

## CORPO EM MOVIMENTO PARA A APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

*Heliete Aragão*

*Mathema*

[heliete@mathema.com.br](mailto:heliete@mathema.com.br)

*Cristiane Chica*

*Mathema*

[crischica@mathema.com.br](mailto:crischica@mathema.com.br)

### **Resumo:**

A aprendizagem da geometria pode ser trabalhada de forma dinâmica e não convencional, por meio de atividades corporais, intencionais, em uma perspectiva de resolução de problemas. Essa é a proposta do presente curso, que tem por meta relacionar o potencial do corpo como recurso para a transposição da informalidade de vocabulário e conceitos, para os aspectos mais formais do conhecimento geométrico. Serão vivenciadas atividades direcionadas aos anos finais do ensino fundamental, com debate teórico para análise e reconhecimento de relações entre as referidas atividades e o modelo para o desenvolvimento do pensar geométrico – associado ao desenvolvimento cognitivo – elaborado pelo casal van Hiele (apud CRAWLY, M.L., 1995) e as habilidades geométricas descritas por Alan Hofer (1981).

**Palavras-chave:** corpo em movimento, aprendizagem não convencional, pensar geométrico e habilidades geométricas.

### **1. Introdução**

Tradicionalmente o processo de ensino e aprendizagem de geometria nos anos finais do Ensino Fundamental tem lápis e papel como o principal recurso para a exploração de nomenclaturas, definições, comprovações, classificações, etc. Essa estrutura instrucional negligencia os estágios de desenvolvimento do pensamento geométrico, partindo da premissa de que todos os alunos estejam no mesmo nível cognitivo e passaram pelas mesmas oportunidades de desenvolvimento de habilidades geométricas nas séries iniciais do ensino fundamental.

Esse cenário contrasta com a nossa forma de pensar o ensino e aprendizagem de Geometria nessa fase escolar. Reconhecemos que o desenvolvimento de ideias geométricas envolve um ambiente investigativo e lúdico, que encoraje o aluno a um intenso movimento de expor e discutir ideais com seus colegas e professor, explora e negocia significados, organiza o conhecimento, produz registros e os analisa.

[...] o ensino é um conjunto de atividades sistemáticas, cuidadosamente planejadas, em torno das quais conteúdo e forma articulam-se inevitavelmente e nas quais o professor e o aluno compartilham parcelas cada vez maiores de significados com relação aos conteúdos do currículo escolar [...] (SMOLE, 2013).

A forma de articular o conteúdo, estabelecendo o ambiente estimulador que desejamos, se pauta na perspectiva metodológica da resolução de problemas (SMOLE e DINIZ, 2001). Esta perspectiva baseia-se no enfrentamento de situações-problema, entendidas como todas as situações que não possuem respostas evidentes e que exigem que o estudante mobilize seus conhecimentos e estratégias para decidir um modo de usá-los em busca de uma solução. Uma característica nuclear da perspectiva metodológica de resolução de problemas é considerar como problema toda situação que pode ser problematizada.

A problematização inclui o que é chamado de processo metacognitivo, isto é, quando se pensa sobre o que se pensou ou fez. Isto requer uma forma mais elaborada de raciocínio, esclarece dúvidas que ficaram, aprofunda a reflexão feita e está ligado à ideia de que a aprendizagem depende da possibilidade de se estabelecer o maior número possível de relações entre o que se sabe e o que se está aprendendo. (SMOLE e DINIZ, 2001).

Na concepção das autoras, a associação da problematização com os recursos de comunicação – oral, escrita e pictórica – constitui um processo que favorece a aprendizagem significativa e estimuladora.

A oralidade é o recurso natural da problematização, mas evidenciamos as vantagens de todos os processos comunicativos na aprendizagem de geometria. Ao transpor a linguagem visual e/ou verbal para a linguagem escrita e/ou pictórica, o estudante desenvolve habilidades necessárias para produzir imagens mentais do objeto geométrico em estudo e estabelece relações entre esse objeto e a linguagem das representações.

Uma variedade de recursos é adequada e vantajosa para o ensino de geometria, tais como jogos, materiais manipulativos, recursos tecnológicos, dentre outros, inclusive os problemas de lápis e papel. Mas, em especial, o presente minicurso irá explorar a potencialidade do corpo como recurso para o processo de ensino e aprendizagem de Geometria, em atividades problematizadoras, planejadas em aliança com os recursos de comunicação, estabelecendo um espaço interativo que estimule o educando a (re)formular hipóteses, a justificar suas respostas, a argumentar e contra-argumentar, de maneira que ele possa formar, enriquecer e reorganizar os conceitos geométricos que possui.

