

GEOPLANOS: ATIVIDADES UTILIZANDO GEOPLANOS MANIPULÁVEIS E DIGITAIS.

Diego Augusto Feltrin

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR

diego_kombo@hotmail.com

Alexandre Arias Junior

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR

alexandre_aaj@hotmail.com

Maicon Henrique de Oliveira

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR

custodio59@gmail.com

Vitor José Petry

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR

vpetry@zipmail.com.br

Resumo: Neste trabalho são apresentadas algumas atividades desenvolvidas a partir do uso do geoplano circular e do geoplano quadriculado. São descritas as atividades propostas desde o planejamento do seu desenvolvimento até a aplicação destas com alunos do ensino fundamental e da educação de jovens e adultos - EJA. Discute-se também como esse material didático manipulativo (MDM)¹ pode auxiliar na compreensão de certos conceitos, relativos aos conteúdos matemáticos trabalhados. A ênfase dada nestas atividades é mesclar os aspectos manipuláveis (físicos) dessa ferramenta didática com o emprego da tecnologia², utilizando uma versão digital da ferramenta desenvolvida no Geogebra, verificando que ambos podem ser utilizados simultaneamente.

Palavras chave: Geoplano; Material manipulável; Educação matemática

1. Introdução

O presente trabalho foi desenvolvido a partir da elaboração e aplicação de atividades práticas utilizando o geoplano como recurso de visualização de conceitos e propriedades relativos a conteúdos de geometria plana. Inicialmente será feita uma breve abordagem do contexto histórico e de algumas aplicações deste recurso com o intuito de ressaltar suas potencialidades no ensino da matemática. De acordo com Barros,

¹ Nesse artigo MDM se refere a Material Didático Manipulável

² Software Geogebra.

O Geoplano entra como um excelente recurso, onde o professor pode fazer a construção do conhecimento, fazendo com que o aluno consiga trabalhar o mesmo conteúdo em diversos contextos, desenvolvendo assim o seu raciocínio, e não somente de forma mecânica onde decoram fórmulas e apenas sabem aplicá-las em problemas já conhecidos... (BARROS, 2004, p.2)

Na sequência do trabalho apresenta-se um relato de experiência do uso de geoplanos com alunos de nono ano do Ensino Fundamental e com alunos da EJA, na qual buscamos observar como um MDM pode ajudar os alunos na compreensão de alguns conceitos da Matemática, buscando analisar o que afirma SABBATIELLO (1967, pg. 23) “o geoplano é um modelo matemático que permite traduzir ou sugerir ideias matemáticas”.

Consideramos que os materiais manipuláveis constituem-se em importantes ferramentas de apoio ao professor para ajudar o aluno a desenvolver o gosto pela matemática e conseqüentemente despertar o interesse pela disciplina, corroborando com a afirmação de Barbosa, quando afirma que “dessa maneira os alunos aprenderiam e se interessariam pelo estudo da disciplina” (BARBOSA, 2001, pg. 24).

O geoplano é um recurso que pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de vários conceitos da matemática, em particular as figuras e formas geométricas, principalmente as planas, abordando características, propriedades, elementos (vértices, arestas, lados, ângulos,...), ampliação e redução de figuras, simetria, área e perímetro. De acordo com Machado, “o geoplano é um meio, uma ajuda didática, que oferece um apoio à representação mental e uma etapa para o caminho da abstração, proporcionando uma experiência geométrica e algébrica aos estudantes.” (MACHADO, 1993, p. 1).

O primeiro modelo de geoplano foi desenvolvido pelo matemático inglês Caleb Gattegno, sendo construído com madeira e pregos, e foi apresentado à comunidade matemática em 1961. Por ser um recurso que pode ser facilmente manipulado pelos alunos e pelo professor, ele ajuda a proporcionar um melhor entendimento dos conceitos desenvolvidos. Segundo Passos “materiais manipuláveis podem ser entendidos como ‘objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar’. Podem ser objetos reais que têm aplicação no dia-a-dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia.” (PASSOS, 2006, p. 78).

