

## UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA AS AULAS DE NÚMEROS COMPLEXOS NO ENSINO MÉDIO À LUZ DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE AUSUBEL

*Francisco Eirilson Freire de OLIVEIRA<sup>1</sup>*  
*Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará*  
[erilson\\_fr@yahoo.com.br](mailto:erilson_fr@yahoo.com.br)

*Francisco Ricardo Nogueira de VASCONCELOS<sup>2</sup>*  
*Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará*  
[frnv34@gmail.com](mailto:frnv34@gmail.com)

### Resumo

O nosso objetivo com essa pesquisa é mostrar como está sendo aplicado o conteúdo de números complexos em uma escola estadual da cidade de Canindé-Ceará. Para a coleta de dados realizamos uma investigação com alunos e com um professor da escola. Também analisamos alguns livros didáticos que versam sobre o assunto. Os resultados mostram que a metodologia utilizada pelo docente ao ministrar o conteúdo em sala de aula ainda enquadra-se numa forma tradicional e descontextualizada. Para amenizar essa problemática, propomos aos professores dessa escola a utilização do relógio trigonométrico como alternativa didática para as aulas de números complexos, na perspectiva da teoria da Aprendizagem Significativa, de modo a relacionar o conhecimento prévio do aluno ao novo conhecimento. As considerações finais apontam para a necessidade de formação continuada de professores de Matemática da Educação Básica na perspectiva de gerar para os alunos o que Ausubel chama de uma aprendizagem significativa.

**Palavras-chave:** Números Complexos; Metodologia de Ensino; Aprendizagem Significativa<sup>3</sup>; Educação Matemática.

### 1. Introdução

---

<sup>1</sup>Licenciando em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) Campus – Canindé e Bolsista do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência (PIBID) da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

<sup>2</sup> Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (UFC); Especialista em Ensino de Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE); Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Ceará (UFC); Mestrando em Matemática na Universidade Federal do Ceará (UFC) pelo programa PROFMAT e Professor do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) – Campus Canindé.

<sup>3</sup>Aprendizagem Significativa é o conceito fundamental da Teoria da Aprendizagem de David Ausubel, ocorrendo quando novos conhecimentos que se adquirem relacionam-se com os conhecimentos prévios que o aluno possui. (VASCONCELOS, 2011, p. 20).

Os números complexos caracterizam-se como um conteúdo de difícil compreensão, devido o nível de abstração necessário para compreendê-los. Isso se dá porque, quando esse conteúdo é trabalhado em sala de aula, quase que de forma geral a metodologia é só a expositiva, o recurso didático se restringe aos livros didáticos e o objetivo é apenas compreender a extração de raízes imaginárias, que para os alunos do ensino médio estes números são de difícil compreensão ou até mesmo inúteis (CARNEIRO, 2004).

Sabemos que isso não retrata a realidade, pois os números complexos representam um ramo da matemática que está associado a diversas áreas do conhecimento científico, como a física e a engenharia elétrica, constituindo-se numa excelente ferramenta para a resolução de problemas práticos no campo da eletricidade e dos campos magnéticos. Inclusive alguns livros didáticos já falam sobre isso.

Porém essa realidade ainda não está presente na sala de aula, conforme Carneiro (2004), ao dizer que essas aplicações não são repassadas pelos professores aos alunos, fazendo com que os mesmos não entendam o significado desse conteúdo e por consequência não despertem interesse em conhecê-lo e/ou dominá-lo significativamente.

Segundo as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Paraná, percebe-se que no exercício do professor faltam subsídios de aplicações práticas ou cotidianas, pois,

aprender Matemática é mais do que manejar fórmulas, saber fazer contas ou marcar x nas respostas: é interpretar, criar significados, construir seus próprios instrumentos para resolver problemas, estar preparado para perceber esses mesmos problemas, desenvolver o raciocínio lógico, a capacidade de conceber, projetar e transcender o imediatamente sensível. (PARANÁ, 1990, p. 66 apud PARANÁ, 2008, p. 46).

Nesse sentido, é possível perceber que o conhecimento matemático não se resume apenas à observação e memorização de fórmulas prontas, que na maioria das vezes não dizem nada; porém, é por meio de diversos procedimentos no processo de ensino e aprendizagem que se adquire a capacidade de assimilar tais conhecimentos.

