

A RESPOSTA DOS PITAGÓRICOS PARA PROBLEMA DA ARKHÉ: O SURGIMENTO DE VÁRIAS DENOMINAÇÕES PARA OS NÚMEROS

João Henrique Lorin
Unespar-Campo Mourão
jhlorin@fecilcam.br

Resumo:

O problema fundamental que norteou as reflexões de vários filósofos gregos como, Tales, Anaximandro, Anaxímenes e Pitágoras na passagem do século VII para o século VI a. C. foi o chamado problema da *arkhé* (ἀρχή¹). A resposta encontrada pelos pitagóricos para este problema se fundamenta numa física em que o número se torna a origem das coisas. Esta resposta e os esforços empreendidos para sustentá-la é o que será apresentado neste artigo. É feita uma descrição de como se constituiu - o que chamaremos aqui de - o paradigma pitagórico, e como este empreendimento deixou resquícios na nomenclatura utilizada até hoje para alguns números inteiros. O procedimento metodológico adotado foi a pesquisa documental e bibliográfica para levantamento e análise dos textos sob a ótica da epistemologia kuhniana.

Palavras-chave: problema da *arkhé*; números inteiros; escola pitagórica.

1. Introdução

As condições que propiciaram o estabelecimento do que chamarmos de paradigma² pitagórico³ serão descritas neste artigo. Para isto, começamos por uma breve incursão nas origens do pensamento grego destacando as condições que favoreceram o aparecimento do que, mais tarde, Pitágoras pela primeira vez, chamou de filosofia⁴. Segundo Vernant (1996) é possível datar e localizar o aparecimento da filosofia grega contrapondo-se ao declínio do pensamento mítico, precisamente no início do século VI a.C. em Mileto, colônia grega situada na Jônia. Mas o que foi necessário para que os gregos deixassem de pleitear as explicações dos fenômenos naturais a seus deuses? Possivelmente o que colaborou para o nascimento da filosofia e a distinção em relação ao mito foi o surgimento da Polis.

A transformação social que os gregos sofreram com o surgimento da Polis, abarcou desde uma mudança no modelo econômico - que vai de uma cultura predominantemente agrícola para artesãos e comerciantes - até as mudanças políticas e sociais. Essas

¹ Problema que é ao mesmo tempo o da origem das coisas e o da matéria primordial dos diversos corpos da realidade sensível (MICHEL *et al* , 1959).

² No sentido da epistemologia kuhniana.

³ Ou o primeiro paradigma da matemática da cultura ocidental

⁴ (STRATHERN, 1998).

transformações nos cenários, econômico, político e social, contribuíram para fortalecer as relações de reciprocidade e reversibilidade entre os homens, substituindo a hierarquia pela igualdade entre seus cidadãos (SOUZA, 2008). Essa configuração de organização econômica, social e política - a *polis* - foi decisiva para o desaparecimento dos antecessores dos filósofos, os “Mestres da Verdade” como o poeta, o adivinho (o profeta) e o rei-de-justiça (o sábio) Chauí (2002). Com a substituição dos “Mestres da Verdade” pelos filósofos, há uma busca por explicações racionais para as transformações da natureza (*phýsis*⁵) em substituição aos argumentos baseados nos mitos ou provindos dos deuses (Hack, Silva, 2008).

A primazia da palavra sobre todos os outros instrumentos de poder tornou-se indispensável a qualquer cidadão que quisesse exercer alguma função de autoridade no Estado. Embora existisse uma divindade para a força da persuasão, a *Peithó*, venerada em rituais religiosos, o valor da palavra deixou de estar subordinado a rituais míticos ou aos pronunciamentos reais e passou a relacionar-se ao poder de argumentação, ao debate contraditório, e à discussão (VERNANT, 1996). O declínio do mito perante a filosofia, data do dia em que o Sábio deixa de atribuir a origem dos fenômenos naturais a entidades divinas - ou ao *Daímon*, “ser que se encontra no meio do caminho entre o humano e o divino” (RUTHERFORD, 1991, p.10) - para discutir a ordem da natureza por si própria, traduzindo-a em fórmulas que possam ser compreendidas pelos homens (VERNANT, 1996).

O problema fundamental que norteou as reflexões de vários filósofos como, *Tales*, *Anaximandro*, *Anaxímenes*, *Heráclito*, e *Pitágoras* na passagem do século VII para o século VI a. C. foi o chamado problema da *arkhé* ($\acute{\alpha}\rho\chi\eta$). “Os primeiros filósofos buscam a *arkhé*, o princípio absoluto (primeiro e último) de tudo que existe” (CHAUÍ, 2002, p. 46). Cada filósofo abordava e apresentava explicações para tal questão. Podemos inferir que as influências desse modo de investigação na constituição do conhecimento matemático provocaram a busca pelas razões, e não apenas a compreensão de fenômenos como, “*Por que os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais? e Por que o diâmetro de um círculo divide esse círculo ao meio?*”.

