A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO MATERIAL DO PIC

Juliane do Nascimento
FCT/UNESP
ju_nsc@hotmail.com

Maria Raquel Miotto Morelatti
FCT/UNESP
mraquel@fct.unesp.br

Resumo:
Este trabalho[1] tem por objetivo analisar a abordagem metodológica para o trabalho com a resolução de problemas presente no material do Projeto Intensivo no Ciclo (PIC), um projeto de recuperação do Estado de São Paulo, como parte do Programa Ler e Escrever, que visa o desenvolvimento de competências relacionadas à leitura, escrita e Matemática. O PIC foi elaborado para atender alunos que estão no 4º e 5º anos do Ensino Fundamental e comporta materiais específicos e programa de formação de professores. Por meio de análise documental do material do PIC de 4º e 5º anos, verificou-se que abordagem metodológica da resolução de problemas presente no material tem como base a teoria dos campos conceituais de Vergnaud, a partir de duas ideias principais: a de campo aditivo e campo multiplicativo.

Palavras-chave: Resolução de Problemas; Campos Conceituais; Campo aditivo; Campo multiplicativo.

1. Introdução

O PIC é um projeto de recuperação[2], que faz parte do programa Ler e Escrever da rede estadual de ensino de São Paulo. O projeto é voltado para crianças que estão nos 4ºs e 5ºs anos do ciclo I do Ensino Fundamental e tem por objetivo impedir que essas crianças prossigam os estudos sem estarem alfabetizadas (SÃO PAULO, 2007). Nesse sentido, visa o desenvolvimento de competências relacionadas à leitura, escrita e Matemática. Comporta materiais específicos e programa de formação de professores.

[1] O texto refere-se a uma pesquisa de mestrado desenvolvida junto ao programa de Pós-graduação da FCT/UNESP que teve por objetivo investigar a implementação do Projeto Intensivo no Ciclo (PIC) no município de Pompeia(SP), tendo em vista o processo formativo desenvolvido pela pesquisadora/formadora com os professores do PIC. A pesquisa envolveu entre outras etapas a análise documental do material do PIC de 4º e 5º anos. A análise recaiu entre outros aspectos, sobre os conteúdos abordados no material. Nesse texto o recorte estabelecido, refere-se a abordagem da resolução de problemas proposta no material.
[2] Esse projeto passou a ser denominado a partir de 2012 de Recuperação Intensiva (RI). A mudança ocorreu apenas na nomenclatura, os materiais do projeto permaneceram os mesmos.

O material do PIC apresenta atividades de Língua Portuguesa e Matemática voltadas para a recuperação dos alunos nessas duas áreas de conhecimento. As atividades de Língua Portuguesa e Matemática encontram-se diluídas no material sem uma separação entre essas duas áreas. Contudo, abordam conteúdos específicos de Língua Portuguesa e de Matemática, não sendo tratadas de forma interdisciplinar. São identificadas por: *Atividades de Língua Portuguesa* e *Atividades de Matemática*.

Elas estão organizadas em volumes e distribuem-se em dois deles para o 4º e três para o 5º ano. Em relação à Matemática, as atividades contemplam os quatro blocos de conteúdo propostos pelos PCN (BRASIL, 2001): Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação.

Neste texto a análise recai sobre a abordagem metodológica presente no material para o trabalho com a resolução de problemas.

2. Resolução de problemas

No que se refere à resolução de problemas, são abordados no material duas ideias principais: a de campo aditivo e campo multiplicativo. Essas ideias têm como base a teoria dos campos conceituais de Vergnaud. De acordo com essa teoria, um campo conceitual pode ser definido como "[...] um conjunto de situações cuja apropriação requer o domínio de vários conceitos de naturezas diferentes" (MAGINA et al., 2001, p. 10). Assim, cada conceito se desenvolve dentro de um campo conceitual. E para o desenvolvimento de um campo conceitual é preciso que este seja associado à resolução de problemas.