## **2. Números complexos: um pouco de história**

Nas aulas de Matemática do Ensino Médio, o estudante se depara com a abordagem dos números complexos quando chega à resolução de equações do segundo grau, onde o discriminante  $\Delta$  (delta) representa a raiz quadrada de um número negativo. Uma forma interessante do professor introduzir o conteúdo “Números complexos”, seria partir de uma equação como essa para fazer referência ao novo conjunto de números, no qual é possível

dar significado a essa raiz. A história da matemática, nesse caso, apresenta-se como uma boa alternativa para uma motivação inicial, até mesmo porque, conhecendo a história do surgimento de tais números, o professor mostra ao aluno que o conteúdo se trata de uma construção humana, que demandou muito tempo para chegar ao formato que conhecemos. Por acreditar nisso é que faremos, neste trabalho, uma breve caminhada na historicidade dos números complexos, desde o surgimento, das primeiras aplicações, até os dias atuais.

De acordo com Vieira (1999), o conjunto dos números complexos começou a ser desenvolvido pelo matemático Scipione del Ferro na formulação da resolução geral de equações cúbicas do tipo  $x^3 + ax + b = 0$ , por volta do ano 1515. Nessa mesma época Scipione morreu antes de publicar a sua obra. Por volta do ano de 1535, Antonio Maria Fior conhecendo tal solução, desafiou Nicoló Fontana, conhecido como Tartaglia<sup>4</sup>, para que também apresentasse a resolução geral de tais equações, que não hesitou em aceitar.

Aos 10 dias de fevereiro de 1535, Nicoló apresentou o resultado de sua pesquisa. Além de encontrar a solução geral para equações polinomiais do tipo  $x^3 + ax + b = 0$  também encontrou uma fórmula para as cúbicas,  $x^3 + bx^2 = c$  desconhecidas por Fior.

Ainda em 1535, o Cientista Girolamo Cardano, sabendo que Tartaglia tinha achado a solução geral para equações cúbicas, buscou descobrir seu método, e, após vários anos, Cardano conseguiu a revelação de tais fórmulas e publicou no livro *Ars Magna* em 1545.

A contribuição de Girolamo Cardano e Nicoló Fontana foi de notável importância para os matemáticos se aprofundarem nesse novo campo de estudo. Porém, a formalização rigorosa desse método só foi obtida pelo matemático Carl Friedrich Gauss.

Gauss foi o primeiro pesquisador a formalizar uma ideia mais clara sobre a teoria dos números complexos, porém e somente após a divulgação da interpretação geométrica destes números, foi que se tornaram reconhecidos pela sociedade matemática mundial.

### 3. Os Números Complexos nos Livros Didáticos

Realizamos uma análise de alguns livros didáticos que tratam do assunto “números complexos”, porém nessa seção será apresentada apenas uma análise do livro texto adotado na escola pesquisada, o livro do professor Manoel Rodrigues Paiva.

O livro Intitulado Matemática Paiva, como também outros livros didáticos atuais, apresenta um breve contexto histórico sobre o surgimento dos números complexos,

---

<sup>4</sup>Tartaglia significa gago. Nicoló Fontana ficou conhecido assim devido a um problema que tinha na fala.

introduzindo um problema para demonstrar a necessidade de se criar um novo conjunto de números, os complexos, e, assim, pôr fim aos impasses causados ao resolvermos problemas com equações para as quais antes não havia possibilidade de resolução, por se tratar de cálculos de raízes cujo índice é par e o radicando é um número real negativo.

No livro analisado, constatamos que o autor não relaciona o conteúdo com outras áreas do conhecimento, inicia o estudo dos números complexos apenas ressaltando que para a radiciação ser sempre possível os matemáticos precisaram ampliar o conceito de números, definindo o número  $i = \sqrt{-1}$  como unidade imaginária e formalizando um novo conjunto de números indicado pela letra  $C$ .

Para o autor, os números complexos contêm, em sua formação, o conjunto dos números reais e foi definido como a extensão das operações destes, conservando as propriedades da adição, multiplicação e distributiva da multiplicação em relação à adição.

#### **4. O relógio trigonométrico: uma proposta pedagógica para as aulas de números complexos à luz da teoria da Aprendizagem Significativa**

A nossa proposta, com essa pesquisa, é a utilização do relógio trigonométrico como recurso pedagógico para as aulas de números complexos pautada em uma aprendizagem significativa. De acordo com Moreira (2006), a ideia mais importante da teoria de Ausubel é: “Se tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um só princípio, diria o seguinte: O fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Averigue isso e ensine-o de acordo”.

Sendo assim,

David Ausubel ao abordar sobre a sua teoria, Aprendizagem Significativa, defende a importância da criação de estratégias facilitadoras para o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos, favorecendo assim, uma formação humana direcionada para o exercício de uma cidadania pautada em valores éticos. (VASCONCELOS, 2011, p.39).

