, portanto, de investigar a respeito de relações existentes entre a Matemática e a linguagem.

Tendo em vista a ampla abrangência desta pergunta, limitamos a identificação, a análise e a discussão de parte dessas relações para o olhar da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud e do Contrato Didático de Guy Brousseau em função da contribuição para a compreensão do pensamento dos estudantes que tais teorias podem propiciar. Este artigo mostra a análise de questões resolvidas por estes educandos e parte das conclusões obtidas sobre as relações que encontramos entre a Matemática e a linguagem.

2. A coleta de dados

A turma de 5ª série/6° ano de uma escola privada de Porto Alegre/RS analisada possuía 20 alunos com faixa etária média de 11 anos. As questões utilizadas nesta pesquisa estão relacionadas aos tópicos abordados durante os dois primeiros trimestres do ano de 2011 (março a setembro), que são operações com números naturais, múltiplos, divisores, mínimo múltiplo comum (MMC), máximo divisor comum (MDC) e frações. As questões foram formuladas com dois objetivos principais: utilizar a interpretação de texto e identificar a operação aritmética a ser utilizada.

Alguns exercícios utilizados são na forma de problemas-processo ou heurísticos, ou seja, são problemas cuja solução envolve operações que não estão contidas no enunciado e que, em geral, não podem ser traduzidos diretamente para a linguagem matemática, nem resolvidos pela aplicação automática de algoritmos, pois exigem do aluno um tempo para pensar e arquitetar um plano de ação, uma estratégia, que poderá levá-lo à solução (DANTE, 2007). Outros são de aplicação de uma propriedade ou teorema.

Tendo em vista que o objetivo deste trabalho é a análise da resolução de questões, a representação do algoritmo utilizando números ou justificativa escrita para o resultado obtido sempre foi exigida nos trabalhos com o objetivo de analisar as estratégias e, em certa medida, o raciocínio utilizado pelo aluno. As respostas poderiam ser dadas com um algoritmo, com um diagrama ou tabela, com uma justificativa escrita, etc., ou seja, da forma que o aluno achasse que conseguiria se fazer entender pelo professor. Nosso objetivo não era limitar as formas de resposta, mas estimular os alunos a se expressarem da maneira que considerassem melhor.

Cabe acrescentar que os dados utilizados nos enunciados das questões eram condizentes com informações da realidade propositalmente, pois acreditamos que deparar-se com uma situação real abre mais portas para o aluno utilizar a sua experiência cotidiana do que uma situação impossível. Para nós, o uso da experiência por parte dos estudantes é e sempre será bem vinda para a resolução de problemas, pois "é excessivamente simplista opor a matemática da escola à matemática da vida ordinária: muitos resultados mostram que os mesmos esquemas organizam uma e outra" (VERGNAUD, 2009, p. 27).

À medida que os alunos realizavam trabalhos e avaliações, fizemos a coleta de dados com a autorização da escola para tal. As questões consideradas "interessantes", isto é, que mostravam uma forma de resolução diferente das demais, que possuíam uma resposta não plausível ou que não estavam corretamente respondidas, foram digitalizadas. Em alguns casos, os alunos foram questionados em sala de aula sobre a forma de resolução para o esclarecimento do processo utilizado. Após a coleta, o material foi divido e analisado sob a perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais e do Contrato Didático. Dentro dessas duas análises, havia categorias referentes a tópicos específicos de cada teoria utilizada. Aqui não será realizada a diferenciação dessas categorias, mas sim a apresentação da análise juntamente com a explanação da teoria.

3. A Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) é uma teoria de aprendizagem desenvolvida por Gérard Vergnaud, inspirada na teoria cognitivista de Jean Piaget. Porém, como o próprio Vergnaud caracteriza, relativamente a uma psicologia cognitiva centrada nas estruturas lógicas, como a de Piaget, a teoria dos campos conceituais surge, sobretudo, como uma psicologia dos conceitos (VERGNAUD, 1993). Para entendermos o que é um conceito na TCC, temos que falar dos invariantes operatórios e dos esquemas.