⁵ “A *phýsis* - traduzida para o latim como *natura* e para o português como natureza - é a fonte de todas as coisas, a força que as faz nascer, brotar, desenvolver-se, renovar-se incessantemente; é a realidade primeira e última, subjacente a todas as coisas de nossa experiência. É o que é primário, fundamental e permanente, em oposição ao que é segundo, derivado e transitório. É a manifestação visível da *arkhé*, o modo como esta se faz percebida e pensada (CHAUÍ, 2002, p. 46).”

As interpretações diversas sobre a origem do universo, ou a origem das coisas, foram discutidas na Grécia Antiga, particularmente entre os pré-socráticos⁶, dos quais podemos citar: Tales, Anaximandro, Anaxímenes, Pitágoras, Zenão, Parmênides e Demócrito. As discussões que precederam as interpretações que Pitágoras e seus seguidores deram sobre origem das coisas, serão expostas a seguir, e poderemos identificar como os primeiros estágios do desenvolvimento de um paradigma ou período pré-paradigmático⁷.

2. A busca da *arkhé* do universo

Tales de Mileto, filósofo, geômetra e astrônomo, considerado como um dos sete sábios⁸ da Grécia Antiga viveu por volta de 650 a 550 a. C. Foi o fundador da escola Jônica e, juntamente com outros filósofos como Anaximandro e Anaxímenes, estabeleceu uma nova forma de reflexão sobre a natureza em detrimento ao pensamento mítico que até então vigorava. Tales foi o primeiro a mostrar que “o saber a priori desinteressado é fonte de riqueza” (DUROZOI; ROUSSEL, 1993, p. 459).

A experiência cotidiana, de acordo com o pensamento mítico, adquiria sentido quando comparada aos atos praticados pelos deuses em sua origem. Ao estabelecerem que não é o original que ilumina e transfigura o cotidiano, mas “é o cotidiano que torna o original inteligível, fornecendo modelos para compreender como o mundo se formou e ordenou”, esses filósofos promoveram uma verdadeira revolução intelectual, revolução esta que ficou conhecida como o “milagre grego” (VERNANT, 1996, p. 74).

Para Tales, a Terra era um disco “três vezes mais extenso do que espesso”, que flutuava num oceano que preenchia a metade de uma esfera que o cercava; “acima da água agitam-se o ar e as nuvens, além da esfera (esburacada), existe o fogo” (DUROZOI; ROUSSEL, 1993, p. 459). Embora certamente tais concepções fossem oriundas de mitos anteriores, Tales teria demonstrado sua validade e este fato o tornaria o “precursor de uma ciência racional no mundo” (DUROZOI; ROUSSEL, 1993, p. 460). Tales, em sua

⁶ Pré-socráticos são os filósofos que viveram em sua grande maioria antes da época de Sócrates e investigaram a origem das coisas e as transformações da natureza. Sócrates, em outro caminho, parte para uma explicação do homem na natureza (HACK, 2008).

⁷ Não é de se admirar que nos primeiros estágios do desenvolvimento de qualquer ciência, homens diferentes confrontados com a mesma gama de fenômenos - mas em geral não com os mesmos fenômenos particulares - os descrevam e interpretem de maneiras diversas (KUHN, 2007, p. 37).

⁸ “Em todas as listas dos famosos Sete Sábios da Grécia o seu nome sempre consta em primeiro lugar. Existem várias listas, mas habitualmente apontam-se os seguintes nomes: Tales de Mileto (que figura em todas), Pítacos, Bias, Sólon, Cleóbulo, Periandro e Quílon” (SPINELLI, 1998, p. 15).

explicação racional da *phýsis* colocou a água como a causa primeira de todos os seres que compõe o universo, ou seja, a *arkhé* do universo, sendo fundamental para a vida e para todos os outros elementos (ARISTÓTELES, 1979).

A maior parte dos primeiros filósofos considerou como princípios de todas as coisas unicamente os que são da natureza da matéria. [...] Quanto ao número e à natureza destes princípios, nem todos pensam da mesma maneira. Tales, o fundador de tal filosofia, diz ser a água (é por isto que ele declarou também que a terra assenta sobre a água), levado sem dúvida a esta concepção por observar que o alimento de todas as coisas é úmido e que o próprio quente dele procede e dele vive (ora aquilo donde as coisas vêm é, para todas, o seu princípio). Foi desta observação, portanto, que ele derivou tal concepção, como ainda do fato de todas as sementes terem uma natureza úmida e ser a água, para as coisas úmidas, o princípio da sua natureza (ARISTÓTELES, 1979, p. 16).

No que se refere à matemática, Tales foi o precursor do estudo da geometria na Grécia (CAJORI, 2007). Como era o costume da época, para adquirir conhecimentos, os estudiosos realizavam grandes viagens e foi assim que Tales não apenas conheceu vários resultados de geometria plana utilizados pelos egípcios e babilônios, como teria levado ao Egito, de acordo com Durozoi e Roussel (1993), alguns dos fundamentos geométricos, como inscrição do triângulo no círculo, propriedades dos triângulos semelhantes, etc.. Posteriormente, quando foi feita a sistematização desses resultados em forma de teoremas, as demonstrações destes foram atribuídas a ele⁹. Em uma de suas incursões pelo Egito, agradou o rei Amasis por ter sido capaz de medir a altura das pirâmides do reino com a ajuda apenas de suas sombras¹⁰. De acordo com Boyer (1974), Tales foi o primeiro a realizar uma “organização dedutiva da Geometria” sendo apontado como autor dos seguintes teoremas:

1. Um círculo é bissectado por um diâmetro.
2. Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais.
3. Os pares de ângulos formados por duas retas que se cortam, são iguais.
4. Se dois triângulos são tais que dois ângulos e um lado de um são iguais respectivamente a dois ângulos e um lado de outro, então os triângulos são congruentes (BOYER, 1974, p. 34).