Muitas atividades podem ser desenvolvidas e aplicadas utilizando os geoplanos, um livro, “Aprendendo e Ensinando Matemática com o Geoplano”, escrito por Gelsa Knijnik (KNIJNIK, 1996), conta com várias dinâmicas que mostram algumas das potencialidades do uso desse objeto de aprendizagem.

Diversos educadores desenvolveram diferentes tipos de geoplanos, sendo os mais utilizados e conhecidos os Geoplano quadrado, isométrico, circular e oval.

O geoplano circular é muito útil para desenvolver a argumentação, a investigação e até mesmo a demonstração de resultados da matemática. Convém ressaltar que a aprendizagem não decorre unicamente do uso do material manipulável, mas sim das relações que são estabelecidas entre o significativo das atividades e os conceitos que se desenvolvem a partir dos objetivos propostos. Existe uma variedade de conteúdos matemáticos que podem ser trabalhados com o auxílio dessa ferramenta, dentre eles destacamos o estudo de polígonos, frações, trigonometria, ângulos e diagonais.

O geoplano quadrado facilita o desenvolvimento das habilidades de exploração espacial, comparação, relação, discriminação, sequência, envolvendo conceitos de frações e suas operações, simetria, reflexão, rotação, translação, perímetro e área. Os esboços dos geoplanos circular e quadrado são apresentados na figura 1.

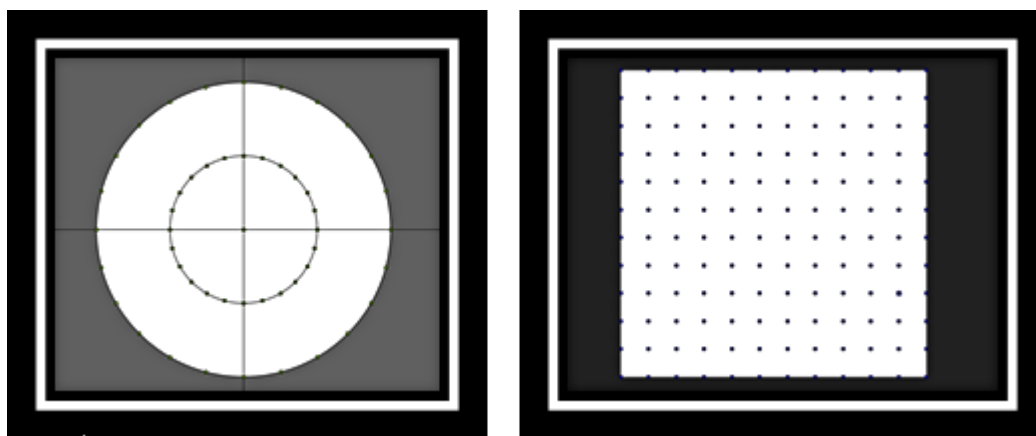


Figura 1: esboço do geoplano circular (esquerda) e geoplano quadrado (direita).

Por ser um material didático pedagógico dinâmico que permite construir, movimentar e desfazer através da sua manipulação, o geoplano é um excelente recurso que oferece apoio à representação mental e facilita o caminho para a abstração. Assim, qualquer atividade desenvolvida a partir deste recurso deve ser pautada na exploração do

material visando à ampliação das formas de raciocínio e processos mentais de indução; da dedução lógica; da analogia e estimativa e da utilização dos conceitos e procedimentos matemáticos envolvidos. Para melhorar a eficácia da utilização de tal recurso, consideramos fundamental que após ou concomitantemente com a exploração desse recurso seja feita a formalização dos conceitos trabalhados para não possibilitar, que o MDM seja percebido pelo aluno como um simples brinquedo, mas sim um instrumento que auxilia na compreensão dos conceitos trabalhados.

2. Planejamento das atividades

Para desenvolver quaisquer atividades com os alunos, e em especial quando se trabalha com um MDM é necessário fazer um bom planejamento destas, explicitando de forma clara quais são os objetivos a serem alcançados com as referidas atividades. A ausência de um planejamento adequado e focado nos objetivos pode facilmente levar a confusões a cerca dos conceitos, perdendo-se a oportunidade de explorar todas as potencialidades do material utilizado, trazendo perdas significativas ao processo de aprendizagem dos alunos.