Vergnaud define os invariantes operatórios como os conceitos e os teoremas em ação. Os conceitos em ação são os conceitos que, naturalmente, usamos em alguma situação, mas que não estão necessariamente bem definidos. Os teoremas em ação são as proposições tidas como verdadeiras na ação em situação (VERGNAUD, 2009), isto é, são teoremas que surgem e são utilizados na ação e não são enunciados ou provados matematicamente. Estes invariantes operatórios podem ser encontrados nos esquemas.

Os esquemas são as estruturas evocadas para agir diante de uma situação específica. Vergnaud define:

> Chamemos de “esquema” à organização invariante da conduta para uma dada classe de situações. É nos esquemas que se tem de procurar os conhecimentos-em-acto do sujeito, ou seja, os elementos cognitivos que permitem à acção do sujeito ser operatória (VERGNAUD, 1996, p.157)

A partir de um esquema utilizado, podemos interpretar que conhecimentos/teoremas em ação foram utilizados e de que maneira o foram na tentativa de compreender que estruturas lógicas estão sendo utilizadas. Tendo a definição de esquema, podemos falar do conceito.

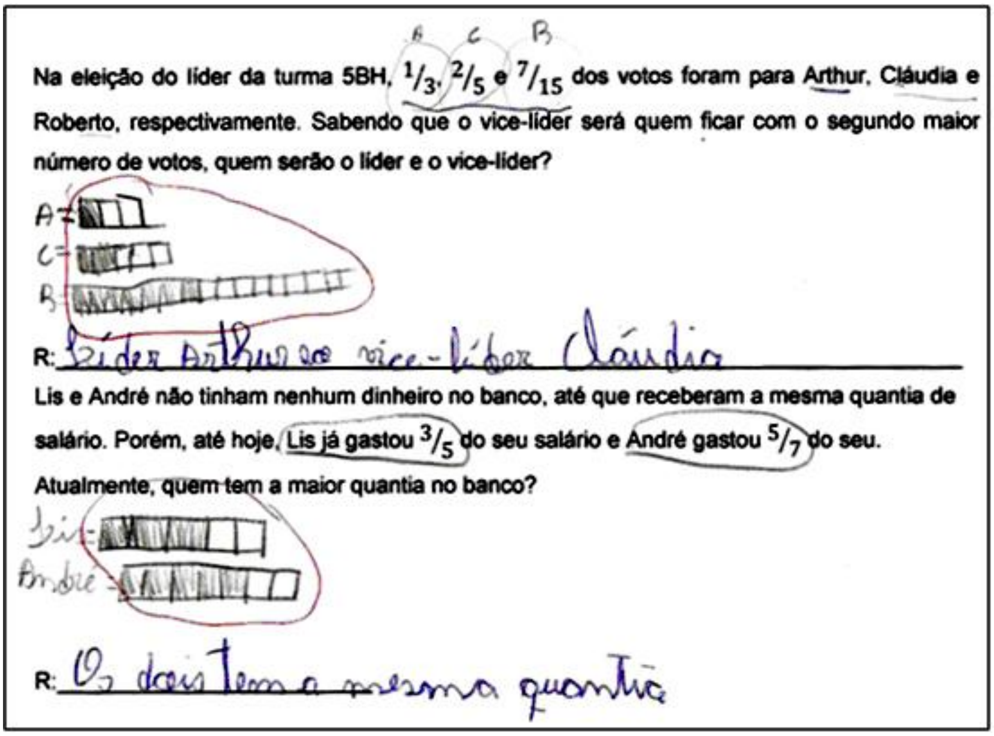
Vergnaud (2009) define o conceito como uma tríade (S, I, L) onde:

- S é o conjunto de situações que dão sentido ao conceito
- I é conjunto de invariantes operatórios que estruturam as formas de organização da atividade suscetíveis de serem evocados por essas situações (significado).
- L é o conjunto das representações linguísticas e simbólicas (algébrica, gráficas...) que permitem representar os conceitos e suas relações, e, consequentemente, as situações e os esquemas que elas evocam (significante).

