

## GEOMETRIA E MODELAÇÃO: EXPERIMENTAÇÕES COM JOVENS E ADULTOS EM SALA DE AULA DE ENSINO MÉDIO

*Vivili Maria Silva Gomes*  
*Universidade Federal do ABC-UFABC*  
*vivili.gomes@ufabc.edu.br*

### **Resumo:**

Este relato contém a síntese de alguns projetos desenvolvidos em salas de aula de Ensino Médio em duas escolas públicas da rede estadual de ensino do Estado de São Paulo. Trata-se de conteúdos de Geometria trabalhados de forma contextualizada a partir de situações práticas relacionadas ao cotidiano dos alunos e por meio de materiais e procedimentos a eles familiares e de fácil acesso. A análise de folhetos de divulgação de venda de imóveis, embalagens de papelão e objetos de forma circular, sob o ponto de vista geométrico, possibilitou o reconhecimento e caracterização de figuras planas e sólidos simples, o uso de instrumentos de medida, cálculos de área e volume e a utilização do computador. O trabalho atingiu os seus objetivos pedagógicos: mostrou-se estimulador, trouxe para os alunos uma nova postura em relação aos conteúdos matemáticos, em especial de Geometria, além de revelar a modelagem como uma estratégia eficaz no ensino e aprendizagem de Matemática.

**Palavras-chave:** modelagem; geometria; ensino médio.

### **1. Introdução**

Este relato apresenta algumas experiências de modelagem matemática realizadas em sala de aula que não são novidade em termos de possibilidades, pois já fazem parte de diversas propostas para um trabalho contextualizado. A novidade está no processo pedagógico e na aprendizagem desses alunos em específico, aos quais foi dada a oportunidade de viver a Matemática de outra maneira, em processo e no caminho para se atingir sua autonomia.

O cenário inicial é a escola pública estadual da região do ABC paulista em duas cidades bem conhecidas: São Bernardo do Campo e São Caetano do Sul. As classes onde a experiência se desenvolveu são de Ensino Médio-EM, na modalidade regular, com jovens em idade de 16 e 17 anos e Educação de Jovens e Adultos-EJA, com público em idades variadas de 18 anos até 70 anos. Além das faixas etárias, as classes de EJA são bastante heterogêneas em experiências de vida, com uma marca sempre presente: a relação mal resolvida com a Matemática. Essas marcas são trazidas para o contexto de sala de aula e interferem no processo de aprendizagem “aqui e agora”.

Cabe ao professor, então, acolher os alunos nesses seus sentimentos e tratar dos assuntos matemáticos de forma sensível, possibilitando que estes possam ser porta de entrada para o processo de ensino-aprendizagem e não o contrário. Somos levados no espaço-tempo do encontro na sala de aula a lidar com variáveis afetivas e sensíveis e tratar com assertividade as questões a esse campo relacionadas, enfatizando na aula o que “sabem” e não o que “não sabem” fazendo a conexão entre estes, se valendo de atividades práticas e contextualizadas onde os conteúdos conceituais matemáticos mesclados aos conteúdos procedimentais e atitudinais (Coll, 1997; Zabala, 1998) brotem nesse próprio “que fazer” (Freire, 1996) com sentido e significado para os alunos. Assim, que caminho seguir? Quais atividades podem ser adequadas ao trabalho pedagógico nas aulas de Matemática estimulando o aluno a assumir o seu próprio caminho neste processo relacional com a Matemática de forma positiva?

O fenômeno modelado deve servir de pano de fundo ou motivação para o aprendizado das técnicas e conteúdos da própria matemática. As discussões sobre o tema escolhido favorecem a preparação do estudante como elemento participativo da sociedade em que vive. (Bassanezi, 2006, p.38)

A modelagem matemática em sala de aula (Barbosa, 2001; Bassanezi, 2006; Almeida e Dias, 2007; Biembengut, 2009) aplicada à resolução de problemas mostra-se como uma possibilidade de aproximação entre teoria e prática, entre o mundo das ideias e o mundo em si, entre a sala de aula universitária e a sala de aula da Educação Básica, entre o mundo da Matemática e a matemática do mundo. Está na confluência de uma reflexão-ação, de um conhecer a partir de um fazer, na busca de formas mais adequadas e atraentes para a educação e autonomia de uma imensa população de jovens e que atenda aos seus objetivos maiores, segundo D’Ambrósio (2001), “*de desenvolvimento do potencial criativo e da capacidade de se engajarem em ações comuns*” (p. 70), em prol da “*sobrevivência e da transcendência*” que “*configuram a essencialidade da vida humana*” (p.167).