Acreditamos que o professor não deve ser um mero transmissor de conhecimento para o aluno, mas sim alguém que estimula e conduz o aluno a tirar suas próprias conclusões, a partir de discussões e análises propostas, tomando cuidado para que o aluno não perca o foco traçado pelos objetivos estabelecidos durante sua investigação. Também é fundamental buscar mecanismos para que o aluno não desista das atividades, principalmente quando se trabalha com um MDM, onde o papel do professor é orientar o aluno para que ele consiga explorar as potencialidades desse material manipulável e fazer suas próprias descobertas. Para Machado,

O papel do professor deve ser de condutor ou guia. Deve orientar o trabalho dos estudantes no geoplano e guiar as observações para que eles encontrem todas as possibilidades do caso, nos deslocamentos dos atilhos, chegando a descoberta das relações através de ações, percepções e abstrações. (MACHADO, 2006, p.1)

Para as atividades propostas neste trabalho foram desenvolvidas formas alternativas dos MDM, de forma a possibilitar o trabalho com geoplanos utilizando computadores. Assim, o grupo desenvolveu um geoplano circular digital e um geoplano quadriculado digital utilizando o software Geogebra. Para este desenvolvimento, o geoplano físico foi

adaptado em versão digital, permitindo uma utilização mais ágil e de menor custo, tendo em vista que o software utilizado é livre e qualquer colégio que possua um laboratório de informática poderá reproduzir a experiência.

As atividades foram planejadas a partir da constatação feita junto com os professores da escola de que muitos alunos apresentavam dificuldades no momento de calcular o mínimo múltiplo comum (MMC) e o máximo divisor comum (MDC) de dois números naturais e no cálculo de áreas de figuras planas. Notando que esses tópicos poderiam ser explorados com o auxílio dos geoplanos decidimos desenvolver algumas atividades para trabalhar com os conteúdos citados e aplicá-las aos alunos do ensino fundamental e da EJA utilizando os geoplanos como recurso didático para auxiliar a compreensão dos conceitos trabalhados.

A primeira atividade consiste em mostrar como podemos encontrar o MMC entre dois números naturais utilizando o geoplano circular. A atividade proposta visa fazer com que os alunos compreendam o que são múltiplos de um número natural, representando-os no geoplano. Ao fazer a representação dos múltiplos de dois ou mais naturais simultaneamente no mesmo geoplano, tomando a mesma origem, o objetivo é verificar quais dos múltiplos são comuns aos números inicialmente escolhidos e dentre eles, qual é o menor. Na figura 2 (esquerda) mostra-se esta atividade proposta para verificar o MMC entre os números naturais 3 e 5.

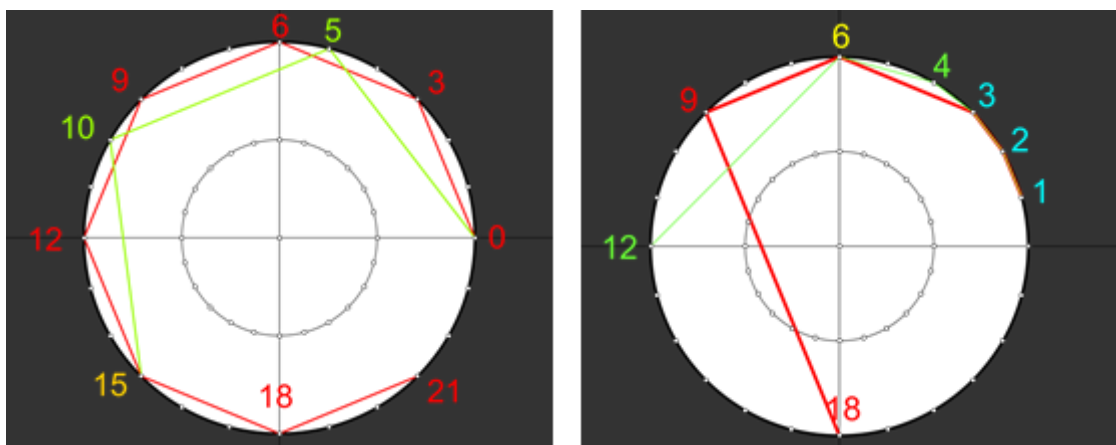


Figura 2: MMC entre três e cinco no geoplano circular (esquerda) e MDC entre 12 e 18 (direita).