## 2. A corporalidade como recurso na construção do pensamento geométrico.

Vivemos em um contexto social repleto de informações de natureza geométrica que, em sua maioria, são geradas e percebidas enquanto exploramos o espaço ao nosso redor. O corpo é o recurso natural que utilizamos para reconhecer, analisar e interagir com o espaço e os objetos em nosso entorno.

A geometria, primeiramente, pode ser vista como imagens que se percebem através dos movimentos; portanto, a primeira geometria é constituída pelo corpo. (SMOLE; DINIZ; CÂNDIDO, 2003).

Criar geometria com o próprio corpo propicia aos estudantes o pensar como as formas são definidas. Ao sustentar, por exemplo, uma faixa elástica em diversos pontos do corpo, formando figuras geométricas, os alunos estarão usando seus corpos para investigar conceitos, tais como ângulos, vértices e conservação da forma de figuras em tamanhos e posições diferentes, dentre outros.

Aliando esse processo à problematização e aos recursos de comunicação, os estudantes dinamicamente testam suas conjecturas e são incentivados a expressar suas descobertas, enquanto o professor introduz uma nova terminologia e problematiza uma situação, instigando a investigação de um novo conceito. Os alunos aprendem a dominar esses conceitos e a expressá-los de forma mais complexa e simbólica quando, antecipadamente, são trabalhados em situações informais.

Alan Hoffer (1981) faz referência enfática à necessidade de uma abordagem informal da geometria, “sem necessidade de provas”, antes de formalizá-la. “Isso capacita os alunos a estudar o que eles chamam de ‘coisas divertidas’, enquanto se preparam para os aspectos mais formais, na segunda metade do curso”(1981). Ou seja, Hoffer valoriza um tempo para o trabalho informal e o outro, para o formal, evidenciando a importância das “coisas divertidas” no aprendizado de geometria. Segundo o autor, nas atividades informais, o aluno desenvolve o raciocínio geométrico, sem a exigência de expressá-lo formalmente por meio de sentenças e razões.

Evidenciamos, ainda, o auxílio que atividades corporais prestam à apropriação de noções espaciais. A competência espacial, no sentido proposto por Gardner (apud SMOLE, 1996) focaliza a capacidade de o indivíduo transformar objetos dentro do seu meio e orientar-se em meio a um mundo de objetos no espaço. Aliam-se, ainda, as capacidades de perceber o mundo visual com precisão, efetuar transformações e modificações sobre as percepções iniciais e a capacidade de recriar aspectos da experiência visual, mesmo na ausência de estímulos físicos relevantes. (SMOLE, 1996).

Assim, as noções de espaço devem ser trabalhadas em todas as fases escolares. Enquanto o aluno organiza a relação corpo-espaço para apropriar-se de noções de proximidade, separação, vizinhança, dentre outros, o jovem amplia suas habilidades espaciais para a compreensão de representações mais complexas, tais como, em ciências da natureza, a teoria cosmologia ou representação de uma célula, um átomo... As relações espaciais cumprem, portanto, importante papel para aprendizagens próprias à Matemática e a outras áreas do saber.

Por todos esses motivos, temos defendido a inclusão sistemática de atividades corporais no ensino da geometria.

### **3. Os níveis de desenvolvimento do pensar geométrico**

Um importante referencial que orientará as discussões acerca desse minicurso são as pesquisas feitas por educadores holandeses, Dina e Pierre van Hiele Geldof (Crouley, 1994), orientados de Freudenthal, os quais propuseram, em seus trabalhos de doutorado na Universidade de Utrecht, uma teoria a respeito do aprendizado de Geometria.

Segundo as pesquisas de Pierre e Dina van Hiele, os alunos progridem segundo uma sequência de níveis de compreensão dos conceitos geométricos. Pierre van Hiele referiu-se a esses níveis como “certos passos nos processos de aprendizagem, mas por outro lado há muitos outros passos que não são relacionados a estes níveis de pensamento” (VAN HIELE, apud NASSER, 1997, p.94).

Para Van de Walle (2009), um aspecto relevante do modelo van Hiele é o estabelecimento dos cinco níveis dos modos de compreensão das ideias geométricas: visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor. Cada um dos cinco níveis descreve como as pessoas pensam e raciocinam a respeito das formas e espaços e quais os tipos de ideias estão ligadas a esse pensar. Nas palavras de Van de Walle: “Uma diferença significativa de um nível ao seguinte são os objetos do pensamento – sobre os quais é possível pensar (operar) geometricamente.” (2009, p.440).

Estes níveis podem ser organizados do seguinte modo.