## **2. Metodologia e Resultados**

A sequência didática foi desenvolvida nas disciplinas de Matemática e Apoio Curricular de Matemática (atualmente extinta no currículo do EM) nos 3<sup>os</sup> anos e envolveu um conjunto de atividades para “revisar”: conceitos de Geometria 2D e 3D, realização de medidas com uso de instrumentos apropriados, realização de cálculos como áreas e volumes. As dificuldades em relação a esses conteúdos eram visíveis e presentes não só

nas turmas de EJA como no EM regular. As três atividades foram orientadas e desenvolvidas ao longo dos dois primeiros bimestres do ano de 2010.

*Atividade 1 – Descobrimo a presença do número  $\pi$  nas coisas*

*Etapa 1 – Coleta dos dados*

Escolha de objetos com formato cilíndrico: solicitou-se aos alunos a coleta de objetos cilíndricos em casa. Em algumas salas a professora trouxe alguns objetos e outros da própria sala de aula foram usados. Estabeleceu-se inicialmente uma discussão sobre o objetivo da atividade, a nomenclatura envolvida, o processo e os instrumentos de medida a serem usados. A medida do diâmetro de cada objeto foi feita com régua e do perímetro foi feita com barbante e régua ou fita métrica em alguns exemplos na sala de aula. Aos alunos foi solicitado que escolhessem 3 objetos em casa, fizessem as medidas e apresentassem os resultados em uma tabela e trouxessem para a sala de aula. Alguns resultados constam da Figura 1.