Podemos ver o conceito como a intersecção das situações em que ele está presente, dos invariantes operatórios que organizam os esquemas a serem utilizados nessas situações e das suas representações, bem como das representações de suas relações. Assim, um campo conceitual é um conjunto de situações as quais, para as dominarmos, necessitamos de uma variedade de conceitos, de esquemas e de representações simbólicas em estreita conexão e, simultaneamente, é o conjunto de conceitos que contribuem com o domínio dessas situações (VERGNAUD, 2009).

No caso da 5ª série/6° ano do Ensino Fundamental, dois campos conceituais amplamente trabalhados são os campos aditivo e multiplicativo. Dentre as resoluções feitas pelos alunos, duas situações relacionadas aos esquemas foram identificadas: a utilização errônea de um esquema apropriado para a situação e a utilização de um esquema não apropriado para a situação.

Nas questões abaixo, podemos observar a resolução do aluno LF para duas questões distintas de comparação de frações, onde ele utilizou esquemas possíveis para as situações descritas, mas não de forma correta. Para a resolução das questões, esperávamos que o aluno comparasse as frações utilizando o método das frações equivalentes com mesmo denominador ou utilizando a representação das frações. É importante salientar que o uso da representação não foi estimulado em aula visto que, em algumas situações, o aluno pode incorrer no erro ao não fazer um desenho perfeito.


A C B

Na eleição do líder da turma 5BH, $^1/_3$, $^2/_5$ e $^7/_{15}$ dos votos foram para Arthur, Cláudia e Roberto, respectivamente. Sabendo que o vice-líder será quem ficar com o segundo maior número de votos, quem serão o líder e o vice-líder?

A=
C=
B

R: Líder Arthur e o vice-líder Cláudia

Lis e André não tinham nenhum dinheiro no banco, até que receberam a mesma quantia de salário. Porém, até hoje, Lis já gastou $^3/_5$ do seu salário e André gastou $^5/_7$ do seu. Atualmente, quem tem a maior quantia no banco?