⁹ (BOYER, 1974)

¹⁰ (CAJORI, 2007)

Talvez essas afirmações possam parecer óbvias, e certamente pareciam também na época de Tales¹¹ (EVES, 1995), a originalidade, porém, está em suas “demonstrações”, como, por exemplo, a forma por ele utilizada para legitimar a afirmação: “*Os pares de ângulos formados por duas retas que se cortam, são iguais*”, citada anteriormente. Por uma seqüência simples de raciocínios lógico-dedutivos básicos acerca de elementos geométricos, Tales conseguiu mostrar que os *ângulos opostos pelo vértice* possuem a mesma medida angular. Na figura 1 a soma do ângulo a com o ângulo c é igual a um ângulo raso; o mesmo acontece com a soma dos ângulos b e c. Como todos os ângulos rasos são iguais, então o ângulo a é igual ao ângulo b (subtraindo-se, iguais de iguais, então as diferenças são iguais).

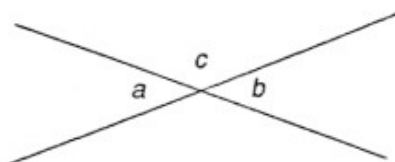


Figura 1 - ângulos opostos pelo vértice.

(Fonte: EVES, 1995, p. 95)

Anaximandro (611 a 545 a.C.) também de Mileto, e discípulo de Tales¹², contrariou a teoria de que a origem das coisas pudesse prover de um único elemento, ao admitir a existência de uma substância ilimitada, infinita, que se espalhava para além do Universo. Assim, o estado inicial das coisas do universo não se identifica com nenhum elemento conhecido, pois se existisse tal elemento, este destruiria todos os outros, visto que eles se opõem uns aos outros (HACK; SILVA, 2008). Para Chauí (2002), três fragmentos originais servem de referência para buscarmos o que Anaximandro entendia pelo *apeíron*¹³, que descrevemos a seguir,

Princípio (*arkhé*) dos seres... ele disse que era o ilimitado... pois donde a geração é para os seres, é para onde também a corrupção se gera segundo o necessário; pois concedem eles mesmos justiça e deferência uns aos outros pela injustiça, segundo a ordenação do tempo (*Simplicio*¹⁴).

¹¹ “Nos tempos pré-helênicos a igualdade destes dois ângulos era considerada provavelmente tão óbvia que, se caso alguém tivesse dúvidas a respeito, bastaria para convencer esse alguém, recortar os ângulos e sobrepor um ao outro” (EVES, 1995, p.95)

¹² (SPINELLI, 1998, p.55)

¹³ Palavra composta pelo prefixo negativo *a* e pelo substantivo *poros* (passagem, via de comunicação, caminho, trajeto). Sem fim, imenso, ilimitado, infinito, inumerável, incalculável, interminável, indeterminado.

¹⁴ (Simplicio, Comentário da Física de Aristóteles).

Esta (a natureza do ilimitado) é sem idade e sem velhice (*Hipólito*¹⁵).

Imortal... e imperecível (*Aristóteles*¹⁶) (CHAUÍ, 2002, p. 59).

Anaximandro, segundo Vernant (1996), transferia para a natureza a mesma isonomia de poderes existente na democracia instituída na *polis*, e “a igualdade e a simetria dos diversos poderes constituintes do cosmos” caracterizariam a “nova ordem da natureza”. À *monarchia* um regime de *isonomia* se substitui, na natureza como na cidade. Isto é, o regime monárquico, daria lugar, também na natureza, a um regime de *isonomia*, e assim, nenhum elemento se sobreporia aos outros (VERNANT, 1996, p. 88).

Para Anaxímenes de Mileto, que viveu na mesma época de Tales e Anaximandro¹⁷, o elemento primordial do qual originaria o universo seria o ar. Este pensamento, segundo Mariás (1987) e Chauí (2002) é um retorno ao pensamento de Tales e um retrocesso em relação a Anaximandro. As idéias de Anaxímenes podem ser acompanhadas, segundo Chauí (2002), nos seguintes fragmentos,

Anaxímenes de Mileto, filho de Euristrato, companheiro de Anaximandro, afirma também que uma só é a natureza subjacente e diz, como Anaximandro, que é ilimitada, mas não como Anaximandro, que é indefinida, e sim definida, dizendo que ela é o ar. Diferencia-se nas substâncias por rarefação e condensação. Por rarefação, torna-se fogo; por condensação, vento, depois nuvem, e ainda mais, água, depois terra, depois pedras e as demais coisas provém destas. Também ele faz eterno o movimento pelo qual se dá a transformação (*Simplicio*¹⁸).

