

## OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS COM NÚMEROS INTEIROS NEGATIVOS

*Joana Tatsch da Silva Souza*  
*Universidade Federal do Pampa*  
*joana.tatsch@yahoo.com.br*

*Daniel da Silva Silveira*  
*Universidade Federal do Pampa*  
*danielsilveira@unipampa.edu.br*

*André Martins Alvarenga*  
*Universidade Federal do Pampa*  
*andrealvarenga@unipampa.edu.br*

### **Resumo:**

Neste trabalho, relata-se experiências vividas com alguns estudantes, que apresentam dificuldades em compreender conceitualmente os números inteiros negativos. O questionamento central é em torno do motivo pelo qual alguns estudantes encontram tais dificuldades quando estudam este conteúdo. Assim, pretende-se identificar e analisar os obstáculos epistemológicos que por hipótese se espera que irão emergir. Dessa maneira, será possível compreender a teoria dos números inteiros, sua história, origem e aplicação, que foi e será estudada. A pesquisa-ação será realizada com estudantes de 12 a 14 anos, do Ensino Fundamental, indicados por professores das escolas da cidade de Caçapava do Sul/Rio Grande do Sul. Para eles serão aplicados questionários relacionados aos números inteiros negativos, contendo diferentes operações. Ademais, almeja-se aplicar módulos didáticos e o software GeoGebra, com a finalidade de visualizar os números inteiros a partir da reta numérica, possibilitando uma maneira diferenciada de expor e explorar esses conteúdos de matemática.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática; Obstáculos Epistemológicos; Números Inteiros Negativos.

### **1. Introdução**

Uma das visíveis dificuldades na aprendizagem matemática está relacionada com a aprendizagem dos Números Inteiros Negativos.

Segundo Nascimento (2002) e Pommer (2010), tais dificuldades são comuns com estudantes de diferentes regiões. Esses obstáculos epistemológicos surgem justamente quando estes sujeitos passam a conhecer os números inteiros negativos. De acordo com Nascimento (2002), na 6ª série do Ensino Fundamental, quando se introduz o conceito de número negativo na escola, os professores percebem que os estudantes demonstram dificuldades em operar com a adição e a subtração. Essas dificuldades podem ser identificadas em situações como: admitir a partir de agora, algo menor que zero; a ordenação dos números negativos; o valor zero não como ausência, mas, como resultado da operação de dois valores opostos, dentre outras.

A partir destas observações, a fim de investigar a dificuldade dos estudantes do Ensino Fundamental em relação ao estudo dos números inteiros negativos, levantamos a seguinte questão: Por que alguns estudantes de Ensino Fundamental encontram obstáculos epistemológicos no estudo dos números inteiros negativos?

O objetivo deste trabalho é apresentar a caracterização dos obstáculos e das dificuldades que os estudantes do Ensino Fundamental apresentam, quando resolvem operações de adição e subtração de números inteiros negativos e pesquisar o motivo pelo qual estes obstáculos são tão presentes, sem fazer comparações com as diferentes metodologias utilizadas pelos educadores.

A utilização de procedimentos errados, por parte dos estudantes, nestas operações, é decorrente de obstáculos epistemológicos, podendo ser superados quando se trabalha a dificuldade dos estudantes em um ambiente em que o conhecimento da reta numérica seja reforçado, eliminando bloqueios que os impedem de avançar na compreensão dos inteiros negativos.

Compreendem-se os obstáculos epistemológicos, como algo que faz parte do próprio conhecimento e que, segundo Schubring (1998, p. 18), “residem na natureza do conhecimento matemático, razão pela qual não podem ser evitados, já que são constitutivos dos respectivos conhecimentos e identificados na história dos conceitos”. Nesse sentido, o processo de construção do conceito de número inteiro encontra inúmeras dificuldades.

Obstáculos epistemológicos, segundo Lopes (1993) apud Bachelard, são hábitos incrustados no conhecimento não questionado, que invariavelmente bloqueiam o processo de construção do novo conhecimento. Cabe ao educador estar atentos a estes entraves à aprendizagem, para que não estejam presentes no seu modo de ensinar, tanto em sala de

aula, quanto nos materiais didáticos utilizados, além disso se faz necessário saberem os identificar e os superar.

Segundo Pommer (2010), o estudo do conhecimento obstáculo foi primeiro investigado por Gaston Bachelard no qual construiu a própria noção de obstáculo e introduziu esta discussão em “A Formação do Espírito Científico” (BACHELARD, 1985); tal ideia foi posteriormente, incluída na didática da Matemática por Guy Brousseau, no 28º encontro CIEAEM - Lovain-la-Neuve (BROUSSEAU, 1976) sendo denominada de obstáculos.

## **2. Desafios Epistemológicos**

No cotidiano de muitas pessoas os números inteiros estão presentes, como por exemplo, ao usar a ordem bancária com crédito ou débito, quando se assiste na televisão as baixas temperaturas que fazem em determinadas regiões, no saldo de gols dos times de futebol em um campeonato, para situar fusos horários de países, entre outras inúmeras situações. Contudo se esses números estão tão presentes em nossas vidas, por que muitos estudantes possuem dificuldade de aprendê-los? Por que o processo de assimilação destes conceitos é tão complexo?