Lis=
André=

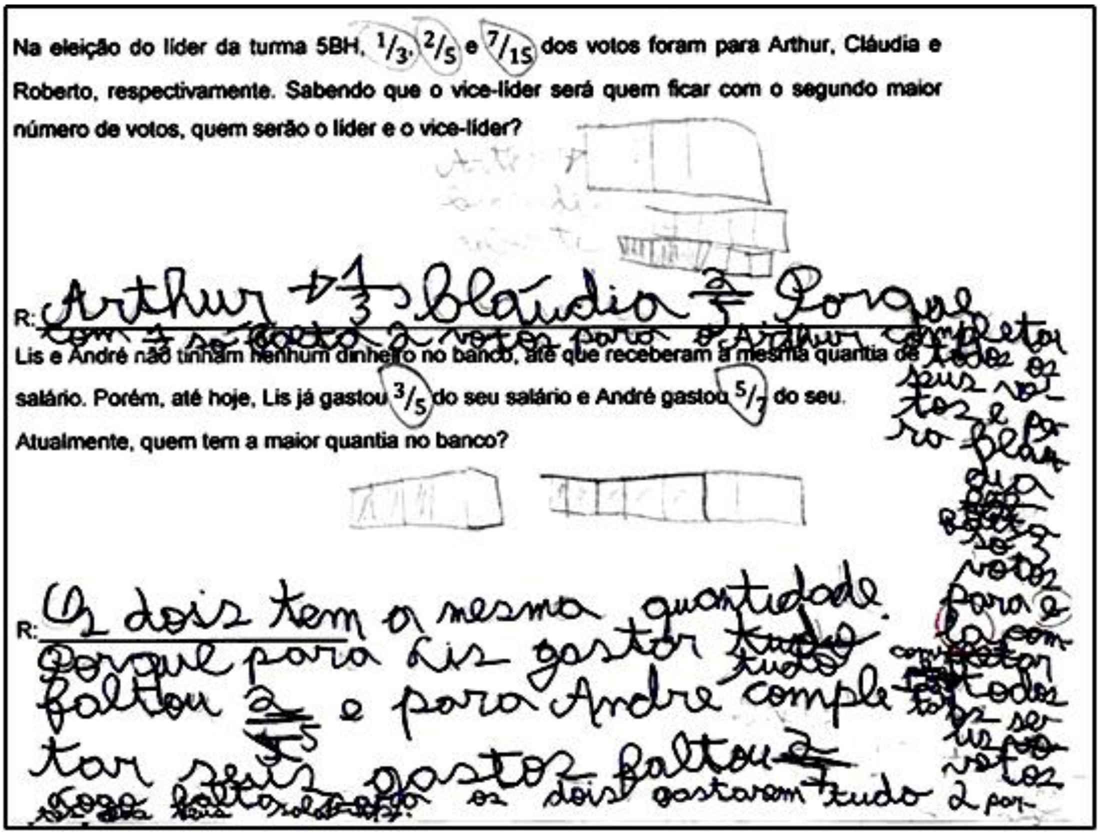
R: Os dois tem a mesma quantia

Figura 1: Resolução pelo aluno LF (Fonte: arquivo pessoal).

O aluno LF utilizou a representação das frações para realizar a comparação. Contudo, para comparar corretamente as frações, a unidade (retângulo maior) deveria ser do mesmo tamanho para todas as frações, de modo que o aluno pudesse comparar o total de partes pintadas (uma de três, duas de cinco e sete de 15 para as frações 1/3, 2/5 e 7/15 respectivamente). Ainda, com base no desenho errôneo, o aluno deveria concluir que Roberto seria o mais votado por ter a maior área pintada, seguido por Cláudia e Arthur. Porém, a resposta do aluno LF é que Arthur tem a maior fração, seguido por Cláudia e Roberto. Nossa hipótese é que o aluno LF comparou quanto faltava para completar o inteiro utilizando o desenho incorreto, ou seja, utilizando um teorema em ato não verdadeiro.

Na segunda questão, as unidades têm quase o mesmo tamanho. Entretanto, as divisões não estão precisas, de maneira que as representações não estão corretas novamente. A conclusão do aluno LF da mesma quantia gasta colabora para a hipótese do teorema em ato utilizado na questão anterior. Podemos ver que o aluno sabe representar uma fração, mas não sabe utilizar essa representação para comparação.

O próximo exemplo mostra as mesmas questões da situação anterior, agora resolvidas pelo aluno LR. Neste caso o aluno fez uso de um esquema inapropriado para a situação.


Na eleição do líder da turma 5BH, 1/3, 2/5 e 7/15 dos votos foram para Arthur, Cláudia e Roberto, respectivamente. Sabendo que o vice-líder será quem ficar com o segundo maior número de votos, quem serão o líder e o vice-líder?

R: Arthur 1/3 Cláudia 2/5 Porque com 1 só falta 2 votos para o Arthur completar seus votos e para Cláudia ... votos para ela completar todos seus votos

Lis e André não tinham nenhum dinheiro no banco, até que receberam a mesma quantia de salário. Porém, até hoje, Lis já gastou 3/5 do seu salário e André gastou 5/7 do seu. Atualmente, quem tem a maior quantia no banco?

R: Os dois tem a mesma quantidade. Porque para Lis gastar tudo faltou 2 e para André completar seus gastos faltou 2 logo falta para os dois gastarem tudo 2 por...

Figura 2: Resolução pelo aluno LR (Fonte: arquivo pessoal).

Na primeira questão, desconsiderando a falta de precisão no desenho, observe que a divisão dos inteiros e a parte fracionária pintada da representação das frações 1/3 e 2/5 estão corretas e a conclusão de que 1/3 é maior que 2/5, com base no desenho, também. Porém, o aluno escreve uma justificativa: “Porque com 1 só falta dois votos para o Arthur completar todos os seus votos e para Cláudia falta só 3 votos para ela completar todos os seus votos”. Com base nessa justificativa escrita, acreditamos que o desenho teve pouca ou nenhuma influência na resposta. Na segunda questão, o aluno utilizou a mesma justificativa da anterior: “Os dois tem a mesma quantidade. Porque para Lis gastar tudo faltou 2 e para André completar seus gastos faltou 2. Logo falta para os dois gastarem tudo 2 partes dos seus salários.”