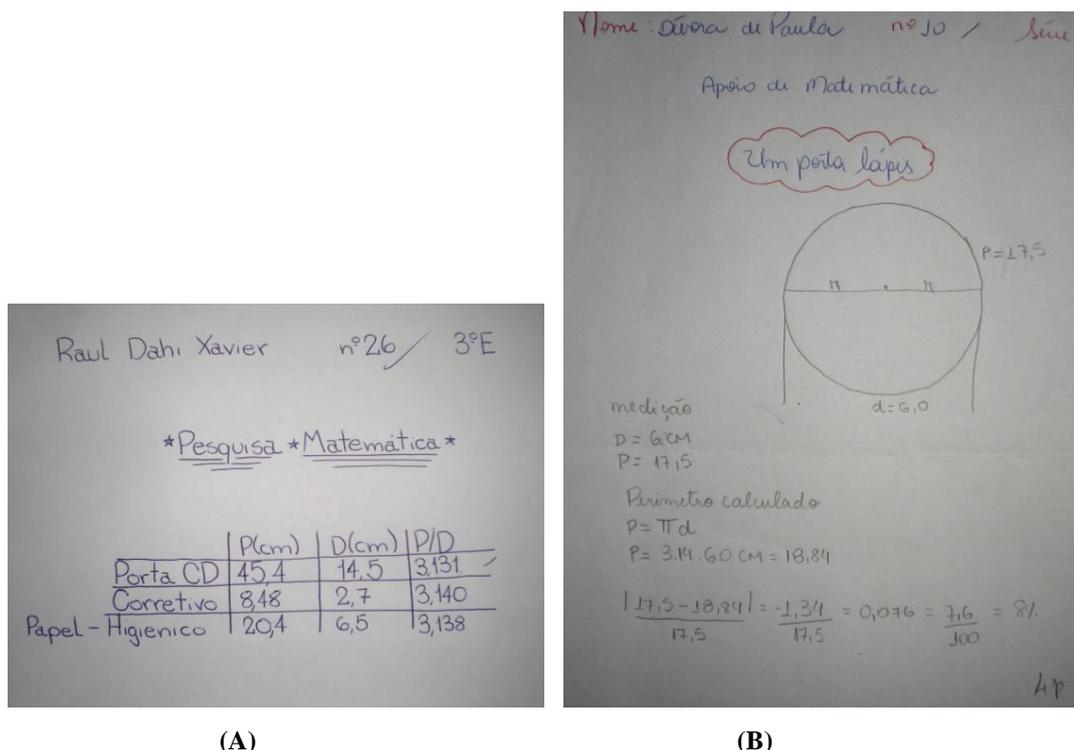
*Etapa 2 – Análise dos Dados*

Os dados coletados individualmente foram compartilhados coletivamente, trazidos para a lousa e organizados numa única tabela cujos dados de diâmetro variavam de uns poucos centímetros como no caso de tampas de garrafa ou embalagens de *baton* até 30 ou 40 cm como no caso de baldes ou painéis, por exemplo. Os alunos construíram no caderno uma tabela contendo o nome dos objetos, a medida do diâmetro e do seu perímetro. Após uma discussão não conclusiva sobre a relação possível entre diâmetro e perímetro, observando a tabela e os objetos, os alunos foram orientados a calcularem a razão perímetro (P) e diâmetro (D) – relação P/D, organizando-a numa outra coluna da mesma tabela. A obtenção de valores muito próximos de P/D chama a atenção sobre a sua igualdade envolvendo a discussão sobre os erros na medida e sua propagação no cálculo.

*Etapa 3 – Determinação do número  $\pi$*

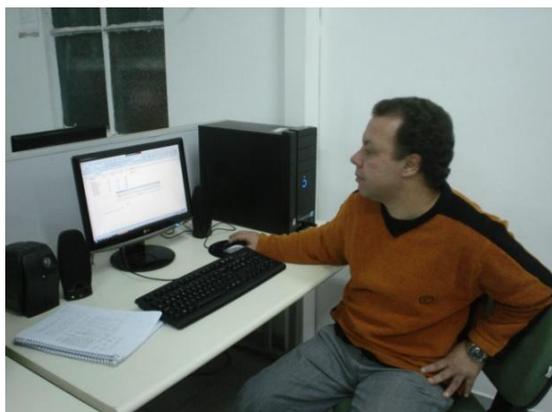
De posse desses dados, a análise foi concluída em sala de aula e também na sala de informática como mostrado pelas imagens da **Figura 1** e **Figura 2**. Os alunos geraram uma tabela com os dados de P, D e a razão P/D em ambiente real e virtual. A observação anterior leva a proposição do modelo linear para a relação entre P e D, ou seja,  $\mathbf{P} = \pi_{\text{medido}} \mathbf{D}$ , com  $\pi_{\text{medido}}$  obtido de duas maneiras diferentes e os resultados comparados: por meio da média dos valores da razão P/D feita com calculadora ou planilha eletrônica e pelo

ajuste de uma função linear na planilha eletrônica cujos coeficientes foram obtidos computacionalmente por regressão linear. O aplicativo computacional usado foi o MS-EXCEL disponibilizado pelo ACESSA SÃO PAULO do Governo do Estado de São Paulo às escolas públicas estaduais. A estimativa do erro cometido (quando não feita em planilha eletrônica pelo ajuste linear computacional) foi feita pelo cálculo do desvio da média, ou seja, pela fórmula: **Erro = Mod (valor medido – valor esperado)/valor esperado**.

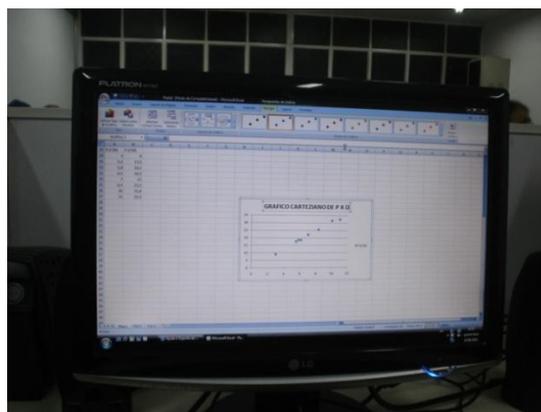


**Figura 1 – Atividade prática de pesquisa extra-classe com (A) coleta de dados e (B) análise feitos individualmente e com orientação em sala de aula**