Do ar dizia que nascem todas as coisas existentes, as que foram e as que serão, os deuses e as coisas divinas [...] Quando o ar está igualmente distribuído é invisível: manifesta sua existência por meio do frio e do calor, da umidade e do movimento. E está sempre em movimento, pois o que muda não poderia mudar se não se mover (*Hipólito*¹⁹) (CHAUÍ, 2002, p. 62).

A importância de Anaxímenes na explicação da *phýsis* está na forma qualitativa que ele trata pela primeira vez o assunto. De acordo com Mariás (1987), Anaxímenes não se preocupou apenas em dizer qual era a substância primordial do universo, mas sim, em descrever todo um processo, em explicar como se originou todos os outros elementos a partir do ar.

¹⁵ (Hipólito, Refutações das Heresias).

¹⁶ (Aristóteles, Física).

¹⁷ (SPINELLI, 1998, p.55)

¹⁸ (Simplicio, Comentário da Física de Aristóteles).

¹⁹ (Hipólito, Refutações das Heresias).

3. Pitágoras e sua *arithmós*: o primeiro paradigma da matemática da cultura ocidental.

A resposta encontrada pelos pitagóricos para o problema da *arkhé* se fundamenta numa física em que o número se torna a origem das *coisas*. Posteriormente, em sua *Metafísica*, Aristóteles afirma que para os pitagóricos os números são os elementos que constituem a matéria.

[...] os chamados pitagóricos consagravam-se pela primeira vez às matemáticas, fazendo-as progredir, e, penetrados por estas disciplinas, julgaram que os princípios delas fossem os princípios de todos os seres. Como, porém, entre estes, os números são, por natureza, os primeiros, e como nos números julgaram aperceber muitíssimas semelhanças com o que existe e o que se gera, de preferência ao fogo, à terra e à água (sendo tal determinação dos números a justiça, tal outra a alma e a inteligência, tal outra o tempo, e assim da mesma maneira para cada uma das outras); além disto, como vissem os números as modificações e as proporções da harmonia e, enfim, como todas as outras coisas lhes parecessem, na natureza inteira, formadas à semelhança dos números, e os números as realidades primordiais do Universo, pensaram eles que os elementos dos números fossem também os elementos de todos os seres, e que o céu inteiro fosse harmonia e número (ARISTÓTELES, 1979, p. 21).

Ao considerar que todas as coisas do universo poderiam ser identificadas com os números inteiros, os pitagóricos inauguraram o primeiro *paradigma* da matemática. Pitágoras propôs uma nova resposta para o “*o problema da arkhé*”. Sua Filosofia era nutrida pela matemática e, segundo Aristóteles (1979), os pitagóricos impregnados por estas disciplinas (as matemáticas) julgaram que estas eram o princípio de todos os seres, e consequentemente, como os números eram o princípio destas, julgaram “portanto o número a substância de todas as coisas” (ARISTÓTELES, 1979, p. 23). Esta concepção - a do número como *arkhé* - aparece em alguns fragmentos deixados por Aristóteles e pelos doxógrafos²⁰. De acordo com Spinelli (1998, p. 109), Proclo²¹ atribuiu a Pitágoras a seguinte descoberta, “a existência de uma estrutura de formas do Universo”, e que também é corroborado por alguns fragmentos atribuídos a Filolau - um pitagórico nascido na cidade de Cróton e autor de vários escritos pitagóricos²².

²⁰ “Os que recolheram e reuniram (por assunto ou por cronologia) os fragmentos a partir do discípulo de Aristóteles, Teosfrato, o primeiro dos doxógrafos” (CHAUI, 2002, p.51)

²¹ Filósofo neoplatônico do século V d. C.

²² (Diôgenes Laêrtios, *Vidas e Doutrinas dos Filósofos Ilustres*, p.248, 1987).

Así nos dice Filolao: “Todo lo que se conoce tiene un número. Sin El cual nada puede comprenderse o conocerse” (BABINI, 1969, p. 21).

“O um é o princípio de todas as coisas” (Jâmblico²³).

“O primeiro constituído, o um, está no centro da esfera e chama-se lar” (Estobeu²⁴) (CHAUÍ, 2002, p. 72).

Para Chauí (2002), os pitagóricos quando diziam que os números eram a *physys* ou a *arkhé* do Universo, não estavam apenas relacionando as coisas com um determinado número, mas diziam que as coisas são os próprios números.

“Dizer que *phýsis* é número é dizer que as coisas são ritmos, proporções, relações, somas, subtrações, combinações e dissociações ordenadas e reguladas. Em outras palavras, o número não representa nem simboliza as coisas, ele é a estrutura das coisas” (CHAUI, 2002, p. 75).