Nossa hipótese é de que o aluno está utilizando o seguinte teorema em ato: “A maior fração é aquela que falta menos para chegar ao total, ou seja, a que tem a menor diferença entre o numerador e o denominador”. Na justificativa escrita, o aluno utiliza a noção de quanto falta para o total, que é uma ideia de subtração. Vemos que o aluno utilizou um esquema do campo aditivo para a resolução de um exercício do campo multiplicativo. Com esta conclusão, interpretamos que o aluno não compreende o conceito de fração como uma divisão.

Estas duas resoluções foram bem escritas e passíveis de análise sob a Teoria dos Campos Conceituais. Contudo, outras formas de resolução exigiram que buscássemos outra análise em relação à interpretação dos dados. Procuramos, assim, o Contrato Didático.

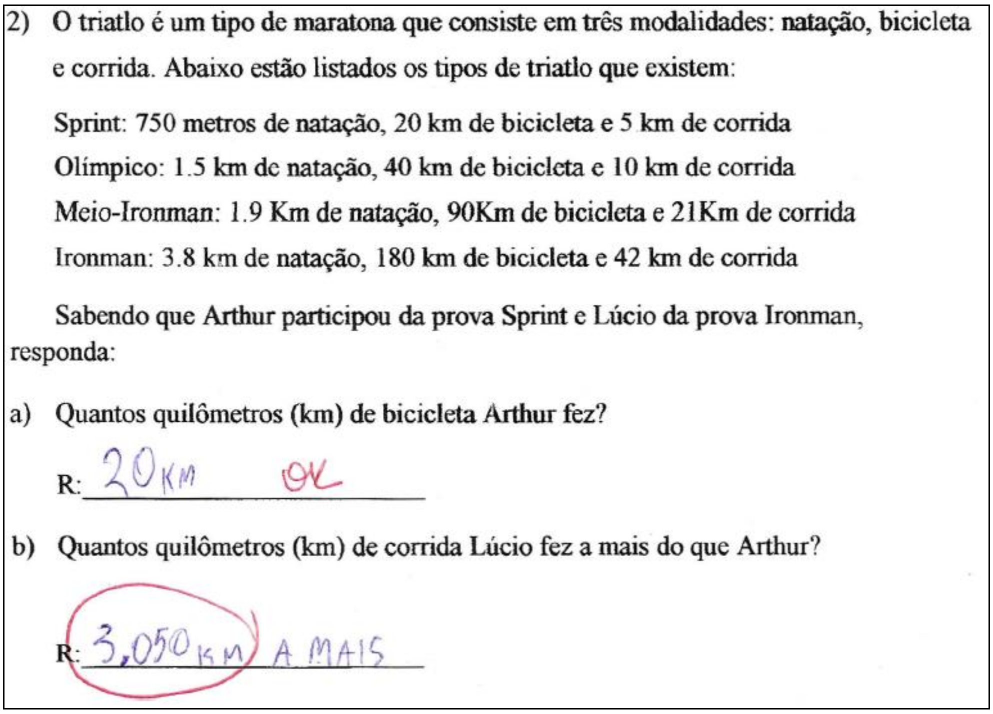
4. O Contrato Didático

O contrato didático, descrito por Guy Brousseau e abordado por diversos autores, trata das relações aluno com professor, professor com aluno e de ambos com o conhecimento. Algumas cláusulas desse contrato podem ser apresentadas explicitamente para a turma, porém a maioria delas está implícita e em constante mudança: a cada aula elas se renovam ou se alteram, podendo variar entre diferentes conteúdos, dias da semana, entre períodos e, obviamente, entre disciplinas. Uma das cláusulas implícitas, por exemplo, é: "um exercício sempre terá uma e única resposta". Quando apresentamos para uma turma um problema em aberto ou um exercício que possui mais de uma solução, a primeira reação é a surpresa e é nessa desconstrução da ideia inicial que essa cláusula está sendo quebrada e, então, reformulada.