Percebemos o quanto os recursos didáticos podem auxiliar na construção de uma aprendizagem significativa, como afirma Ausubel e os próprios Parâmetros curriculares Nacionais de Matemática - PCNs.

De acordo com os PCNs de Matemática, um dos princípios norteadores do ensino de matemática é a utilização dos recursos didáticos. Sobre esta questão diz:

Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores, e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão. (BRASIL, 1997, p. 19).

Ou seja, tanto os materiais manipuláveis como os demais objetos proporcionam aos educandos uma maneira mais prazerosa e significativa de entender os conteúdos estudados.

Nessa perspectiva propomos, neste artigo, a utilização de um Relógio trigonométrico, como mostra a figura 01, com vistas a subsidiar as aulas sobre números complexos, objetivando uma melhor assimilação e desenvolvimento da aprendizagem.



Figura 01: Relógio trigonométrico

O relógio trigonométrico que propomos, é uma adaptação nossa do relógio trigonométrico convencional, pois o convencional utiliza os próprios ponteiros do relógio para mostrar a relação com as horas, sendo que no nosso, modificamos os ponteiros de forma a facilitar tanto essa relação quanto a estabelecida no ciclo trigonométrico.

O relógio consiste em um círculo trigonométrico adaptado em uma estrutura parecida com a de um relógio analógico de parede, com o objetivo de mostrar uma relação entre as horas no sentido convencional e os ângulos de  $0^\circ$  (zero grau) a  $360^\circ$  (trezentos e sessenta graus), bem como a relação da trigonometria com o cotidiano dos alunos.

Estabelecemos, para efeito didático, 1 minuto equivalente a 6 graus, isso pelo fato de tomarmos uma volta completa dos ponteiros como 1 hora, ou seja, 1 hora equivale a 360 graus, que consiste em uma maneira prática e didática de intervenção para as aulas.

A utilização deste recurso pode favorecer uma maior assimilação e entendimento por parte dos alunos no que concerne ao estudo de ângulos notáveis, como os de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ , e seus congruentes, através das relações trigonométricas de seno, cosseno e tangente.

Além disso, o uso do relógio trigonométrico propõe modificar, de forma eficiente, a dinâmica da sala de aula, bem como contribuir para a atribuição de um significado prático sobre esses números por parte do aluno, do ponto de vista da sua aplicabilidade, tornando as aulas sobre números complexos mais instigantes e significativas.

## **5. Um retrato da abordagem dos números complexos na sala de aula no ensino médio**

Ao realizarmos a nossa pesquisa envolvendo a abordagem dos números complexos em aulas do Ensino Médio, coletamos dados relativos às metodologias utilizadas pelos professores no planejamento didático das aulas sobre o assunto para a Escola Básica.

O *locus* da pesquisa foi uma escola pública da rede estadual de ensino da cidade de Canindé no estado do Ceará, e os sujeitos pesquisados foram quatro alunos de turmas diferentes, os quais denominamos de Aluno A, B, C e D e um professor de Matemática que ministra o conteúdo números complexos nessas quatro turmas, denominado de Professor da escola.

Para fundamentar a nossa pesquisa empírica buscamos respostas nos seguintes questionamentos norteadores:

1. Os números complexos estão sendo aplicados nas aulas do Ensino Médio? Em caso afirmativo, como são aplicados?;
2. É considerado nesse estudo o seu contexto histórico?;
3. Os professores utilizam algum recurso pedagógico no ensino dos números complexos?;e,
4. Há uma relação entre a teoria e as aplicações práticas dos números complexos no cotidiano do aluno?

Iniciamos o nosso processo investigativo realizando um levantamento com todos os alunos das turmas pesquisadas, e constatamos que o conteúdo está sendo repassado, ainda de forma tradicional, onde o processo de ensino e aprendizagem se realiza por intermédio de explicações no quadro branco, o que se torna evidente na seguinte resposta dada à pergunta de número 1, “Sim, esse conteúdo só foi repassado de uma forma: através do quadro branco, tornando muito cansativo.” (aluno C).

Constatamos que não só nos números complexos, mas também nos outros conteúdos abordados, o professor não considera no estudo o seu contexto histórico, como fica evidenciado no relato do aluno D, que assim responde à segunda questão: “Nunca eu estudei a origem/história de um conteúdo, chegamos a fazer pergunta sobre o contexto do conteúdo, mas nunca foram respondidas.” (aluno D).

No que concerne aos recursos pedagógicos, constatamos que o professor não utiliza recurso didático inovador em suas aulas, prevalecendo os métodos tradicionais e se limitando apenas ao uso do livro didático. Isso fica constatado na fala do aluno A, ao responder à questão três: “Infelizmente tivemos apenas as explicações no quadro e as atividades do nosso livro didático.” (aluno A).