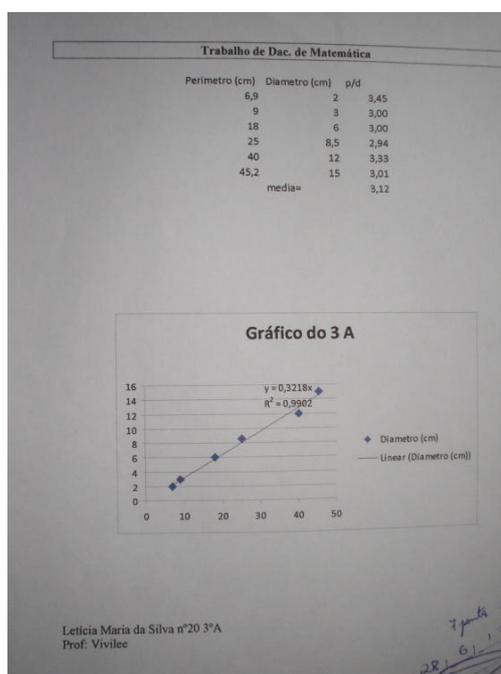
Uma das alunas, ao apresentar sua análise em planilha eletrônica, mesmo com as dificuldades de escrita espontânea comuns a nossos alunos, mas que denota a sua percepção e compreensão do assunto tratado, dá o seguinte parecer: “Foram obtidas duas formas de cálculos, a de número  $\pi$  e no  $\pi$  médio deu-se o valor 3,37 e no resultado da soma do  $\pi$  pelo gráfico deu-se 3,34. Mas acredito que o resultado mais correto seria mais correto é do gráfico.” Outra aluna estimou o erro na medição do perímetro de um objeto (um porta-lápis) de diâmetro  $D = 6$  cm como pode ser visto na **Figura 1(B)**. O perímetro foi medido e depois comparado com o valor calculado usando  $\pi = 3,14$  avaliando-se o erro relativo na medida do perímetro em 8%.



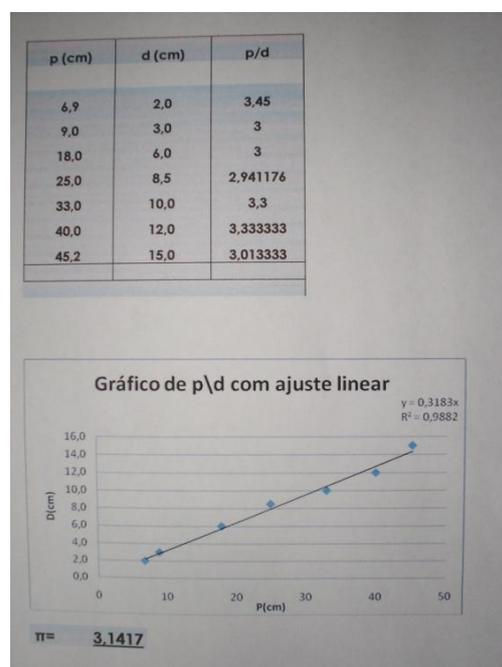
(A)



(B)



(C)



(D)

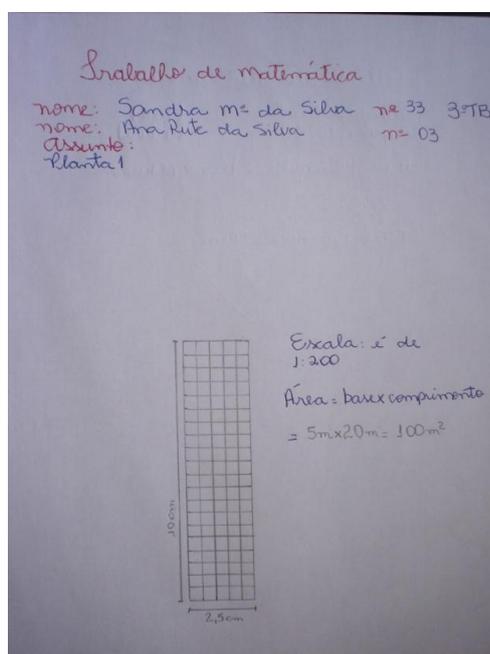
Figura 2 – (A) e (B) O ambiente real da sala de informática; (C) o virtual da planilha eletrônica; (D) os resultados impressos com tabela e gráfico de perímetros e respectivos diâmetros e o ajuste linear com valor obtido de  $\pi_{\text{medido}}$

### Atividade 2- Plantas baixas e localização de imóveis

Essa atividade foi desenvolvida em dois momentos nas duas escolas e pode ser sistematizada nas etapas que seguem.