Nessa perspectiva o campo aditivo e o campo multiplicativo, podem ser compreendidos como campos conceituais mais amplos que envolvem vários conceitos referentes à adição e subtração; a multiplicação e divisão. Por serem da mesma natureza, essas operações estão relacionadas. Por exemplo, para resolver a situação-problema: *"Estou na página 64 de um livro de 80 páginas. Quantas me faltam para terminá-lo?"* A criança pode usar tanto a adição quanto a subtração para encontrar o resultado, assim como também pode usar estratégias e procedimentos que estejam associados ou a adição ou a subtração. As duas operações são dessa forma, adequadas para resolver o problema, portanto, pertencem a um mesmo campo conceitual. Do mesmo modo, ao resolver a situação problema, *"Na festa junina da escola, a professora do 3º ano, organizou uma quadrilha. Foram formados 18 casais de crianças. Quantas crianças participaram da* *quadrilha?"* as crianças podem utilizar procedimentos de cálculo que estejam associados à multiplicação ou divisão.

De acordo com Magina et al. (2001), para dominar um campo conceitual, os alunos precisam ser capazes de resolver diferentes situações-problema, o que vai além de simplesmente saber resolver cálculos numéricos. Por exemplo, dentro do campo das estruturas aditivas se encontram diferentes conceitos, entre eles: o conceito de adição; o conceito de subtração; o conceito de transformação de tempo (ganhou, perdeu, "quanto possuía antes", "quanto tem agora"...); as relações de comparação ("quem tem mais"; "quanto a mais"; "quanto a menos"...); composição de quantidades; conceito de medidas (por exemplo, 11 é maior que 7, que é maior que 4).

A concepção dos alunos surge a partir das ações que são realizadas por ele quando interagem com as diferentes situações. No entanto, a competência para realizar tais ações vai depender do grau de complexidade da situação. Nesse sentido, uma mesma operação aritmética pode estar associada a diferentes ideias em uma situação-problema, assim como uma simples operação como 7 + 4, pode aparecer em problemas mais elaborados que crianças de 10 e 11 anos podem apresentar dificuldades para resolvê-los. Para Selva (2009), "as variações no lugar da incógnita são bastante importantes, pois para a criança pequena cada uma dessas mudanças gera um problema diferente, podendo envolver por sua vez, estratégias distintas de solução" (p.113). Nesse sentido, a competência para resolver problemas do campo aditivo e multiplicativo é desenvolvida em um longo período de tempo e requer um trabalho durante todo o Ensino Fundamental.

Dessa forma, no material são abordados os dois campos conceituais, contudo, no 4º ano a ênfase está no trabalho com o campo aditivo e no 5º ano a ênfase é no campo multiplicativo.

Magina et al. (2001) apresentam uma classificação para os problemas que envolvem estruturas aditivas com base em estudos de Vergnaud, nos trabalhos de Nunes e Bryant (1997) e dos cursos de formação continuada para os professores da rede pública do estado de São Paulo, que foram realizados no ano de 1997 e 1998. Contudo, a classificação se dá com base na distinção entre cálculo numérico e cálculo relacional. Estando o primeiro, relacionado a operações de adição, subtração, multiplicação e divisão e, o segundo, as operações de pensamento necessárias para que ocorra a manipulação das relações envolvidas nas situações. Para Selva (2009), essa distinção é fundamental porque ajuda a compreender que problemas que envolvem um mesmo cálculo numérico apresentam diferentes níveis de dificuldades para as crianças.

Os problemas do campo aditivo são classificados em:

- Problemas de Composição;
- Problemas de Transformação;
- Problemas de Comparação;
- Problemas Mistos.

Cada um desses problemas sofrem ainda variações, de acordo com a mudança no lugar da incógnita, que pode estar em qualquer parte do problema. Exemplos[3]:

1. *Problemas de composição*

Nos problemas de composição, as situações envolvem a relação parte-todo, em que é preciso juntar uma parte com outra parte para se obter o todo ou subtrair uma parte do todo para se obter a outra parte. Exemplos:

Busca do estado final

Numa caixa há 7 chocolates amargos e 8 chocolates brancos. Quantos chocolates há nessa caixa?