Responder tais questões, não é algo fácil. Por isso, é importante realizar uma investigação nas aulas de Matemática quando o assunto é os números inteiros negativos, bem como verificar se os exemplos citados nas aulas relacionadas aos números inteiros, realmente estão presentes no cotidiano dos estudantes.

É preciso trabalhar com o contexto dos estudantes, não adianta citar temperaturas negativas em uma região onde é muito quente, por exemplo, pois os estudantes que vivem na região quente não vivenciaram situações de frio intenso, logo, o conceito de frio (temperatura negativa) não é significativo para eles. Além disso, é importante informar a eles que os números inteiros negativos são opostos aos positivos e que a adição entre eles resulta em zero. Segundo Karson apud Pommer.

(...) palavra ‘negativo’ tem o significado de negação; isto quer dizer que se trata de ‘não-número’, e esta expressão é a mais adequada para mostrar as dificuldades que se opõem ao espírito humano na conquista de novos domínios no reino dos números. (KARSON, 1961, p.42 apud POMMER, 2010, P.1).

Segundo Pommer (2010), uma das limitações da aprendizagem dos números inteiros é a falsa concepção de crer que as operações adição/multiplicação são consideradas como aumento, bem como as operações de subtração/divisão é erroneamente visto como diminuição. No entanto, esta última nem sempre ocorre.

Um possível caminho para superar tais obstáculos é a via semântica, considerando-se contextos nas diversas formas de expressão matemática: textual, aritmética, algébrica, gráfica e computacional, articulados com a manipulação sintática. A composição deste par semântico/sintático viabiliza a utilização de diversas formas de expressão, na linguagem da disciplina, associada ao par concreto/abstrato. (POMMER, 2010, P.2)

Dispositivos como a reta numérica de certa forma, auxiliam na compreensão e visualização dos números inteiros, por ser uma reta que tem como origem o zero, localizado no centro da mesma, na sua esquerda os números negativos e a sua direita os positivos. Este dispositivo também auxilia na compreensão de conceitos como o dos números positivos possuem opostos/simétricos.

### **3. O Desenvolvimento Cognitivo do Aluno em Relação aos Números**

Segundo Kamii (1982), Piaget estabeleceu três tipos de conhecimento: conhecimento físico, conhecimento lógico-matemático e conhecimento social (convencional).

O conhecimento físico é o conhecimento dos objetos da realidade externa, é obtido através do toque, da observação, da manipulação de objetos. Nessa fase a criança percebe que a cor e o peso dos objetos são diferentes. O conhecimento lógico-matemático é o conhecimento da organização. Geralmente este conhecimento precisa de conhecimentos físicos e sociais para ocorrer. É quando a criança vê dois objetos e decide qual é o maior. Já o conhecimento social depende da influência de outras pessoas com a criança. Trata-se de uma combinação de um grupo social e varia de grupo para grupo. É importante salientar que estes conhecimentos são construídos na infância, ou seja, na educação infantil, onde a criança esta conhecendo os objetos e fazendo comparações, conforme cor, peso e tamanho.

Na fase escolar, do 1º ao 6º ano do Ensino Fundamental essas crianças estudam os números naturais, é no 7º ano que aparecem os números inteiros. Segundo Nascimento (2004), até o 6º ano, os alunos devem compreender operações do tipo:  $a + b = e a - b =$ , com  $a > 0$  e  $a > b$ . Quando são aplicados os números inteiros relativos, essas operações sofrem modificações, quando menores que zero e é nessa fase que ocorre grandes problemas para a aprendizagem que é a introdução do conceito de números negativos.

As mesmas dúvidas que aparecem hoje no contato com os números inteiros, já instigavam questionamentos de célebres matemáticos como Euler, Laplace, Cauchy, Mac Laurin e Carnot.

O conceito dos números inteiros, pelo ponto de vista matemático, é uma ampliação dos naturais, o que justifica as dificuldades encontradas na construção deste conceito. É difícil aceitar que o produto de  $-a$  por  $-b$  é igual ao de  $a$  por  $b$ .

Segundo Nascimento (2002), na 6ª série do Ensino Fundamental, hoje o sétimo ano, é o período em que os professores começam a perceber que os estudantes não realizam de forma correta operações de adição e de subtração, porque têm que aceitar algo menos que zero, além disto, os estudantes têm que aceitar a representação  $(-16)$ , por exemplo, realizar operações do tipo  $4 - 9 =$ , aceitar que  $-3$  é maior que  $-6$ , realizar operações do tipo  $4 - (-7) =$ , onde o sinal negativo é exibido com dois significados, de subtração e de indicação de números negativos. O valor zero nesta fase tem que ser identificado não como ausência, mas, como resultado de operações de dois valores opostos.