De fato, foram várias justificativas desenvolvidas pelos pitagóricos para subsidiar a idéia de que todas as coisas têm um número, e que sem ele nada se pode compreender. O empenho dos pitagóricos em legitimar suas convicções pode ser depreendido das palavras de Aristóteles, “se nalguma parte algo faltasse, supriam logo com as adições necessárias, para que toda teoria se tornasse coerente²⁵” (ARISTÓTELES, 1979, p. 22). Este empreendimento dos pitagóricos corroborado pela citação de Aristóteles nos “obriga” de certa forma a escrever o que Kuhn diz sobre a natureza da ciência normal:

[...] esse empreendimento parece ser uma tentativa de forçar a natureza a encaixar-se dentro dos limites preestabelecidos e relativamente inflexíveis fornecidos pelo paradigma (KUHN, 2007, p. 44).

O sucesso obtido pelos pitagóricos em sua doutrina, segundo Caraça (1984), causou um desequilíbrio na escola pitagórica, por que: “Da afirmação, bela e fecunda, da existência duma *ordenação matemática do Cosmos* - todas as coisas têm um número - fez-se esta outra afirmação, bem mais grave e difícil de verificar - *as coisas são números*” (CARAÇA, 1984, p. 72). Na tentativa de legitimar essa afirmação, os pitagóricos estabeleceram uma estruturação para a matéria análoga à estruturação numérica. Dito de outra forma, fundamentados no fato de que um número era constituído adicionando-se a unidade sobre ela mesma admitiram que a matéria fosse constituída por pequenos corpos denominados *mônadas*.

A matéria era formada por corpúsculos cósmicos, de extensão não nula, embora pequena, os quais reunidos em certa quantidade e ordem

²³ (Jâmblico, Comentário à Ética a Nicômaco).

²⁴ (Estobeu, Éclogas).

²⁵ Esta passagem de Aristóteles, se olhada sob a óptica da teoria kuhniana, nos remete as tentativas dos cientistas que praticam ciência normal em assegurar o paradigma.

produziam os corpos; cada um de tais corpúsculos - *mônada* - era assimilado à unidade numérica e, assim, os corpos se formavam por *quantidade e arranjo de mônadas* como os números se formar por *quantidade e arranjo de unidades* (CARAÇA, 1984, p. 72).

Segundo Diôgenes Laértios (1987), Alexândros²⁶ afirma ter extraído das *Memórias Pitagóricas* os seguintes dogmas:

A mônada é o princípio de todas as coisas; da mônada nasce a díade indefinida, que serve de substrato material à mônada, sendo esta a causa; da mônada e da díade indefinida nascem os números; dos números nascem os pontos, destes nascem as linhas e destas nascem as figuras planas; das figuras planas nascem as figuras sólidas; destas nascem os corpos perceptíveis pelos sentidos, cujos os elementos são quatro: o fogo, a água, a terra e o ar (LAËRTIOS, 1987, p. 234).

Assim, com este modo de estruturação do Universo, os pitagóricos elaboraram sua resposta para o problema da *arkhé*. O conhecimento pitagórico de uma aritmética de números discretos e descontínuos, o “atomismo” matemático fez supor um atomismo físico (MICHEL *et al*, 1959), de modo que as *mônadas*²⁷ fossem identificadas com a unidade numérica. A identificação das coisas do universo com os números inteiros era a base do paradigma pitagórico. Isso norteava os pitagóricos a concentrarem seus esforços na comprovação desta identificação, gerando uma grande quantidade de pesquisas aritméticas, cujos resultados produziram uma variada classificação para os números, como números primos, compostos, figurados, entre outros.

A força da crença paradigmática estabelecida pelos pitagóricos de que “as coisas são números”, ainda pode ser identificada atualmente em concepções de matemáticos e educadores matemáticos, para quem, uma das principais justificativas para a presença da disciplina matemática com uma carga horária maior do que a destinada à maioria das demais matérias, nos currículos escolares de todos os países do mundo, se deve ao fato de que “a matemática está presente em tudo”, ou a “matemática faz parte de tudo na vida”, por exemplo.

4. A origem de algumas nomenclaturas de números inteiros no desenvolvimento da ciência normal.

²⁶ Na *Sucessão dos Filósofos* Alexândros diz ter encontrado nas *Memórias dos Filósofos* estes dogmas pitagóricos.

²⁷ Spinelli, (1998, p.156) cita: “Arquitas e Filolau atribuem indiferentemente ao Um o nome de mônada e o nome de Um à mônada” (Teão de Esmirna, *Comentários*, ed. Hiller, 20, 19-DK 44 A 10).

Para Kuhn (2007), os cientistas quando fazem a ciência normal, na maioria do tempo de suas atividades, se ocupam, entre outras coisas, em aparar arestas de uma dada teoria. Esta conduta é uma atividade básica da ciência normal. Sob a ótica da teoria kuhniana e com o auxílio de nosso “binóculo” histórico, é possível identificar as idéias desenvolvidas pelos pitagóricos para sustentar a teoria de que os números é a estrutura de todo o universo. O modo de como foi feita a “tentativa de forçar a natureza” são descritas a seguir, e podemos facilmente interpretar como o desenvolvimento de uma ciência normal. A crença dos pitagóricos de que os números traduziam a harmonia universal, fez com que eles produzissem várias justificativas para tal afirmação, que vai além da filosofia, e abrange também a geometria, música e astronomia.