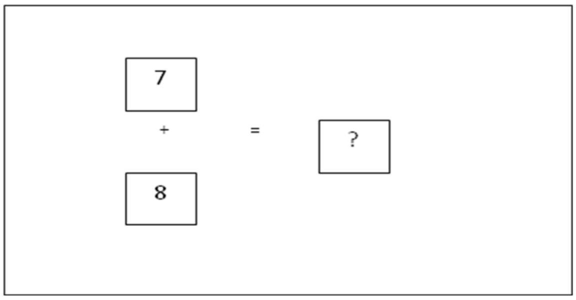


Figura 1. Problemas de composição – busca do estado final.

Mudança no lugar da incógnita

[3] Os exemplos de problemas de composição, transformação, comparação e mistos foram retirados do material produzido pela pesquisadora/formadora no minicurso "Resolução de problemas do campo aditivo: aspectos da teoria dos campos conceituais", realizado no V EBREM – Encontro Brasileiro de Educação Matemática, na cidade de Brasília/DF, no período de 23 a 25 de setembro de 2011. Esse material foi produzido com base em exemplos de problemas retirados de materiais didáticos disponibilizados por profissionais da Diretoria de Ensino de Caieiras/SP, no endereço eletrônico http://ciclo1decaieiras.blogspot.com/.

Busca de um dos estados iniciais

Em uma caixa há 13 chocolates sendo 7 chocolates brancos e os demais amargos. Quantos são os chocolates amargos dessa caixa?

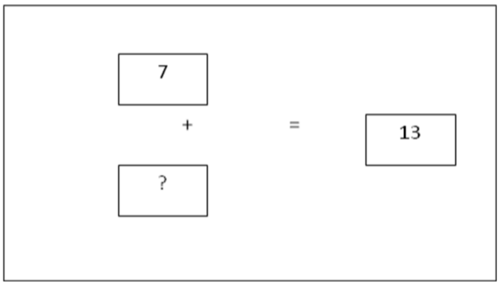


Figura 2. Problemas de composição – busca de um dos estados iniciais.

2. *Problemas de Transformação*

Nos problemas de transformação, as situações envolvem sempre uma ideia temporal. No estado inicial tem-se uma quantidade. Essa quantidade se transforma, pois sofre uma perda ou ganho; acréscimo ou decréscimo, alterando o estado final, que termina com outra quantidade. Assim, os problemas de transformação podem ser positivos ou negativos.

Busca do estado final

Transformação positiva

João tinha 15 bolinhas de gude. Ganhou 5 de seu primo. Quantas bolinhas de gude ele tem agora?

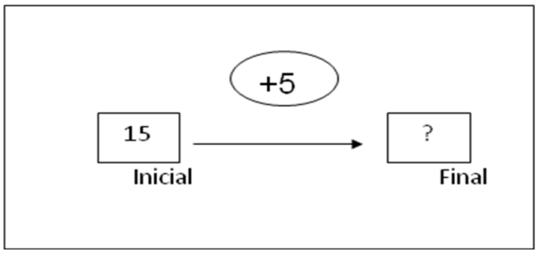


Figura 3. Transformação positiva- busca do estado final.

Transformação negativa:

João tinha 12 bolinhas de gude, mas perdeu 5. Quantas bolinhas de gude ele tem agora?

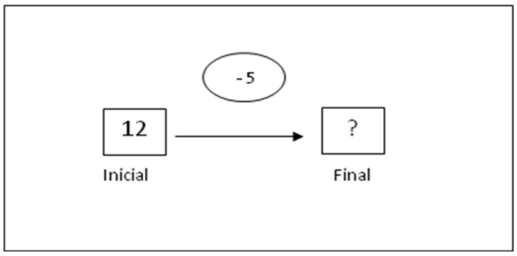


Figura 4. Transformação negativa – busca do estado final.