Observe que traçando segmentos de retas que interceptem o geoplano de 3 em 3 pontos, partindo do ponto 0 demarcado no MDM encontramos os múltiplos do 3 e analogamente fazendo de 5 em 5 pontos, encontramos os múltiplos do 5, de forma que fica

visível que a interseção de segmentos de cores distintas com a circunferência ocorrerá (após o zero) no ponto de valor 15 e assim, o MMC entre esse dois números é 15.

A segunda atividade consiste em mostrar como podemos encontrar o MDC entre dois números naturais, também utilizando o geoplano circular. Propõe-se orientar os alunos para perceberem que um número pode ser divisor de outros dois simultaneamente, sendo o objetivo identificar qual desses divisores é o máximo possível. A atividade proposta para verificar o MDC entre os números naturais 12 e 18 é mostrada na figura 2 (direita).

Note que traçando os segmentos de reta partindo do ponto 18 em direção dos pontos correspondentes aos divisores de 18, temos todos os divisores deste número, fazendo um processo análogo marcamos os divisores de 12. Percebe-se que existem quatro interseções entre os divisores de ambos os números e que o máximo divisor comum entre eles é seis.

A terceira atividade tem como objetivo discutir o conceito de área e equivalência plana. Aproveita-se esta atividade também para obter a forma de cálculo da área de algumas figuras planas, como a área do quadrado, do retângulo, do triângulo, do trapézio, do paralelogramo e do losango.

Para discutir o conceito de área, inicialmente podemos definir uma unidade de área no geoplano quadriculado. A partir desta definição, solicita-se que cada aluno forme figuras planas ligando diferentes pontos para em seguida verificar a quantidade de vezes que a unidade de área pré definida cabe na figura formada. Sugere-se a construção de diferentes figuras com a mesma quantidade de unidades de área, com a finalidade de discutir o conceito de equivalência plana. Na figura 3 (a) é mostrada a unidade de área (quadrado unitário) que será utilizado no cálculo das áreas no geoplano quadriculado.

Inicialmente considerarmos um triângulo com comprimento da base seis unidades e da altura seis unidades conforme mostrado na figura 3 (b). Na sequência procede-se a separação do triângulo em dois triângulos retângulos (T_1 e T_2) como na figura 3 (c), tomando como segmento de separação a altura do triângulo original. A partir dos dois triângulos T_1 e T_2 , completamos dois retângulos conforme figura 3 (d), observando que os lados do triângulo original representam agora as respectivas diagonais dos retângulos. Utilizando o conceito de congruência de triângulos é possível verificar que as áreas dos

triângulos T_1 e T_2 correspondem à metade das áreas dos respectivos retângulos, isto é, a área do retângulo é igual a duas vezes a área de um triângulo de mesma base e mesma altura. Ao verificar a quantidade de unidades de área contidas nos retângulos e no triângulo, segue que a área do triângulo pode ser obtida como sendo a metade da área do retângulo correspondente, isto é: $A_{\Delta} = \frac{Base \times Altura}{2} = \frac{b \cdot h}{2}$. Utilizando os valores estabelecidos no problema, foi possível calcular a área usando o algoritmo obtido, conforme segue:

$$S = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 6}{2} = \frac{36}{2} = 18u. a.$$

ou seja, dentro dessa figura geométrica cabem 18 quadrados unitários. Outras medidas são sugeridas para que os alunos pudessem utilizar o geoplano e o algoritmo simultaneamente, para absorverem de forma mais efetiva os conceitos trabalhados.