Como a geometria era uma forma de representar o mundo, ao buscarem estabelecer a identificação entre formas geométricas e números inteiros buscavam, também, legitimar as afirmações pitagóricas de que as leis matemáticas traduzem o funcionamento do universo. Dessa tentativa de identificação das formas geométricas com os números, surgiram o que os pitagóricos denominaram de números *figurados*, ou seja, quantidades que podem ser representadas por figuras geométricas planas.

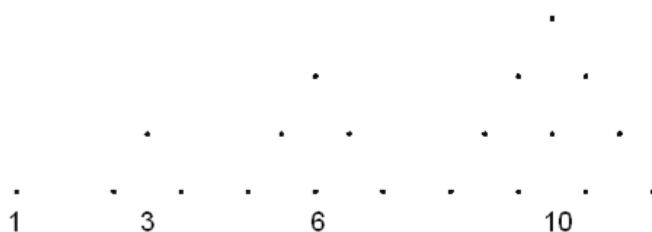


Figura 2 - representação espacial dos números triangulares.

(Fonte: Mlodinow, 2004, p. 31)

Na figura 2, observa-se que a adjunção sucessiva de pontos, respeitando certo arranjo geométrico, produz sempre triângulos equiláteros a partir dos outros. Estes arranjos respeitam uma relação matemática do tipo:

$$1+2=3, 1+2+3=6, 1+2+3+4=10, \dots, 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Os pitagóricos chamavam os números que hoje podem ser expressos na forma $\frac{n(n+1)}{2}$ de números *triangulares*. De forma semelhante, formavam-se os chamados números *quadrados*, conforme a figura 3:

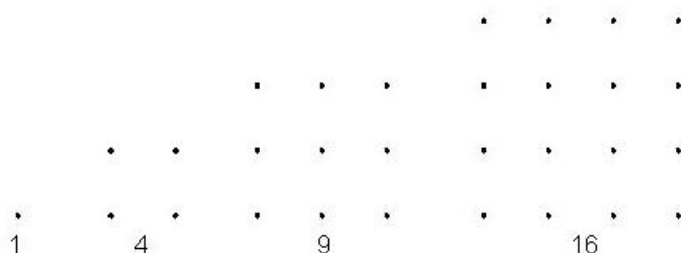


Figura 3 - Representação espacial dos números quadrangulares.

(Fonte: Mlodinow, 2004, p. 31).

A lei que descreve aritmeticamente esta formação é dada por

$$1+3=4, 1+3+5=9, 1+3+5+7=16, \dots, 1+2+3+\dots+(2n-1)=n^2$$

É desse modo de escrever que vem o termo usado hoje “quadrado de um número” (MLODINOW, 2004). Este estudo prosseguiu também com os números pentagonais, hexagonais, etc. Sem esquecer o lado místico das descobertas pitagóricas, Pseudo - Jâmblico²⁸, nos apresenta o número *sagrado* dos Pitagóricos, o 10 (a década, cujo nome místico é *Tetraktis*). Também denominado de *memória*, o 10 é o resultado da soma dos quatro primeiros números, ou seja, $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ (SPINELLI, 1998). Para Espeusipus, sobrinho de Platão, o número 10 era “perfeito” (existe outra categoria de números denominados “números *perfeitos*” que são apresentados mais adiante, porém não é neste sentido que Espeusipus se refere), porque, entre outras coisas, o 10 (dez) era o menor número inteiro n que possui entre 1 e n o mesmo número de *primos* e *compostos*²⁹. De fato, 2, 3, 5, e 7 são números primos, e 4, 6, 8 e 9 são números compostos (BOYER, 1974). Aristóteles atribuiu aos pitagóricos a categorização dos números em dez classes:

Admitem dez princípios, coordenados aos pares: finito e infinito, ímpar par, uno e pluralidade, direito e esquerdo, macho e fêmea, quieto e movimentado, retilíneo e curvo, luz e escuridão, bem e mal, quadrado e retângulo (ARISTÓTELES, 1979, p. 22).

Filolau, de um modo mais restrito, dividiu os números em três categorias, par, ímpar e par-ímpar (SPINELLI, 1998, p. 158), e, em suas escritas, Estobeu³⁰ diz: “Efetivamente, o número tem duas formas próprias, o ímpar e o par, além de uma terceira

²⁸ (Pseudo-Jâmblico, *Teologúmenos Aritméticos*, Ed. De Falco, 81, 15 - DK 44 A 13)

²⁹ As definições de primos e compostos são apresentadas daqui a alguns parágrafos.

³⁰ (Estobeu, *Textos escolidos*, I, XXI, 7c; DK 44 B 5).

produzida pela mistura dos dois: o par-ímpar” (SPINELLI, 1998, p. 159). Aristóteles³¹ referindo-se aos pitagóricos diz: “[...] e que do número [sejam elementos] o par e o ímpar, sendo destes o ímpar, finito, o par, infinito, e procedendo a unidade destes dois elementos (pois é ao mesmo tempo par e ímpar)”. Os números *ímpares* eram definidos por Filolau como a classe dos números *indivisíveis* (limitados), já os números *pares* eram definidos como a classe dos números *divisíveis* (ilimitados) (SPINELLI, 1998).