A partir da mudança no lugar da incógnita podemos encontrar as seguintes variações:

Busca do valor de transformação

Transformação Positiva

João tinha 15 bolinhas de gude. Ganhou algumas de seu tio e ficou com 27. Quantas bolinhas de gude João ganhou de seu tio?

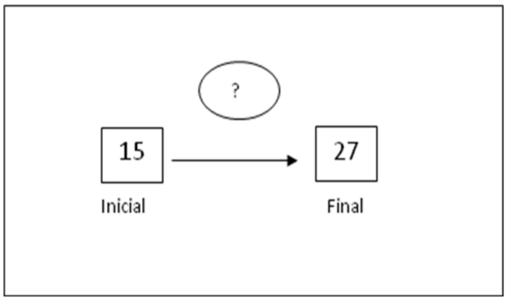


Figura 5. Transformação positiva – busca do valor da transformação.

Transformação Negativa

João tinha 12 bolinhas de gude. Perdeu algumas e sobraram 5. Quantas bolinhas de gude João perdeu?

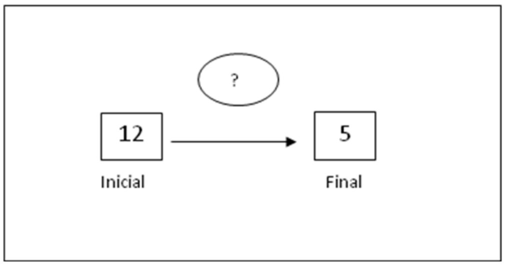


Figura 6. Transformação positiva – busca do valor da transformação.

Busca do estado inicial

Transformação Positiva:

João ganhou 12 bolinhas de gude de seu tio e ficou com 27 bolinhas. Quantas bolinhas ele tinha inicialmente?

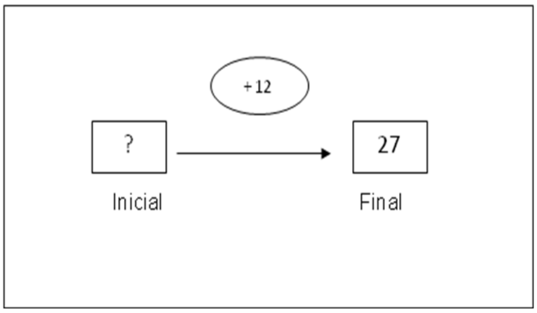


Figura 7. Transformação positiva – busca do estado inicial.

Transformação Negativa:

João tinha algumas bolinhas de gude. Perdeu 7 e ficou com 17. Quantas bolinhas de gude ele tinha inicialmente?

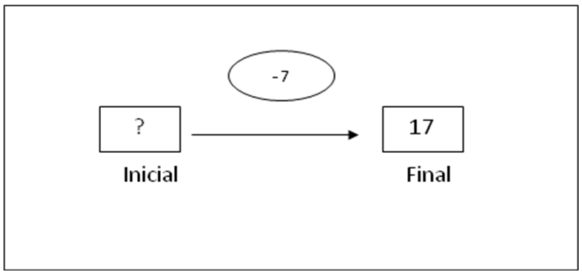


Figura 8. Transformação negativa – busca do estado inicial.

3. *Problemas de comparação*

Nos problemas de comparação, as situações envolvem a comparação entre duas quantidades, sendo uma delas denominada de referente e a outra de referido. O referente é a quantidade que é tomada como referência no problema, para se obter a quantidade desejada, que representa o referido através de uma relação que deve ser estabelecida.

Exemplos de problemas de comparação:

Busca do estado final

Comparação positiva

Marcos tem 25 selos e Maria tem 7 a mais do que ele. Quantos selos Maria tem?

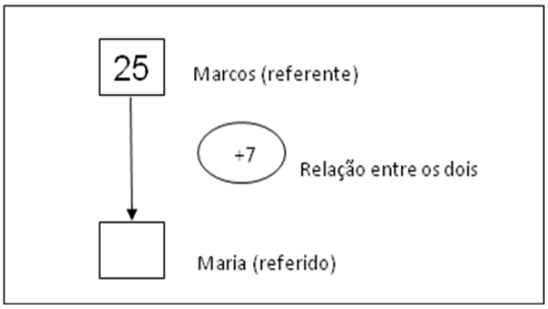


Figura 9. Comparação positiva – busca do estado final.

