A MATEMÁTICA, A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS E A COMPREENSÃO EM LEITURA: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES[1]

COMÉRIO, Marta Santana
Prefeitura Municipal de Campinas
santanacomerio@yahoo.com.br
BRITO, Márcia Regina F.
Universidade Estadual de Campinas
mbrito@unicamp.br

Resumo:
A leitura é um dos principais caminhos para obter êxito na aprendizagem em qualquer área do conhecimento. No entanto, é preciso considerar a especificidade da leitura em matemática e os conhecimentos matemáticos necessários à execução com êxito das tarefas. Apoiada em estudos na área da psicologia cognitiva, da didática da matemática e da psicologia da educação matemática, esta comunicação apresenta algumas considerações sobre o ensino da matemática, a solução de problemas e a compreensão em leitura. Discute também fatores envolvidos no desempenho dos estudantes na solução de problemas matemáticos, dentre eles: a compreensão em leitura, a linguagem natural, a linguagem matemática e a complexidade dos conhecimentos conceituais demandados para entender as diversas situações contidas nos enunciados dos problemas matemáticos.

Palavras-chave: matemática; solução de problemas; linguagem; compreensão em leitura.

1. Introdução

Há décadas vem se discutindo a importância da leitura em matemática e o papel dos professores de matemática no desenvolvimento das habilidades de leitura, principalmente no que concerne a leitura em matemática (RENNEY, 1987; EARLE, 1976).

No contexto das aprendizagens, é consenso que a competência em leitura é uma habilidade de extrema importância não só para o sucesso nas diversas áreas do currículo escolar, mas também como um respeitável instrumento para inclusão social e participação na sociedade. No entanto, a experiência nos mostra que ler e escrever nas aulas de

[1] Este texto, com algumas alterações, é parte integrante da Tese de Doutoramento em Educação defendida em 05 de dezembro de 2012 perante o Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, sob a orientação da Profa. Dra. Márcia Regina Ferreiro de Brito.

matemática ainda causa certa estranheza e dificuldade entre professores e estudantes para trabalhar com essa nova concepção.

O processo de leitura e compreensão em leitura depende de várias capacidades. Em primeiro lugar, da capacidade do sujeito de acessar o significado das palavras, com base na memória ou no contexto; em segundo, de deduzir o significado de ideias fundamentais do que é lido; em terceiro, de formar modelos mentais que simulem as situações que são lidas e em quarto fazer inferências e extrair as informações fundamentais do texto com base em contextos (STERNBERG, 2008).

Na solução de problemas matemáticos, defende-se que a leitura e a compreensão em leitura são importantes na solução, principalmente na identificação dos aspectos relevantes do problema, auxiliando também o estudante no entendimento de uma série de palavras – da língua materna ou do vocabulário e símbolos específicos da matemática. Entretanto, isto não quer dizer que a leitura e a compreensão em leitura são os únicos problemas existentes na efetivação com sucesso das tarefas matemáticas, há ainda de se considerar a dificuldade da tarefa, o conhecimento prévio do aluno, a linguagem natural e linguagem matemática dos enunciados, o conteúdo e a estrutura do problema, assim como, o contexto em que ocorre a leitura, os quais são igualmente relevantes.

Nas aulas de matemática, no contexto de solução de problemas com enredo, Panizza (2006) destacou que:

> Frequentemente se costuma atribuir à dificuldade dos alunos na interpretação de enunciados de problemas matemáticos a problemas de leitura compreensiva, como se a compreensão de textos matemáticos fosse uma "aplicação" de uma capacidade geral de leitura. Nesta hipótese, diminui-se a importância de um trabalho específico na aula de matemática destinado à interpretação das relações matemáticas implicadas nos enunciados. (PANIZZA, 2006, p. 28).

Quanto à especificidade da relação entre a leitura, a compreensão em leitura e a matemática, Österholm (2006) pontuou que as crenças negativas relacionadas à matemática podem fazer com que alguns estudantes leiam superficialmente o texto e que outros, apesar de não rejeitarem a possibilidade de aprender matemática através da leitura, considerem isso difícil, já que utilizam o critério de leitura e compreensão relacionado à necessidade do cálculo matemático.