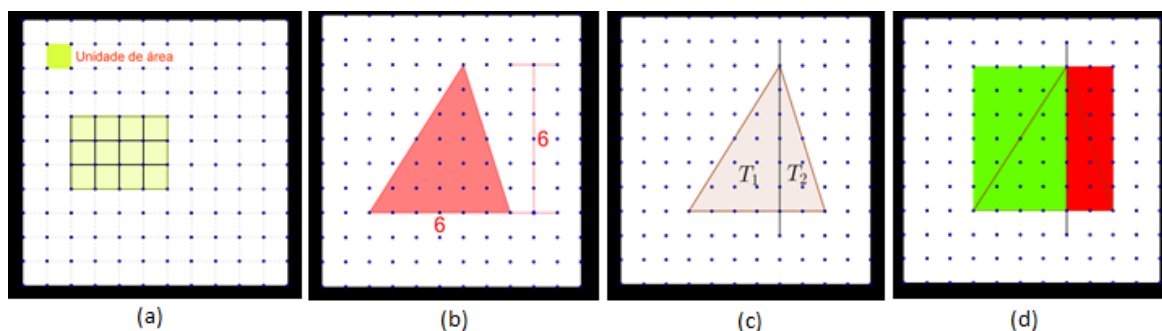


Figura3: Definição de unidade de área no geoplano quadriculado (primeira).

Atividades semelhantes são aplicadas para a obtenção da área de outros polígonos, lembrando que quaisquer polígonos podem ser decompostos em triângulos por equivalência plana.

3. Aplicação das atividades

As atividades descritas anteriormente foram aplicadas a vinte alunos, dez do ensino fundamental regular do 9º ano e os outros dez da EJA. Dividimos os alunos em quatro grupos mistos, ou seja, cada grupo era integrado por alunos do ensino regular e da EJA, denominados a partir deste momento por G1, G2, G3 e G4, de cinco componentes cada. Além das versões digitais do geoplano que foram apresentadas, cada grupo recebeu as versões físicas de um geoplano circular, um quadriculado e elásticos coloridos para possibilitar a manipulação e a exploração do MDM no desenvolvimento das atividades

propostas. As explicações e apresentações sobre o geoplano foram feitas com a projeção de um geoplano digital, podendo ser acompanhada por todos os alunos simultaneamente.

Iniciamos com uma breve explicação do recurso a ser utilizado explicitando os objetivos da atividade. Trabalhamos os conceitos de múltiplos e divisores para na sequência solicitar que os alunos marcassem no geoplano a sequência de múltiplos de números naturais estabelecidos. Feito isso, sugeriu-se que marcassem com cores distintas os múltiplos de diferentes números naturais para observarem a intersecção de segmentos de cores distintas em suas extremidades. Não demorou para perceberem que essas intersecções correspondiam aos múltiplos comuns entre os números. Além da atividade com o geoplano foi feita a formalização dos conceitos e a explicação do algoritmo para a obtenção do MMC de dois ou mais naturais, argumentando-se da importância de estabelecermos algoritmos pela dificuldade de utilização de MDM, ou mesmo a aplicação direta do próprio quando se tratar de números elevados. Apesar dessa dificuldade, consideramos importante a utilização do MDM para uma compreensão do conceito e a realização de comparações. Essas comparações se mostraram importantes também na compreensão da fatoração em números primos.

Nas primeiras atividades propostas alguns alunos apresentaram dificuldades em manusear o MDM. Isto, associado à falta de compreensão de alguns conceitos acarretou em certa demora na obtenção das soluções dos problemas propostos, porém no decorrer do trabalho os grupos foram interagindo até que todos conseguiram compreender as ideias desenvolvidas de forma a concretizar o processo de ensino e aprendizagem. Nos exemplos discutidos eles tiveram a oportunidade de observar a existência de “vários” múltiplos comuns (justificou-se que de fato são infinitos múltiplos comuns) entre os números em questão e a necessidade de se escolher o menor deles.

As atividades desenvolvidas para o estudo do MDC foram encaminhadas de forma semelhante ao feito anteriormente. Após explorarmos o conceito de divisores de um número natural solicitamos que identificassem estes divisores no geoplano circular. Ao identificar os divisores de diferentes números com cores distintas, novamente chegaram a conclusão da existência de diversos divisores comuns entre os números mencionados, desta vez em número finito, de forma que era possível identificar qual o máximo destes divisores comuns, denominando este por MDC. Paralelamente a isto, foi novamente feita a formalização dos conceitos e do algoritmo. Nesta atividade observou-se menor dificuldade

do que na anterior e acreditamos que tenha sido devido à familiaridade com o recurso utilizado e pela melhor compreensão de alguns dos conceitos já estabelecidos anteriormente, como por exemplo, a decomposição de um número natural em fatores primos. Um grupo em particular apresentou maiores dificuldades, sendo necessária a intervenção dos orientadores da atividade para conseguirem desenvolver as atividades.