Ao Contrato Didático cabem duas análises nesse trabalho, uma sobre os dados presentes no enunciado da questão e a outra de observação do resultado final. Sobre o enunciado, uma das cláusulas implícitas do contrato é de que todos os dados do enunciado devem ser utilizados, como bem observou Brousseau em pesquisas relativa ao Problema do Capitão[1]. Os alunos entendem que todos os dados do enunciado estão lá por algum motivo, logo devem ser usados. Quando há mais informações do que o necessário, e o aluno não consegue identificar quais as relevantes para a solução, muitas vezes a escolha é aleatória como pudemos ver ao questioná-los sobre a escolha feita.

[1] O Problema do Capitão é um exemplo utilizado em pesquisas por Guy Brousseau para mostrar a necessidade dos alunos em utilizar os dados do enunciado. No enunciado do problema são dadas informações sobre a carga de um navio e é perguntada a idade do Capitão. Apesar de os dados não terem relação com a pergunta, os alunos tendem a utilizá-los na resolução. Para maiores detalhes sobre o problema do Capitão, consultar http://cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1457/484.

Outro aspecto, estudado por D'Amore (2007), abordado no contrato didático é a cláusula de delegação formal. A partir do momento em que o aluno escolhe os dados do enunciado e qual operação vai utilizar, fica delegada ao algoritmo a finalização da conta. O aluno apenas transcreve o resultado obtido sem verificar se ele é possível ou não para a situação, bem como sem conferir se o cálculo foi realizado corretamente. A questão abaixo resolvida pelo aluno AV mostra essas duas cláusulas do contrato didático.



2) O triatlo é um tipo de maratona que consiste em três modalidades: natação, bicicleta e corrida. Abaixo estão listados os tipos de triatlo que existem:

Sprint: 750 metros de natação, 20 km de bicicleta e 5 km de corrida
Olímpico: 1.5 km de natação, 40 km de bicicleta e 10 km de corrida
Meio-Ironman: 1.9 Km de natação, 90Km de bicicleta e 21Km de corrida
Ironman: 3.8 km de natação, 180 km de bicicleta e 42 km de corrida

Sabendo que Arthur participou da prova Sprint e Lúcio da prova Ironman, responda:

a) Quantos quilômetros (km) de bicicleta Arthur fez?

R: 20KM OK

b) Quantos quilômetros (km) de corrida Lúcio fez a mais do que Arthur?

R: 3,050 KM A MAIS

Figura 3: Resolução pelo aluno AV (Fonte: arquivo pessoal).

Observe a letra (b). Neste item, esperávamos que o aluno diminuísse 5km (total da corrida realizada por Arthur) de 42km (total realizado por Lúcio), resultando em 37km de diferença entre os dois atletas. Note que o aluno encontrou que Lúcio fez 3.050km a mais de corrida do que Arthur. Através do resultado obtido, acreditamos que o aluno realizou 3,8km menos 750m, ou seja, utilizou dados da prova de natação e não da de corrida.

Vemos que a resposta de 3.050 km é impossível, visto que um ser humano não poderia realizar tal corrida. Ao questionarmos o aluno sobre o resultado ele riu, percebendo como este era absurdo. Ainda, ele afirmou que, por falta de atenção, escolheu erroneamente os dados no enunciado. Por ter essa consciência de que o resultado é absurdo, acreditamos que, se esse aluno tivesse analisado a resposta obtida teria tido a mesma reação de quando o questionamos e, talvez, procurasse outra maneira de efetuar a resolução. Este é um caso referente à cláusula de delegação formal, onde, tendo escolhida a operação a efetuar, o aluno não se questiona sobre o significado do resultado final obtido.