Ainda, existem diferenças entre os textos das distintas áreas do conhecimento. Portanto, parece razoável que também existam diferenças na leitura de textos matemáticos (ÖSTERHOLM, 2004).

Diferenças entre a leitura de textos em prosa e de enunciados de problemas matemáticos têm sido observadas. Segundo Barnett, Sowder e Vos (1997) [2] algumas dessas diferenças estão relacionadas à: (1) densidade: os problemas de matemática, em geral, são mais compactos e densos do que a prosa; (2) unidades de pensamento: comumente, o estilo do enunciado dos problemas é diferente do usado na maioria dos textos em prosa. Os problemas, de forma mais frequente, contêm unidades de pensamento relativamente curtas, estritamente relacionadas umas com as outras, sendo que um único enunciado contém muitas dessas unidades de pensamento; (3) pistas de contexto: os enunciados de problemas, muitas vezes, carecem de pistas de contexto; no que a prosa é, em geral, mais abundante; (4) diferenças de vocabulário: muitas vezes o significado de uma palavra em um problema é diferente do significado dessa mesma palavra em prosa comum; (5) continuidade: em geral, na prosa há uma continuidade de assunto e ideias, de sentença para sentença e de parágrafo para parágrafo, diferentemente dos exercícios ou problemas matemáticos, onde essa continuidade é frequentemente reduzida; (6) padrões de leitura: os símbolos e numerais dos problemas podem dificultar a linha de raciocínio. Nos problemas matemáticos, o leitor pode fixar a atenção nos números do enunciado e não perceber as relações sugeridas pelos verbos, substantivos e pelo próprio problema; (7) ajustando os hábitos: as diferenças entre a prosa e os enunciados de problemas exigem que a leitura se adapte ao material; na maioria das vezes, a solução de problemas envolve um ritmo de leitura mais lento, incluindo alguns retrocessos.

A leitura de diversos portadores textuais (livros, jornais, revistas, filmes, panfletos e todo tipo de material escrito) contendo elementos da matemática também exerce um impacto positivo no processo de ensino e aprendizagem, já que a mesma pode proporcionar o contexto e a motivação para que os estudantes aprendam conceitos matemáticos.

A leitura de um livro texto, panfletos de comércios ou mesmo matérias publicadas em jornal, além de oferecer o contexto, pode se constituir em elementos motivadores,

[2] Barnett, Sowder e Vos (1997) ressaltaram que existem diferenças entre textos em prosa e enunciados de problemas matemáticos e que isso “talvez fosse uma boa premissa para um projeto de ensino de leitura em matemática” (p 138). Os autores enumeraram algumas diferenças entre esses dois tipos de textos, enfatizando que os professores deveriam ajudar os estudantes a perceber essas diferenças.

proporcionando aos alunos uma base para o recebimento e compartilhamento de informações matemáticas e aplicação dos conceitos a serem desenvolvidos.

Há ainda que se considerar a existência de diversos tipos de textos matemáticos, como por exemplo, os enunciados de problemas, os problemas do tipo história e os textos matemáticos em que não há predominância da linguagem verbal, "textos com poucas palavras, que recorrem a sinais não só com sintaxe própria, mas com uma diagramação diferenciada." (FONSECA; CARDOSO, 2005, p. 65).

A leitura de enunciados de problemas, instrução para exercícios matemáticos, definições e enunciados de propriedades, teoremas, diagramas, gráficos e equações, por exemplo, demandam ações pedagógicas específicas que contemplem o desenvolvimento de estratégias de leitura, a análise das apresentações, a discussão de conceitos e termos envolvidos, trabalho esse que o professor precisa reconhecer como de sua responsabilidade nas aulas de matemática (FONSECA; CARDOSO, 2005).

Além disso, é importante observar certos aspectos pertinentes à leitura de um texto matemático pelos estudantes. Aspectos esses relacionadas às propriedades da matemática, à linguagem natural, à linguagem matemática e às experiências dos estudantes com o assunto.