O conjunto dos números inteiros, tanto o dos pares (dos ilimitados ou divisíveis) quanto o dos ímpares (dos limitados ou indivisíveis), se constituem nos dois fundamentos opostos constitutivos do Cosmos. O Cosmos é constituído desses dois pólos, o ilimitável e o limitante, que só a unidade (ou mônada, denominada de *mnêmosyne* e que representa o número 1, este que, por sua vez simboliza a inteligência ou a razão) é capaz de consagrá-los (SPINELLI, 1998, p. 160).

Interpretando o que Filolau diz quando chama número par como divisível e o número ímpar como indivisível, pode-se dizer que:

[...] par é o número que pode ser dividido em duas partes iguais [por isso divisível], sem que uma unidade fique no meio, e ímpar é aquele que não pode ser dividido em duas partes iguais [por isso indivisível], porque sempre há uma unidade no meio.³²

Para compreendermos a divisão que os pitagóricos fizeram em relação aos números, temos que observar que o conjunto dos números inteiros era formado pelos números pares e ímpares, porém para os pitagóricos o número 1 (um) não era somente par nem somente ímpar, mas sim o gerador de todos eles, e, portanto, par e ímpar (ARISTÓTELES, 1979). Deste modo quando Filolau diz que os números são divididos em três categorias: par, ímpar e par-ímpar, sendo que esta última categoria representa todo o conjunto dos números inteiros, que contêm ao mesmo tempo números pares e números ímpares, esta categoria par-ímpar é representada pela unidade (SPINELLI, 1998). Hoje, diferentemente dos pitagóricos, definimos os números da forma $2n+1$ como números ímpares e $2n$ como números pares com n sendo um número inteiro. Assim, o número 1 (um) na definição de hoje é somente número ímpar!

Os números amigáveis, caracterizados também pelos pitagóricos, são definidos como pares de números tais que um deles é igual à soma dos divisores do outro e vice e versa.

³¹ (ARISTÓTELES, 1979, p. 22)

³² <http://www.ime.usp.br/~leo/imatica/historia/parimpar.html>

Perguntado certa vez acerca do que é um amigo, Pitágoras teria respondido: “Alguém que é um outro eu, como 220 e 284”, e realmente estes dois números possuem a curiosa propriedade de serem 220 igual a $1 + 2 + 4 + 7 + 14 + 28$, que são os divisores de 284; e 284 igual a $1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 44 + 55 + 110$ que são os divisores de 220 (KARLSON, 1961, p. 99).

Outros exemplos de categorizações dos números atribuídas aos pitagóricos são os *números primos*, *números compostos* e os *números perfeitos*. Os *primos* são todos os números inteiros que têm exatamente dois divisores distintos, 1 e ele mesmo, por exemplo, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29. Os *compostos* são todos os números que não possui apenas dois divisores distintos, por exemplo, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18. Os *números perfeitos* são números cuja soma dos seus divisores, exceto ele próprio, é igual a ele, por exemplo, $6=1+2+3$ e $28=1+2+4+7+14$.

A formalização do estudo dos chamados *números pitagóricos*³³, no entanto, foi que impressionou pela sua beleza e simplicidade (CARAÇA, 1984), porque possibilita regulação à estrutura de uma figura geométrica. Os gregos tinham conhecimento de que um triângulo de lados 3, 4 e 5, era um triângulo retângulo³⁴. Então, começaram a investigar quais outros triângulos têm lados cujas medidas dos comprimentos são múltiplos inteiros de uma unidade de comprimento, formulando o famoso teorema denominado *Teorema de Pitágoras*³⁵, que é expresso algebricamente como $a^2 + b^2 = c^2$. Neste teorema, a , b e c são as medidas dos lados do triângulo, os lados de medida a e b são chamados de catetos e o lado de medida c é denominado de hipotenusa.

É possível encontrar outras categorizações de números criadas pelos pitagóricos, principalmente ligadas ao misticismo e a numerologia que podem ser encontradas em vários livros de história de matemática. Porém as categorias já apresentadas são as que mais se relacionam com a matemática.

As tentativas realizadas pelos pitagóricos com a intenção de exprimir a natureza por meio de relações numéricas encontraram respaldo até em coisas “não corporais” como o som. A harmonia musical poderia ser traduzida por relações numéricas muito simples. Podemos dizer que o primeiro registro de uma experiência científica, foi a de Pitágoras usando um monocórdio³⁶ (CARAÇA, 1984). Chauí (2002), diz que ao perceber os sons da

³³ Todas as soluções inteiras da equação $a^2 + b^2 = c^2$.

³⁴ Fato este já conhecido pelos povos da babilônia, porém apenas com uma abordagem quantitativa.

³⁵ Iremos retomar este importante resultado o “*Teorema de Pitágoras*” na próxima seção.