Conforme resposta do aluno B à questão 4, percebemos que parece não haver demonstração de aplicabilidade dos números complexos no cotidiano. Em suas palavras: “Não, nenhum aluno compreendeu para que serve esse conteúdo” (aluno B). Isso pode ser um dos fatores causadores das dificuldades apresentadas pelos alunos para a compreensão e utilização do conteúdo abordado.

Além destes alunos, entrevistamos o professor. Passamos agora a expor a análise das respostas a uma entrevista semi-estruturada realizada com esse professor das turmas pesquisadas, com base nas perguntas norteadoras.

Em relação à metodologia utilizada por ele na abordagem dos números complexos nas aulas no ensino médio, constatamos que suas respostas estão análogas com as dos alunos, uma vez que, o mesmo admite utilizar como recursos apenas o quadro e o livro didático. Segundo o professor, é complicado envolver este conteúdo no cotidiano dos alunos e relacioná-lo com aplicações práticas. Ele relata:

*Levando em conta o grau de dificuldade da contextualização do conteúdo, assim como, a sua forma prática real, voltada para o cotidiano, apenas o quadro, o livro didático são os recursos utilizados para compreensão do conteúdo. [...] é bastante complicado o envolvimento dessa disciplina no cotidiano. (Professor da escola).*

Observamos que existe uma grande distância entre o que o professor relata sobre sua prática pedagógica na escola e a base da teoria da Aprendizagem Significativa proposta por Ausubel. Assim, o referido professor ainda não está preparado para lecionar o conteúdo de forma a favorecer aos discentes uma aprendizagem significativa.

Esta pesquisa, portanto, nos leva a deduzir que, como este ainda pode haver outros professores que não utilizam recursos pedagógicos que visam a conhecer e valorizar a utilidade prática dos números complexos em detrimento da mera formalização teórica. Isto pode ser reflexo da sua própria formação inicial, haja visto que esta pode não ter dado atenção ao fato de que o professor precisa proporcionar ao discente uma melhor fundamentação do conteúdo ensinado e sua relação com o contexto social em que está inserido.

Como intervenção, propomos aos professores da escola uma oficina pedagógica que será ministrada nos horários de planejamento didático, focando a construção e utilização do relógio trigonométrico e resolução de situações-problemas contextualizadas.

## **6. Considerações Finais**

As atividades desenvolvidas ao longo deste trabalho investigativo apontam para a necessidade de cursos de formação continuada para os professores do Ensino Básico da rede estadual de ensino público. É relevante considerar a formação do professor como uma atividade contínua na busca do desenvolvimento de métodos de ensino que proporcionem aos alunos uma aprendizagem ancorada em seus conhecimentos prévios.

Constatamos ainda, que a metodologia abordada no livro didático adotado pela escola pesquisada contempla de forma superficial o contexto histórico, dificultando ao professor essa abordagem em sala de aula e prejudicando a compreensão pelo educando.

Com o objetivo de amenizar essas problemáticas, propomos a utilização de um recurso pedagógico, o relógio trigonométrico, que sugere atividades diferenciadas das práticas tradicionais, servindo de suporte para a assimilação do conteúdo de números complexos por parte dos discentes, com vistas a favorecê-los em uma aprendizagem significativa sob a perspectiva da teoria de Ausubel, isto é, com sentido prático para a sua vida em sociedade.

## 7. Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental, **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília. MEC/SEF, 1997.

CARNEIRO, J. P. A geometria e o ensino dos números complexos. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 8. , 2004, Recife. **anais...**Recife: UFPE,2004. p. 1 – 12.

CERRI, C; MONTEIRO, M. S. **Historia dos números complexos**. São Paulo: Universidade de São Paulo, 2001.

MOREIRA, M. A. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula** - Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2006.

PAIVA, M. R. **Matemática Paiva** – 1. ed. – São Paulo: Moderna 2009.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. Departamento de educação Básica. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática**. Curitiba: SEED/DEB – PR, 2008.

VASCONCELOS, F. R. N. de. **O jogo como recurso pedagógico na formação de professores de matemática**. 2011. 142f. Dissertação (Mestrado Profissional em ensino de Ciências e Matemática), Universidade Federal do Ceará, Ceará, 2011.

VIEIRA, L. H. da S. **Epistemologia dos números complexos**. Florianópolis, 1999. 48f.  
Monografia (Licenciatura em Matemática), Universidade Federal de Santa Catarina.  
Florianópolis/SC, 1999.