Comparação Negativa

João tem 32 selos e Laura tem 7 a menos do que ele. Quantos selos Laura tem?

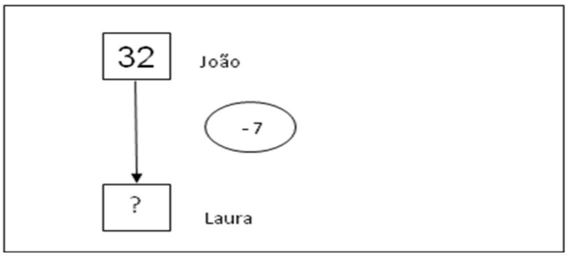


Figura 10. Comparação negativa – busca do estado final.

Busca da relação estabelecida entre os dois estados

Comparação Positiva

Marcos tem 25 selos e Maria tem 32. Quantos selos Maria tem a mais do que Marcos?

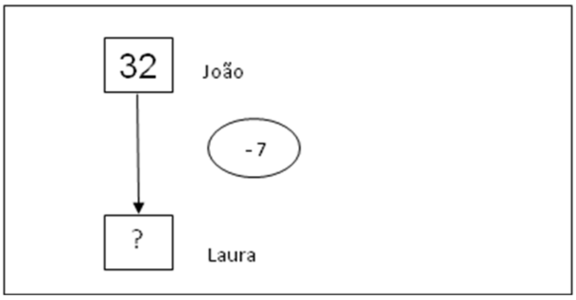


Figura 11. Comparação positiva – busca do valor da relação.

Comparação Negativa

João tem 32 selos e Laura tem 25. Quantos selos Laura tem a menos?

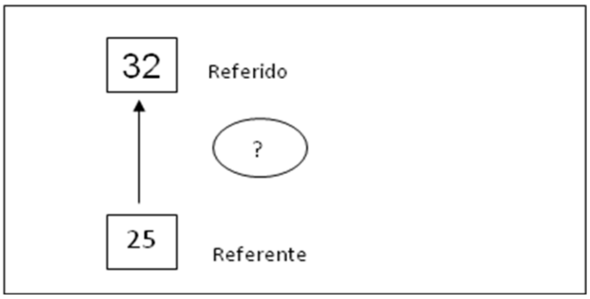


Figura 12. Comparação negativa – busca do valor da relação.

Busca do valor do referido

Comparação Positiva

Marcos tem alguns selos e Maria tem 32. Se Maria tem 7 selos a mais do que Marcos, quantos selos tem Marcos?

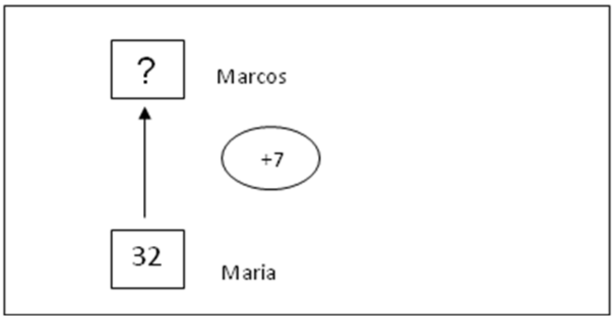


Figura 13. Comparação positiva – busca do valor do referido.

Comparação Negativa

João tem alguns selos e Laura tem 7 a menos do que ele. Se Laura tem 25 selos, quantos selos tem João?