³⁶ Instrumento de uma só corda.

lira órfica ou da lira tetracorde, Pitágoras e seus seguidores observaram princípios e regras de harmonia que podem ser expressas por relações numéricas (proporções) e conclui:

Ora, se o som é, na verdade, número, por toda a realidade - enquanto harmonia ou concordância dos discordantes como o seco e o úmido, o quente e o frio, o bom e o mau, o justo e o injusto, o masculino e o feminino - não seria um sistema ordenado de proporções e, portanto número? (CHAUI, 2002, p. 69).

As relações numéricas estabelecidas entre os comprimentos das cordas e as notas correspondentes, fez supor [os pitagóricos], segundo Mariás (1987), as distâncias entre os planetas.

[...] como as distâncias dos planetas correspondem aproximadamente aos intervalos musicais, pensou-se que cada astro emitia uma nota, compondo todas juntas a chamada harmonia das esferas ou música celestial, que não ouvimos por ser constante e sem variações.

As idéias astronômicas dos pitagóricos foram profundas e penetrantes: Ecfanto chegou a afirmar a rotação da Terra (MARIÁS, 1987, p. 39).

Na procura de leis que relacionassem o universo em termos numéricos, os pitagóricos estudavam a geometria, a astronomia, a música e a aritmética. Mais tarde, estas quatro disciplinas foram denominadas *quadrivium*, conhecimentos que compunham, naquela época, o que chamamos, hoje, de matemática (STRUICK, 1992).

5. Resultados da pesquisa

Pudemos constatar que todas as atividades desenvolvidas pelos pitagóricos, eram norteadas pela suposição de que tudo no Universo eram números inteiros. Este *paradigma* norteou os pitagóricos no desenvolvimento da matemática pitagórica, o que pode ser comprovado pela característica exclusivamente aritmética das produções matemáticas desta comunidade caracterizando assim como um período de *ciência normal*. Este período faz surgir uma infinidade de nomenclaturas numéricas que ainda hoje, em menor grau, perduram no ensino de matemática.

6. Referências

ARISTÓTELES, 348-322 A.C. **Metafísica: livro 1 e livro 2; Ética a Nicômaco; Poética/Aristóteles**. Trad. Vincenzo Cocco, et al. São Paulo: Abril Cultural, 1979. (Os pensadores)

- BABINI, José. **História Sucinta de La Matemática**. 3ª Ed. Madri: Espasa-Calpe, S.A., 1969.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1974.
- CAJORI, Florian. **Uma História da Matemática**. Trad. Lázaro Coutinho. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2007.
- CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Livraria Sá Costa, 1984.
- CHAUÍ, Marilena. **Introdução a História da Filosofia: dos pré-socráticos a Aristóteles**. Vol. 1. 2ª Ed. São Paulo: Companhia das Letras, 2002.
- DIÔGENES, Laêrtios. **Vidas e Doutrinas dos Filósofos Ilustres**. Trad. do grego, introdução e notas Mário da Gama Kury. 2ª Ed. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1987.
- DUROZOI, G.; ROUSSEL, A. **Dicionário de Filosofia**. Trad. Marina Appenzeller, Campinas: Editora Papirus, 1993.
- EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Trad. H. H. Domingues. Campinas: Editora da UNICAMP, 1995.
- <http://www.ime.usp.br/~leo/imatica/historia/parimpar.html> (acessado em 23/03/2013).
- KARLSON, Paul. **A Magia dos Números**. Trad. Henrique C. Pfeifer, Eugênio Brito e Frederico Porta. Porto Alegre: Editora Globo, 1961.
- KUHN, THOMAS S. **A Estrutura das Revoluções Científicas**. 9º Ed. Trad. B. V. Boeira & N. Boeira. São Paulo: Editora Perspectiva S. A, 2007.
- MARÍAS, JULIÁN. **História da Filosofia**. 8ª Ed. Trad. Alexandre Pinheiro Torres. Porto: Edições Sousa & Almeida Ltda, 1987.
- MICHEL, P. H., et al, **História Geral das Ciências - tomo I**. A ciência Antiga e Medieval - vol. 2. Trad. Fausto, R. e Ghinzberg G. K. São Paulo: Difusão Européia do Livro, 1959.
- MLODINOW, Leonard. **A Janela de Euclides: a história da geometria: das linhas paralelas ao hiperespaço**. Trad. de Enésio E. de Almeida Filho. São Paulo: Geração Editorial, 2004.
- RUTHERFORD, W. **Pitágoras**. São Paulo: Mercury, 1991.
- SOUZA, E. A. **Filosofia Ciência&Vida Especial: Grécia**, São Paulo, v. 1, n. 1, p. 25-33, 2008.

SPINELLI, Miguel. **Filósofos pré-socráticos**: primeiros mestres da filosofia e da ciência grega. Porto Alegre: Edipucrs, 1998.

STRATHERN, Paul. **Pitágoras e seu Teorema**. Trad. Marcus Penchel. Rio de Janeiro: Ed. Jorge Zahar, 1998.

STRUIK, D. J. **História Concisa das Matemáticas**. 2º ed. Trad. João Cosme Santos Guerreiro. Lisboa: Gradativa Publicações Ltda, 1992.

VERNANT, J. P. **As Origens do Pensamento Grego**. 9ª Ed. Trad. Isis Borges B. da Fonseca. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1996.