A terceira atividade teve por objetivo calcular a área de um triângulo dado e compreender o significado de unidade de área utilizando o geoplano quadriculado, conforme já descrito anteriormente. Inicialmente começamos explicando o conceito de área e definimos uma unidade de área no geoplano quadriculado. Seguimos os passos descritos no planejamento da atividade, não demorou para que os alunos compreendessem os algoritmos (fórmulas) para o cálculo das áreas do retângulo, triângulo e demais polígonos. Todos os quatro grupos conseguiram chegar ao resultado do problema sem grandes dificuldades e conseguiram compreender o conceito de unidade de área e a forma de cálculo da área de diferentes regiões poligonais.

4. Considerações finais

Com este trabalho notamos que o uso de MDM dentro da sala de aula possibilita ao professor criar situações de aprendizagem diferenciadas, não se prendendo a metodologias de ensino tradicional e meramente tecnicista. Nesta opção tradicional, segundo MENEGHETTI (2012), “a matemática se reduz a um conjunto de técnicas, regras, algoritmos, sem grande preocupação em fundamentá-los ou justificá-los.” Com a utilização de recursos alternativos foi possível verificar que conteúdos matemáticos podem ser trabalhados com materiais manipuláveis, partindo de situações mais concretas para na sequência seguir à abstração, que no nosso entender não deixa de ser importante.

Percebemos uma boa receptividade por parte dos alunos na forma como os conceitos foram trabalhados, o que pensamos também ser fundamental para ocorrer a aprendizagem. Essa compreensão está explícita no depoimento de uma aluna quando afirma: “consegui ver o que era a tal da unidade de área”. Outra aluna afirma que “o material concreto ajuda a ver o resultado, mas prefiro o uso do quadro”. Pensamos que o material manipulável ajuda os alunos a compreender certos conceitos matemáticos, porém não pode ser a única ferramenta a ser utilizada pelo professor em suas aulas, pois qualquer material manipulável tem suas limitações e em geral não consegue abranger a totalidade

dos conceitos a serem desenvolvidos referentes aos conteúdos trabalhados. Daí a necessidade de utilizar o material como elemento motivador e de compreensão inicial dos conceitos, sendo sempre indispensável a formalização e a generalização, quando pertinente, dos conceitos desenvolvidos a partir do MDM.

5. Agradecimentos

Agradecemos a CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior, agência financiadora do projeto PIBID que nos proporcionou a possibilidade do desenvolvimento das atividades.

6. Referências bibliográficas

BARBOSA J. C., *Modelagem Matemática: Concepções e Experiências de Futuros Professores*, Rio Claro, SP, Brasil, 2001.

BARROS, A. L. S.; ROCHA, C. A. *O Uso do Geoplano como material didático nas aulas de Geometria*. Recife, 2004. Disponível em:
<<http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/02/MC03069646433.pdf>> Acesso em: 13 de março de 2013.

KNIJNIK, G.; BASSO, M. V.; KLÜSENER, R. *Aprendendo e Ensinando Matemática com o Geoplano*, 1996.

MACHADO, R. M. *Mini-curso - explorando o geoplano*, 2006. Disponível em:
<<http://www.bienasbm.ufba.br/M11.pdf>>. Acesso em: 13 de março de 2013.

MENEGHETTI, R. C. G. *Tarefas Alternativas para o Ensino e a Aprendizagem de Funções: Análise de uma intervenção no Ensino Médio*. Bolema, Rio Claro (SP), 2012.

PASSOS, C.L.B. *Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática*. Campinas, 2006.

SABBATIELLO, E.E.. *El Geoplano: Un recurso didáctico para la enseñanza dinámica de la geometría plana elemental - Su aplicación e utilización en la escuela primaria*. Buenos Aires, 1967.