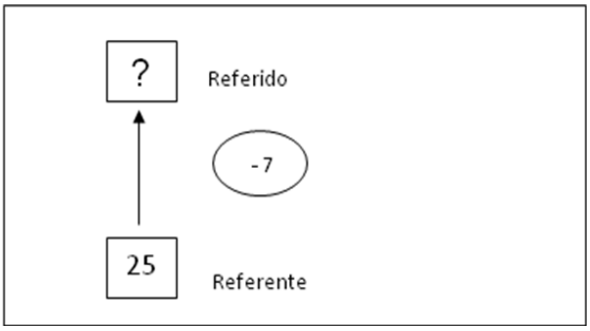


Figura 14. Comparação negativa – busca do valor do referido.

4. *Problemas Mistos*

Além das classes de problemas já apresentados, existem os problemas que envolvem mais de um tipo de raciocínio aditivo simultaneamente, isto é, envolvem mais de um tipo de raciocínio aditivo em uma mesma situação. Esses problemas são denominados de problemas mistos. Os problemas mistos podem abarcar diferentes situações em que estão envolvidos mais de um tipo de raciocínio aditivo, entre elas, temos:

A - Composição de transformações: duas transformações são compostas para formar uma terceira. Esses problemas podem ter diversas variações, podendo apresentar duas transformações positivas, duas transformações negativas ou mesmo uma transformação positiva e outra negativa.

Exemplo de problema de transformação positiva-positiva: *"Hoje pela manhã ganhei 15 figurinhas e à tarde ganhei 9. Quantas figurinhas ganhei hoje?"*

Exemplo de problema de transformação negativa-negativa: *"Hoje pela manhã ganhei 16 figurinhas e à tarde dei 7 ao meu irmão. O que aconteceu com minhas figurinhas hoje?"*

Exemplo de problema de transformação positiva-negativa: *"Hoje pela manhã dei 9 figurinhas a meu irmão e à tarde dei 7 a meu primo. O que aconteceu com minhas figurinhas hoje?"*

Existem outras variações para esses problemas, mais complexa que as anteriores, quando o valor das duas transformações não são dados diretamente no problema, como na situação[4]: *"João tinha 13 bombons, deu alguns a seus irmãos, ficando com 8 bombons. Depois deu 2 bombons ao seu primo. Quantos bombons João deu ao todo? Com quantos bombons João ficou no final?"*

B – Transformação de composição – envolvem também transformação e composição.

Exemplo de problema: "*No meu aquário havia 7 peixes amarelos e 5 vermelhos. Ontem ganhei de meu pai 4 peixes amarelos e 8 vermelhos, os quais coloquei no aquário. Quantos peixes ao todo ficaram no aquário?"*

C – Comparação com composição de transformação: envolve situação de comparação com composição de transformação.

Exemplo: *"Ana, Carlos e Renato jogaram o jogo da adivinhação. Para cada resposta certa eles ganhavam uma ficha, que equivalia a um ponto.*

Ana entrou no jogo com 13 fichas, Carlos entrou com 3 fichas a mais do que Ana e Renato com 4 fichas a mais do que Carlos.

[4] Os exemplos de problema apresentado nas variações A, B e C, foram retirados do livro "Repensando adição e subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais", MAGINA et al., 2001.

No jogo Ana ganhou o mesmo tanto de fichas que Renato tinha ao entrar no jogo.

Carlos ganhou 10 fichas no jogo. Já Renato errou algumas adivinhações e no final do jogo tinha o mesmo tanto de fichas que Ana tinha quando ela entrou no jogo.

Perguntas: Quantas fichas tinha Carlos quando ele entrou no jogo?

Quantas fichas tinha Renato quando ele entrou no jogo?

Quantas fichas Renato perdeu?

Com quantas fichas Ana terminou o jogo?

Com quantas fichas Carlos terminou o jogo?"

Esse é um dos problemas mais extensos e de maior complexidade que os anteriores. Para resolver esse problema é preciso ir por partes, pois as únicas informações explícitas apresentadas no problema é a quantidade de fichas que Ana possui (13) e quantidade de fichas que Carlos ganhou durante o jogo (10). Após resolver a primeira parte do problema, isto é, descobrir os valores iniciais de cada jogador é possível responder as duas primeiras perguntas do problema e pode-se passar para a segunda etapa de resolução. As três questões finais do problema abordam situações de transformação.