5. Considerações finais

Neste trabalho, ao utilizarmos as resoluções das questões como objeto de análise tentamos identificar qual foi o raciocínio utilizado e nos deparamos com duas situações: por vezes, necessitamos questionar os alunos, porque sua justificativa não é suficiente para a interpretação, o que mostra a dificuldade de escrever e de expressar-se por parte dos estudantes; em outros momentos, os alunos não conseguem nos explicar verbalmente porque fizeram de tal maneira ou qual o raciocínio utilizado, de forma que a escrita nos mostra mais do que o próprio aluno. Com isso, queremos mostrar que, em ambos os casos, a análise da escrita é válida e enriquecedora, sendo, por vezes, uma boa estratégia para entender as dificuldades enfrentadas durante a aprendizagem de um conteúdo ou de um conceito específico.

Sob o olhar da TCC, afirmamos que não existe apenas um esquema que pode ser utilizado em uma determinada situação. Existem vários esquemas que utilizam diferentes teoremas e conceitos em ato que resolvem um mesmo exercício, sendo alguns mais eficientes que outros, na medida em que tomam menos tempo para a resolução ou exigem menos trabalho braçal. Nessa perspectiva, é essencial salientar a importância de trabalharmos com nossos alunos diferentes modos de resolução de um mesmo exercício, bem como a discussão das resoluções na turma. Ainda, o professor deve estar disposto a validar os métodos corretos utilizados pelos alunos, que, por vezes, são mais efetivos do que os criados pelo próprio professor. Da mesma forma, também se deve validar as estratégias que, eventualmente, não são as mais elegantes ou eficientes, mas que levam o aluno a compreender os conceitos e processos envolvidos na resolução das questões com maior facilidade.

Mais de uma maneira de resolução também é uma forma de desenvolver o raciocínio matemático, visto que o aluno teria que fazer um julgamento diante da situação para escolher o método conveniente. Essa prática também faz o aluno trabalhar com autonomia, um dos objetivos do Ensino Fundamental. Não obstante, mostrando diferentes situações, o aluno está em constante reflexão sobre a sua relação com o docente e o conhecimento, bem como o Contrato Didático está sempre no modo de devir.

É necessário, também, salientar o papel da escrita e da interpretação tanto por parte dos alunos quanto do professor de Matemática, que também deve trabalhá-la em aula. Temos que ter consciência de que a forma como escrevemos um enunciado pode ser um fator de dificuldade para a resolução de um exercício, ou que pode propiciar um momento de discussão das cláusulas do Contrato Didático. Ainda, temos que salientar a atenção na leitura do enunciado e sempre questionarmos nossos alunos quanto ao significado deste, analisando os componentes matemáticos (incógnitas, algoritmos, etc.) dentro do contexto da questão. Dentro da perspectiva do aluno que queremos que saia da escola, não basta alguém que saiba resolver contas: precisamos de pessoas críticas e pensantes.

Para finalizar, o papel do professor pesquisador foi definitivo para esse trabalho, pois estar de olhos abertos para tentar entender o que nossos alunos pensavam propiciou um crescimento para nós como docentes e para os nossos alunos, que se beneficiaram da nossa prática. Acreditamos que nós, professores, estudantes e pesquisadores, nunca esgotamos nossa busca pelo conhecimento e nunca saberemos a origem de todas as dúvidas dos alunos ou estaremos prontos para todas as situações de sala de aula. No entanto, temos a obrigação de estarmos sempre atentos para identificá-las e pesquisar sobre, buscando a melhora de nossa prática docente e de pesquisa.

6. Agradecimentos

Ao professor Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso pela parceria na orientação da pesquisa e na revisão deste artigo.

7. Referências

D'AMORE, Bruno. **Epistemologia, Didática da Matemática e Práticas de Ensino**. Bolema. Boletim de Educação Matemática. Vol. 20, n° 28, 1179 - 205, 2007.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática Da Resolução De Problemas De Matemática.** 12ª edição. São Paulo: Ática. 2007

VERGNAUD, Gérard. Teoria dos Campos Conceituais. In: 1° SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO RIO DE JANEIRO. **Anais do 1° Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**. Rio de Janeiro: UFRJ, 1993, p. 1 – 26.

VERGNAUD, Gérard. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, Jean. **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155 – 191

VERGNAUD, Gérard. O que é aprender? In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano Alberto (organizadores). **A Aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. – 1. ed. – Curitiba: Editora CRV, 2009, p. 13 – 35.