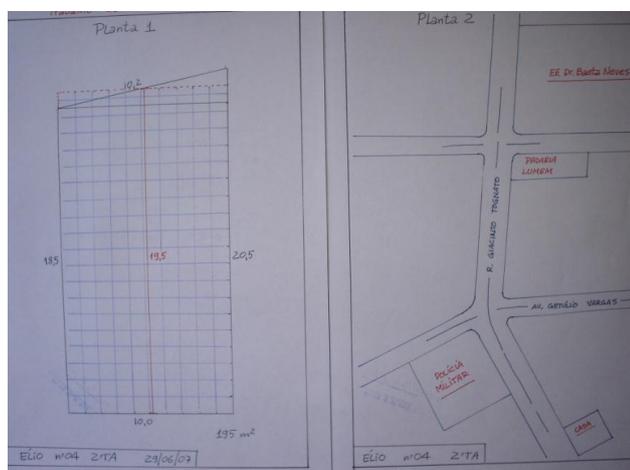
*Etapas 1-* Os alunos, individualmente ou em dupla, mediram as dimensões do terreno de sua moradia. Um desenho da planta baixa do terreno foi feito numa folha de papel tamanho A4 escolhendo uma escala adequada. A área do terreno foi calculada assumindo uma forma geométrica simples e mais próxima. O resultado foi comparado com

a área apresentada no carnê do Imposto sobre Propriedade Territorial Urbana - IPTU do imóvel (se disponível). A **Figura 3** mostra um relatório de uma dupla de alunas.



**Figura 3 – Planta baixa do terreno em escala e com cálculo de área de uma dupla de alunas**

*Etapa 2* - O mapa do caminho casa-escola foi desenhado na folha de tamanho A4, indicando pontos de referência. A escala poderia ser respeitada, mas não obrigatoriamente. Estavam livres para pesquisar mapas da região reproduzindo-os na escala do papel considerado. Alguns alunos desenharam seu próprio mapa em escala, outros usaram um mapa da região de sua moradia recorrendo inclusive ao recurso *Google-Maps* disponível na *internet*, pois estavam livres para pesquisas e uso de vários recursos. A **Figura 4** mostra o cálculo de área, a planta baixa e o mapa de um aluno.



**Figura 4 – Planta Baixa com cálculo de área e mapa de localização da casa e da escola**

*Etapa 3* - Foram coletados na cidade folhetos de divulgação de imóveis. Os alunos observaram o folheto escolhido por cada dupla descrevendo-o sob dois aspectos: forma e conteúdo. No aspecto conteúdo, o foco para a Matemática foi a planta baixa do imóvel à venda e sua localização, informações muito comuns nesse tipo de folheto. Determinaram a escala em que a planta foi desenhada com base nas medidas em metros apresentadas no desenho. Construíram uma tabela contendo colunas com informação sobre os cômodos: tipo, medidas e áreas calculadas. Para isso, o aluno deveria observar a forma de cada cômodo, fracioná-la em áreas conhecidas e simples como de retângulos e triângulos. Desenharam outra planta, na escala compatível com a apresentação do relatório a ser entregue (folha de tamanho A4) e determinaram a área total pela soma das áreas parciais discriminadas na tabela (integração). Em seguida, consideraram um modelo geométrico simplificado para a planta na forma de um retângulo com as medidas compatíveis com as dimensões 2D (largura e comprimento) do imóvel. Assim, a área calculada nesse modelo seria uma estimativa para a área do imóvel calculada com o auxílio da tabela pelo processo de integração. Finalmente, compararam os valores de área calculados nos dois processos (por integração e modelagem retangular da planta) com a área do imóvel mostrada na propaganda e, normalmente, especificada no folheto. Atenção foi solicitada em relação à ordem de grandeza das medidas, pois é comum os alunos confundirem as unidades da escala: na folha de papel e no tamanho real. A **Figura 5** mostra exemplos de relatórios apresentados pelos alunos.