- o primeiro nível é conhecido como VISUALIZAÇÃO. Os alunos que estão neste nível concebem o espaço apenas como alguma coisa que existe em torno deles. As formas geométricas são reconhecidas pela sua aparência física como um todo.

- no nível seguinte, o da ANÁLISE, os alunos começam a analisar conceitos geométricos e começam a discernir as características das figuras. A forma cede lugar às propriedades da figura.
- no terceiro nível, conhecido como DEDUÇÃO INFORMAL, os alunos começam a estabelecer relações entre propriedades relativas a uma figura ou entre figuras. As definições e a inclusão de classes passam a ter significado. Neste nível, os alunos compreendem que as definições surgem como o mínimo de propriedades que descrevem uma figura.
- no quarto nível, o da DEDUÇÃO FORMAL, os alunos compreendem que a dedução é um modo de estabelecer a teoria da geometria no interior de um sistema axiomático. Compreendem também o papel e a relação dos termos indefinidos, dos axiomas, dos postulados, das definições, dos teoremas e das demonstrações geométricas.
- finalmente, no quinto nível ou nível do RIGOR, o aluno é capaz de trabalhar em diversos sistemas axiomáticos e estabelecer semelhanças e diferenças entre eles. Portanto, neste nível, o aluno é capaz de compreender as geometrias não euclidianas.

Esses níveis auxiliam na organização do ensino e planejamento de estratégias didáticas que viabilizam a aprendizagem. Isto não significa testar os alunos a fim de classificá-los, mas de organizar o ensino de maneira mais eficiente e objetiva, pois, dessa maneira, o planejamento parte dos conhecimentos adquiridos pelas crianças em vivências geométricas anteriores, sem correr o risco de estagnar o desenvolvimento do conhecimento delas.

No modelo van Hiele, a problematização e os momentos de discussão têm papel importante para auxiliar o aluno a avançar no nível de pensamento geométrico. Segundo Crowley:

As indagações do professor são um fator crucial na orientação do raciocínio do aluno. É importante, em todos os níveis, perguntar à criança como ela “sabe”. Não basta, por exemplo, perguntar aos alunos do nível 2 qual é a soma dos ângulos internos de um pentágono. Eles devem ser desafiados a explicar por que e a pensar sobre sua explicação – haveria outro modo de mostrar isso? (1994, p.17).

#### **4. As habilidades em Geometria**

Em uma pesquisa acerca do ensino e a aprendizagem da geometria, Allan Hoffer (1981) afirma que o estudo de geometria não deveria ser marcado apenas por noções, conceitos e procedimentos, nem ao menos pelo conhecimento de termos e relações

geométricas, mas também pelo desenvolvimento de habilidades geométricas, entre as quais destaca cinco: visuais, verbais, de desenho, lógicas e aplicadas.

Para Hoffer, as habilidades *visuais* estão relacionadas à capacidade de ler desenhos e esquemas, de discriminar formas e de visualizar propriedades nelas contidas.

As habilidades *verbais* envolvem a capacidade de expressar percepções, elaborar e discutir argumentos, justificativas, definições, descrever objetos geométricos e usar o vocabulário geométrico.

As habilidades de *desenho* contemplam a capacidade de expressar ideias por meio de desenhos e diagramas, fazer construções com régua, compasso, esquadro, transferidor e programas gráficos de computador.

As habilidades *lógicas*, por sua vez, relacionam-se à capacidade de analisar argumentos, definições, reconhecer argumentos válidos e não válidos, dar contraexemplos, compreender e elaborar demonstrações.

Finalmente, as habilidades *aplicadas* envolvem a capacidade de observar a geometria no mundo físico, apreciar e reconhecer a geometria em diferentes áreas tais como a arte.

Ao tratar das habilidades, Allan Hoffer destaca a pesquisa do casal van Hiele:

[...] muitos cursos de Geometria para o secundário dão uma ênfase grande demais no desenvolvimento pelos alunos, da habilidade de escrever provas formais. Quando isto acontece, retira-se da classe um tempo precioso que poderia ser usado para fornecer aos alunos experiências em outras habilidades, possivelmente mais práticas, de natureza geométrica. Além disso, por começar com provas formais cedo demais num curso de Geometria, podemos não levar em conta aqueles alunos que ainda não alcançaram um nível suficientemente alto de desenvolvimento mental que os capacite a trabalhar adequadamente no nível formal. (1981, p.6)

Dessa forma, consideramos que o ensino da geometria deveria proporcionar o avanço nos níveis de pensamento geométrico como descrito no item anterior e o caminho para isso seria por meio de atividades que tivessem como foco o desenvolvimento das cinco habilidades sugeridas por Hoffer.