Em relação aos problemas do campo multiplicativo, são encontram-se quatro classes:

- Problemas de comparação;
- Problemas de proporcionalidade;
- Problemas de combinatória;
- Problemas de configuração retangular.

1. *Problemas de Comparação*

Nessa classe de problemas a ideia que está envolvida é a de comparação, a partir de situações que envolvem o dobro, o triplo, metade, terça parte, quarta parte, etc.

Exemplos[5]:

Situações que envolvem a multiplicação comparativa

"Marta tem 4 selos e João tem 3 vezes mais selos que ela. Quantos selos tem João?"

Essa situação pode sofrer variações que envolvam a divisão:

[5] Os exemplos de problemas de comparação, proporcionalidade, combinatória e configuração retangular foram retirados do material "Textos de apoio e subsídio para o planejamento – Equipe de ciclo I", elaborado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo e a Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas (CENP), São Paulo, 2009.

"João tem 12 selos e Marta tem a terça parte da quantidade do amigo. Quantos selos tem Marta?"

Nessa classe de problemas o raciocínio que está envolvido pode ser representado pela relação:

A X B = C, onde A = B/C e B= C/A

Para os problemas acima temos:

4 X 3 = 12, onde 4 = 12/3 e 3 = 12/4

2. Problemas de proporcionalidade

Nessa classe de problemas, a ideia que está envolvida é a de comparação entre razões.

Exemplos:

Situação relacionada à multiplicação

"Na festa de aniversário de Carolina, cada criança levou 2 refrigerantes. Ao todo, 8 crianças compareceram a festa. Quantos refrigerante havia?"

Essa mesma situação pode sofrer variações que envolvem a divisão:

"8 crianças levaram 16 refrigerantes ao aniversário de Carolina. Se todas as crianças levaram a mesma quantidade de bebida, quantas garrafas levou cada uma?"

"Numa festa foram levados 16 refrigerantes pelas crianças e cada uma delas levou 2 garrafas. Quantas crianças havia?"

"4 crianças levaram 8 refrigerantes à festa. Supondo que todas levaram o mesmo número de garrafas, quantos refrigerantes haveria se 8 crianças fossem à festa?"

Nos problemas que envolvem a ideia de proporcionalidade, o raciocínio que está envolvido pode ser representado pela relação:

A está para B, na mesma medida em que C está para D

Nos problemas acima temos:

1 está para 2, assim como 8 está para 16

3. Problemas de combinatória

Exemplos:

Situação relacionada à multiplicação:

"Uma menina tem 2 saias e 3 blusas de cores diferentes. De quantas maneiras ela pode se arrumar combinando as saias e as blusas?

Situações relacionadas à divisão:

"Uma menina pode combinar suas saias e blusas de 6 maneiras diferentes. Sabendo que ela tem apenas 2 saias, quantas blusas ela tem?"

"Uma menina pode combinar suas saias e blusas de 6 maneiras diferentes. Sabendo que ela tem apenas 3 blusas, quantas saias ela tem?"

Nos problemas de combinatória a relação que se estabelece é a de "formação de conjuntos" (fig.15)

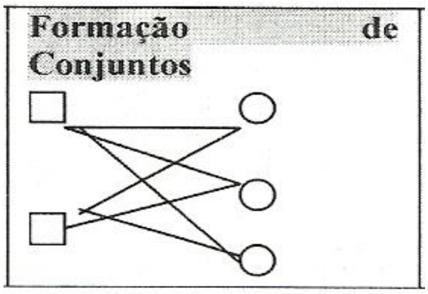


Figura 15. Raciocínio envolvido nos problemas de combinatória.

4 – Problemas de configuração retangular

Exemplos:

Situações relacionadas à multiplicação

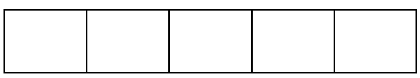
"Um salão tem 5 fileiras com 4 cadeiras em cada uma. Quantas cadeiras há nesse salão?"