*Atividade 3 – O segredo das embalagens: desmontar, remontar... criar*

Nesta atividade é feita a passagem da visualização e representação 2D para a 3D, de acordo com as etapas a seguir.

*Etapa 1* - Um momento de preparação e motivação para as etapas seguintes onde houve a participação de um professor de Matemática aposentado da escola que é especializado em *origami*. O Prof. Hideo Kumayama aproveitou as caixas do material pedagógico enviado para as escolas pelo governo estadual para construir com os alunos uma caixa coração, pois estávamos próximos ao Dia das Mães e, no mês seguinte, ao Dia dos Namorados. A caixa foi desenhada no papelão, recortada e montada. Depois, foi decorada conforme o gosto dos alunos. Uma aluna, uma senhora, fez a decoração em *biskui* e conseguiu vendê-la com bombons para o Dia das Mães. Nessa etapa houve a produção de um vídeo com as fotos do processo e com músicas escolhidas por uma das

alunas da turma de EJA. O vídeo está disponível em:

<http://www.youtube.com/watch?v=exjLBxPoplk&hl=pt-BR>.

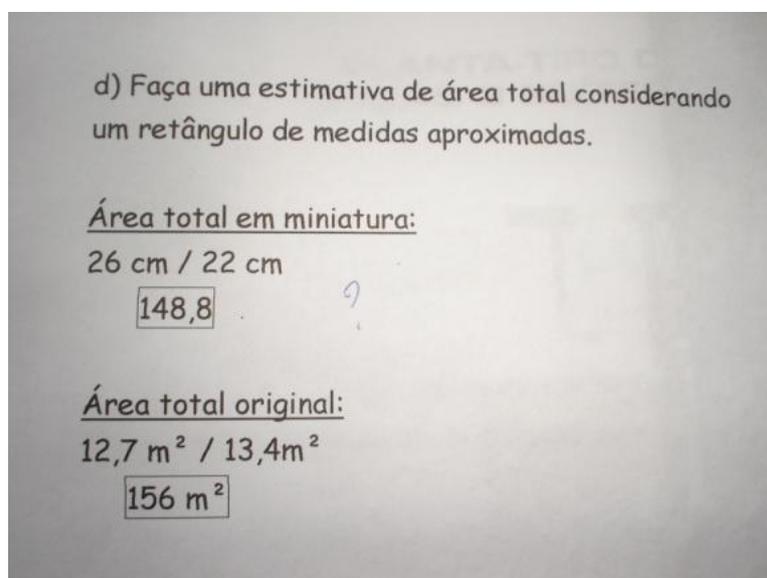
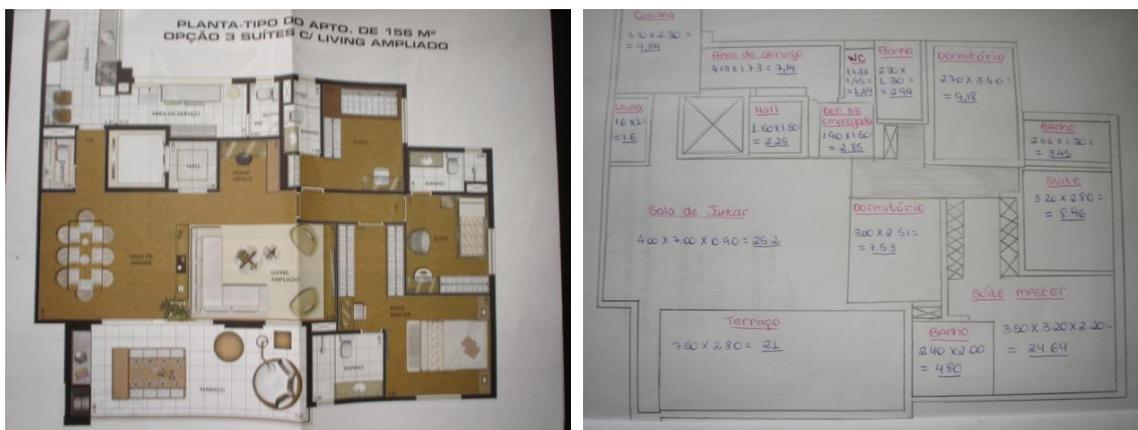


Figura 5 - Plantas baixas de imóveis em escala e cálculo de áreas

*Etapa 2* - Foram coletadas embalagens em casa e trazidas para sala de aula. Desmontaram-nas para estudar sua planificação. Fizeram o desenho da planificação numa folha de papel tamanho A4, em tamanho real ou em escala compatível com o tamanho da folha. Calcularam a área da planificação da embalagem por integração e por estimativa encontrando a quantidade aproximada de papel necessária para sua confecção. E reconstruíram a embalagem em outro papel, conforme o gosto do aluno.