## **5. Desenvolvimento do minicurso**

As atividades planejadas para esse minicurso envolvem oficinas, para que o público participante vivencie propostas para a prática de sala de aula, e debate com foco na análise

das práticas sob a luz da teoria. O processo será desenvolvido por meio de problematizações, na perspectiva metodológica da resolução de problemas. A memória do curso será desenvolvida ao longo do curso, por meio de registros dos próprios participantes, sob a orientação do administrador do curso, bem como um texto teórico.

A seguir, apresentamos, sucintamente, a sequência de atividades planejadas.

- Primeira etapa: considerando que a proposta abrange movimentos corporais, para iniciar, será desenvolvida uma prática com foco na integração do grupo. Além desse foco, a vivência também terá a característica de chamada para introduzir a segunda etapa de trabalho, abordando os referenciais teóricos que darão os indicadores para análise e debate. O tema de geometria, envolvido na proposta, será simetria.
- Segunda etapa: breve exposição dialogada das referências teóricas, pautadas nos níveis Van Hiele e nas habilidades de Alan Hoffer.
- Terceira etapa: desenvolvimento de uma sequência didática para o estudo da circunferência e dos quadriláteros. Em um primeiro momento, serão realizadas atividades corporais sob o comando do administrador do curso, envolvendo problematizações e explorações da linguagem própria à geometria, contemplando o conhecimento das propriedades e classificação das formas geométricas. Em um segundo momento, a linguagem corporal e a verbal serão representadas em desenhos e esquemas. A análise das produções organizará uma síntese coletiva dos conhecimentos geométricos explorados na sequência didática. Em um terceiro momento, será aberto o debate, para análise da proposta, considerando os referenciais teóricos.
- Quarta etapa: desenvolvimento de uma sequência didática para o estudo dos polígonos. Tal como na etapa anterior, em um primeiro momento da sequência, serão realizadas atividades utilizando o corpo e uma fita elástica, sob o comando do administrador do curso. As problematizações e explorações da linguagem própria à geometria encaminharão o conhecimento das propriedades das formas geométricas. Em um segundo momento, serão produzidos registros, em pequenos grupos, transpondo a linguagem corporal e a verbal para o texto escrito. Em um terceiro momento, será aberto o debate, para análise da proposta, considerando os referenciais teóricos.

## 6. Considerações Finais

Esse minicurso apresenta uma proposta de vivências de atividades dinâmicas e não convencional para o estudo de geometria, tendo como recurso o próprio corpo do participante. As problematizações e as representações da linguagem visual e da verbal em outras linguagens permitirá a percepção das vantagens da aplicação dessa proposta para alunos da segunda fase do Ensino Fundamental. Os momentos de discussão têm papel importante para que sejam percebidas as relações entre as atividades propostas e o modelo para o desenvolvimento do pensar geométrico, do casal van Hiele (Crowley, 1994) e as habilidades geométricas descritas por Alan Hoffer (1981).

Assim, o objetivo primeiro é que seja estabelecido, ao longo do curso, um rico ambiente de intercâmbio e debate, que propicie aos participantes reconhecerem o potencial da proposta apresentada. Porém, a expectativa é mais audaciosa, pensando que esse curso se configure como um espaço de partilha de conhecimento, construção e integração de ideias, que permita a todos refletirem a respeito do significado do que é ensinar e aprender em geometria em um ambiente sério, mas prazeroso.

## 7. Referências

- CROWLEY, M.L. “O modelo van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico”. In: LINDQUIST, N. M.; SHULTE, A P. (orgs.). **Aprendendo e ensinando Geometria**. São Paulo: Atual Editora, 1994.
- HOFFER, A. **Geometria é mais que prova**. Tradução de Antonio Carlos Brolezzi. *Mathematics Teacher*, NCTM, v.74, p.11-18, jan. 1981.
- SMOLE, K.S. **A Matemática na Educação Infantil: a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar**. Porto Alegre: Artemed, 1996.
- SMOLE, K.S. Aprendizagem significativa: o lugar do conhecimento e da inteligência. Disponível em [www.mathema.com.br](http://www.mathema.com.br). Acessado em 07/03/2013.
- SMOLE, K.S; DINIZ, M.I (orgs.) **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artemed, 2001.
- SMOLE, K.S; DINIZ, M.I.; CÂNDIDO, P. **Figuras e Formas - Coleção Matemática de 0 a 6**. Porto Alegre: Editora Artmed. (2003)
- VAN DE WALLE, J.A. **Matemática no Ensino Fundamental: Formação de professores e aplicação em sala de aula**. Porto Alegre: Artmed, 2009.