#### **4. Metodologia**

A partir de experiências vividas enquanto estudante do Ensino Fundamental e experienciadas no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) e auxiliando em aulas particulares de matemática, foi possível realizar uma breve análise com adolescentes de 12 a 17 anos e com alguns adultos, percebendo com o decorrer do tempo que uma das principais dificuldades na aprendizagem da matemática está relacionada com a aprendizagem dos Números Inteiros Negativos. Dificuldades essas que acompanham estes estudantes no decorrer dos demais anos do Ensino Fundamental e Médio e em alguns casos até nos cursos superiores.

Será realizada para investigar os obstáculos epistemológicos em relação ao estudo dos números inteiros negativos uma pesquisa-ação com estudantes de 12 a 14 anos, que estão cursando o 7º ano do Ensino Fundamental, bem como estudantes de anos posteriores a este, das escolas do município de Caçapava do Sul. Os estudantes indicados serão aqueles que demonstraram ao seu professor alguma dificuldade em relação às operações com números inteiros negativos.

Segundo Thiollent (2008), a pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo.

Um dos objetivos deste trabalho é analisar a prática, para compreender a teoria e para tal fim será utilizado o método de Análise Textual Discursiva (ATD).

Segundo Moraes e Galiazzi (2006) a análise textual discursiva é uma abordagem de análise de dados que transita entre duas formas consagradas de análise na pesquisa qualitativa que são a análise de conteúdo e a análise de discurso.

Os estudantes serão observados através de perguntas sobre os números inteiros negativos e a eles serão aplicado uma lista simples de exercícios, para que desta forma, seja possível identificar as dificuldades destes estudantes com estes números. Estes instrumentos de coleta e de percepção dos obstáculos epistemológicos serão elaborados pela pesquisadora, juntamente com seus orientadores. Os exercícios oferecidos serão alguns modelos de operações que envolvam diferentes maneiras de resolvê-los.

Almeja-se aplicar também com estes estudantes módulos didáticos, ou seja, material para ser utilizado no ensino de matemática, como a reta numérica e algum software, como o GeoGebra, que é um programa matemático de fácil acesso, o qual possibilita o desenvolvimento da reta numérica, já que trabalha com desenhos de pontos, vetores, segmentos, linhas, etc.

É importante salientar que estes dispositivos serão usados para auxiliar na pesquisa e não para fazer comparações sobre as metodologias adotadas nas escolas.

Além do uso de questionários, nesta pesquisa pretende-se fazer uso de dispositivos como um gravador, câmera fotográfica digital, a fim de facilitar a coleta de dados e diário de bordo, onde serão resenhadas as observações feitas com os pesquisados.

## 5. Considerações Finais

O presente trabalho ainda será desenvolvido nas escolas da cidade de Caçapava do Sul. Este é um pré-projeto que está em fase de estudos.

Por meio das experiências, deseja-se deparar com diferentes obstáculos epistemológicos observados nos estudantes e através desses verificar se realmente o uso de alguns instrumentos irá auxiliar a amenizar um pouco esses entraves à aprendizagem.

Já se sabe que os obstáculos epistemológicos existem e que a identificação do mesmo é importante, pois muitas vezes, impede o aluno de progredir. Deve-se levar em consideração que o conhecimento não é algo pronto e que não está imune a erros, por isso também se faz necessário ter uma sólida base de habilidades e conhecimentos sobre os números inteiros, desde sua origem até as aplicações atuais, para que não haja dificuldades da parte do educador ao transmiti-lo Além de aproveitar o conhecimento prévio que cada um trás em sua bagagem escolar. Com isso, facilitará o aprendizado do aluno e acredita-se que superará os obstáculos epistemológicos.

## 6. Referências

FIorentini, Dario e LOrenzato, Sergio. **Investigação em educação matemática: percursos teórico e metodológicos**, 3ª. Ed. Campinas: Autores Associados LTDA, 2004.

KAMII, Constance. **A criança e o número: implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos/ Constance Kamii; Tradução: Regina A. de Assis – 17ª ed.** Campinas, SP: Papyrus, 1993.

MORAES, Roque e GALIAZZI, Maria do Carmo. Análise textual discursiva: processo reconstrutivo de múltiplas faces. **Revista Ciências & Educação**, v.12, n.1, p. 117-128, 2006. Disponível: <http://scholar.google.com.br/>. Acesso em: 26 nov. 2012.

NASCIMENTO, Ross. Explorando a reta numérica para identificar obstáculos em adição e subtração de números inteiros relativos. Disponível: <http://scholar.google.com.br/>. Acesso em: 01 abr. 2012.

POMMER, Wagner. Diversas abordagens das regras se sinais nas operações elementares em Z. Disponível: <http://scholar.google.com.br/>. Acesso em: 02 abr. 2012.

SCHUBRING, G. Desenvolvimento histórico do conceito e do processo de aprendizagem, a partir de recentes concepções matemático-didáticas (erro, obstáculos, transposição). Zetetiké. Revista do Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática. vol. 6, nº 10. Campinas/SP, jul/dez, 1998.

TALAVERA, Leda. Uma abordagem histórica dos números negativos. Disponível: <http://scholar.google.com.br/>. Acesso em: 02 abr. 2012.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**, São Paulo: Cortez, 2008.