*Etapa 3* - Os alunos calcularam o volume da caixa, normalmente, em forma de prismas os mais variados. A finalização do relatório consistiu de uma conclusão sobre o que aprenderam e sentiram ao realizar a atividade.

Na **Figura 6** é apresentada uma parte de um dos relatórios. A **Figura 7** contém as conclusões de duas alunas incluídas ao final de seus relatórios. O conteúdo dessas figuras

refere-se aos relatórios de duas senhoras com idades em torno de 60 anos, que se sentiram muito entusiasmadas com o trabalho realizado como expresso em suas conclusões.

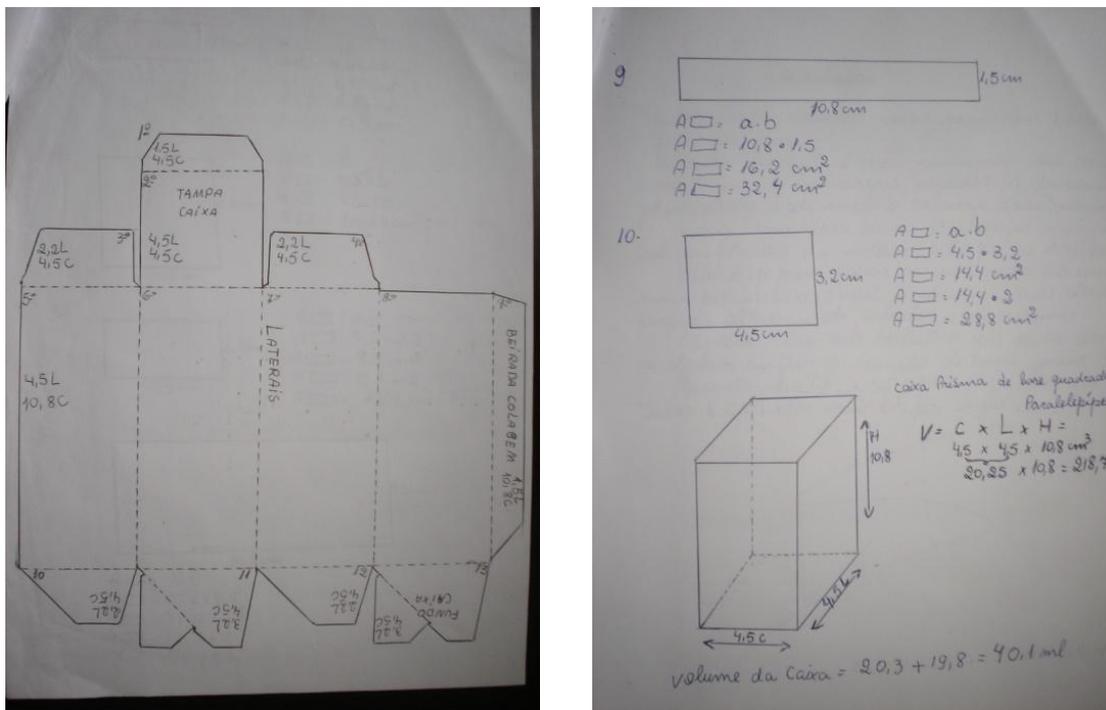


Figura 6 – Parte de um relatório de uma aluna no estudo das embalagens

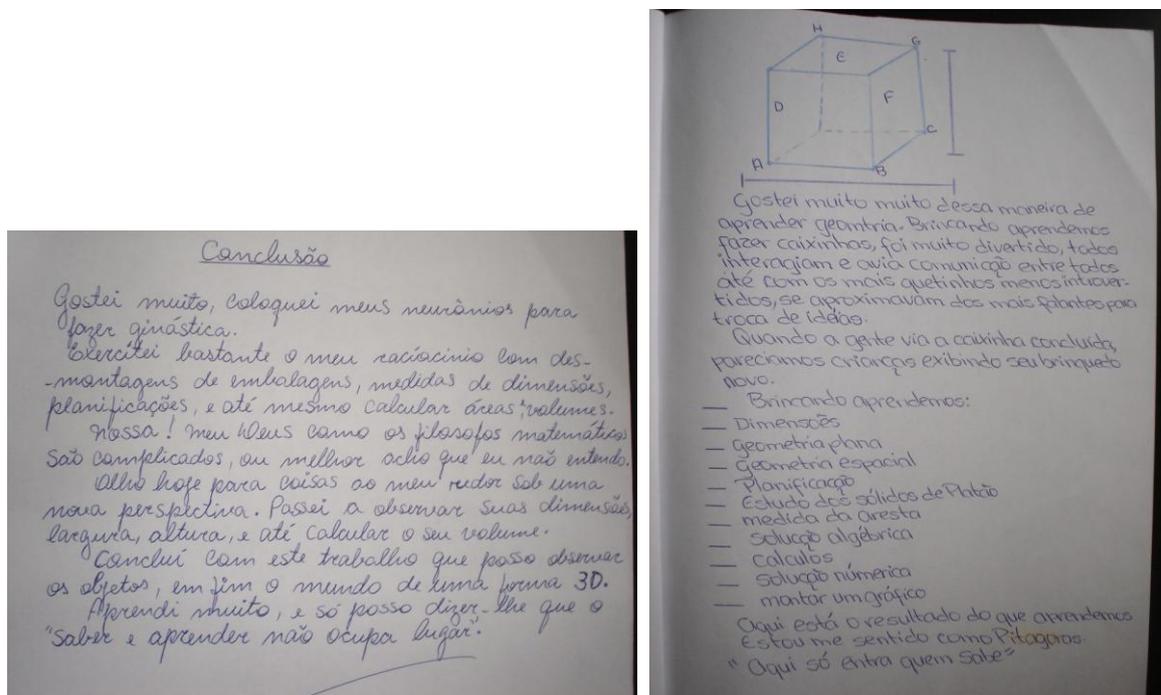


Figura 7 – Conclusões de duas alunas de EJA

### 3. Considerações Finais

Em síntese, na Atividade 1 a relação funcional entre as medidas de circunferência e diâmetro foi modelada por uma função linear cujo coeficiente angular resulta em um valor

experimental para o número  $\pi$ ; na Atividade 2 o terreno foi modelado pela construção em escala da sua planta baixa e o uso da planta baixa de folhetos de propaganda de imóveis levaram ao cálculo da sua área considerando um modelo retangular para seu formato e comparando-o com o cálculo por soma de áreas menores (integração); na Atividade 3 a modelagem do volume das embalagens foi feita por meio dos volumes de sólidos geométricos conhecidos e de sua planificação. Apesar de inicialmente pensado como revisional, por se tratar de final de curso, o que se verificou no decorrer do trabalho é que o processo mostrou-se para uma grande maioria como novidade. Embora “lampejos” sobre os conceitos envolvidos (cálculo de áreas e volumes, construção de gráficos e desenhos em escala, por exemplo) e o acesso à memória os fizesse emergir na realização das atividades, estes se mostravam insuficientes para a resolução com autonomia dos problemas propostos. Essa autonomia para ser atingida exige um trabalho regular e sistemático nesta linha de ação e ao longo do processo educativo.

#### 4. Referências

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de e DIAS, Michele Regiane. Modelagem Matemática em cursos de formação de professores. *In*: Jonei C. Barbosa; Jussara de Loyola Araujo; Ademir Donizete Caldeira (Org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: Biblioteca do Educador Matemático, 2007, v. 3, p. 253-268.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores**. Tese (Doutorado). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 3.ed. São Paulo: Contexto, 2006.

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009.

COLL, César. **Os conteúdos na reforma**. Porto Alegre: Artmed, 1997.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Transdisciplinaridade**. 2.ed. São Paulo: Palas Athena, 2001.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática docente**. 15.ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.