A partir dessa situação podemos encontrar outras relacionadas à divisão:

"Um salão tem 20 cadeiras, com 4 delas em cada fileira. Quantas fileiras há no total?"

"Um salão tem 20 cadeiras distribuídas em colunas e fileiras. Como elas podem ser organizadas?"

Nessa classe de problemas a relação que está envolvida é de análise dimensional. Podemos representar os problemas desse tipo pelos raciocínios representados nas figuras:



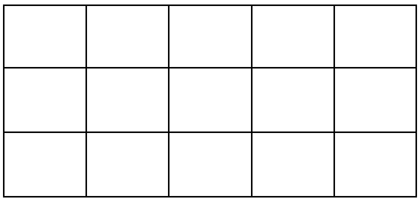


Figura 16. Raciocínio envolvido nos problemas de configuração retangular (a).

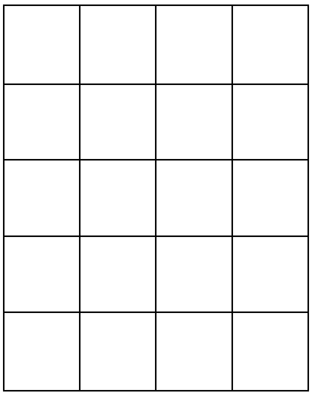


Figura17. Raciocínio envolvido nos problemas de configuração retangular (b).

3. Considerações Finais

O material do PIC adota como perspectiva metodológica para o trabalho com a resolução de problemas a teoria dos campos conceituais de Vergnaud. De acordo com essa teoria são vários os fatores que interferem e influenciam no desenvolvimento e na formação dos conceitos, sendo o conhecimento conceitual originado a partir de situações-problemas. Um dos pressupostos dessa teoria "[...] é entender que a compreensão de um conceito, por mais simples que seja, não emerge apenas de um tipo de situação, assim como uma simples situação sempre envolve mais que um único conceito" (MAGINA et al., 2001, p.7). Isso significa que os conceitos matemáticos só adquirem sentido mediante uma variedade de situações que são vivenciadas pelo sujeito, do mesmo modo que não podem também ser tomados isoladamente, mas devem estar inter-relacionados com o conjunto de situações.

A perspectiva da teoria dos campos conceituais muda o enfoque de trabalho com a resolução de problemas em sala de aula. Se antes os problemas eram trabalhados somente no momento em que os alunos aprendiam as operações, isto é, como aplicação de técnicas operatórias, a partir dessa teoria, o trabalho com a resolução de problemas antecede o aprendizado das operações. Primeiro, os alunos aprendem as ideias e os significados atrelados às operações por meio de diferentes situações-problema para em um segundo momento aprender o cálculo. Do mesmo modo, a incógnita pode estar em qualquer parte do problema, uma vez que o que está em jogo é o desenvolvimento da capacidade de raciocinar sobre diferentes situações.

A perspectiva metodológica da resolução de problemas a partir da teoria dos campos conceituais, ao colocar o aluno diante de situações problematizadoras, possibilita a construção de conceitos matemáticos. Nesse sentido, o material, ao pautar-se em tal teoria, apresentando uma diversidade de situações, que envolvem os conceitos relacionados às operações, propõe uma mudança nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

4. Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** – PCN. 3.ed. Brasília: MEC/SEF, 2001.

MAGINA, S. et al. **Repensando adição e subtração:** contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM, 2001.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria do Estado da Educação. Resolução SE nº 86, de 2007. **Diário Oficial.** São Paulo. 21 dez. 2007. Poder Executivo. Seção I. p. 23.

______(Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Textos de apoio e subsídio para o planejamento** – equipe de ciclo I. 2009.

SELVA, A. C. V. Gráficos de barras na educação infantil e séries iniciais: propondo um modelo de intervenção pedagógica. In: BORBA, R. e GUIMARÃES, G. (orgs.). **A Pesquisa em educação matemática:** repercussões na sala de aula. São Paulo: Cortez, 2009. p. 103-133.