Sabe-se que a linguagem simbólica é uma parte importante da matemática, mas também dá origem a alguns problemas durante a leitura de textos matemáticos. É preciso perceber de que maneira o estudante faz a leitura dos símbolos e suas conexões com outros elementos do texto.

Do mesmo modo, na leitura de textos matemáticos existem também algumas palavras relacionadas à estrutura da língua[3] que descrevem conceitos matemáticos, cujo domínio pelos estudantes está correlacionado com o sucesso na aprendizagem da matemática. As palavras ou termos empregados nos enunciados dos problemas servem também de apoio para expressar quantidades exatas ou aproximadas, as relações de tempo, distância, noções de ordem, velocidade, tamanho, proporção, tamanho, posição, dentre outros, sendo importante que estes termos sejam devidamente discutidos com os estudantes, dentre eles: (1) os advérbios de quantidade: mais, menos, pouco, muito, bastante, menos da metade, quase; (2) advérbios de lugar para indicar a posição: frente, atrás, acima, abaixo, perto, longe, dentro fora; (3) advérbios de frequência ou de tempo:

[3] Nesse caso, a palavra língua designa um sistema semiótico (signos e significação) com um funcionamento próprio, como por exemplo, o italiano, o espanhol e o português.

diariamente, antes, em seguida, anualmente, mensalmente, mais tarde, mais cedo; (4) as expressões utilizadas para comparação: ambos, mais que, menos que; (5) pronomes e adjetivos que indicam a quantidade aproximada: vários, alguns, mais que, menos que; (6) os verbos como: adicionar, completar, fornecer, completar e dar, referentes à adição; remover, subtrair, reduzir, que referem à subtração; os que se referem à remoção, o aumento, produzir, reproduzir, ligado à multiplicação; partilhar, dividir, distribuir, que são relacionados à divisão (INSTITUTO APOYO 2006) [4].

Brito (2006) ressaltou que a tarefa de solução de problemas exige tanto a habilidade verbal (necessária à leitura e à compreensão do problema) quanto à habilidade matemática (compreender a natureza matemática do mesmo) já que, a primeira etapa da solução é, basicamente, ligada à compreensão verbal do enunciado do problema. Somente após a compreensão do enunciado o estudante consegue entender a estrutura matemática subjacente ao envoltório do problema. De acordo com a autora, a habilidade verbal é essencial para a compreensão do envoltório do problema, enquanto que a habilidade matemática é necessária para a percepção do espaço do problema, quais algoritmos são exigidos e quais os resultados são admitidos.

Quando se fala em solução de problemas matemáticos do tipo história ou problemas com enredo observa-se que a compreensão verbal (escrita do problema) do enunciado constitui a primeira etapa da solução do problema. Nesse sentido, conhecer os estudos que envolvem as etapas de solução de problemas, tais como as propostas por Polya, 1978; Mayer 1992; Puig e Cerdán, 1995 e Echeverría e Pozo, 1998 pode se constituir uma ferramenta para o ensino e, consequentemente, um instrumento para a aprendizagem dos estudantes.

Polya (1978) apresentou um guia de instruções de quatro passos, que podem auxiliar o aluno na solução de problemas matemáticos: (1º) compreensão do problema: procurar entender o enunciado do problema, identificar à incógnita, determinar os fatos relevantes; (2º) estabelecimento de um plano: buscar na memória solução de problemas correlatos e aplicá-los a nova situação; (3º) execução do plano; (4º) fazer o retrospecto do

[4] A inserção apresentada no texto faz parte do programa de formação de professores denominado *Círculo de Lectura*, parte integrante do Programa Matemáticas para Todos do Instituto Apoyo.
O Intituto Apoyo é uma organização peruana sem fins lucrativos criada em 1989. Em 2003, por intermédio de um convênio firmado entre o Instituto Apoyo, o movimento *Fe y Alegría*, a editora alemã Klett e o Ministério da Educação foi implementado o *Programa Matemáticas para Todos* nas escolas do Peru. Informação disponível em: <http://www.apoyo.com/GrupoApoyo/apo_nuestra_respons_quienes.aspx>. Acesso em 14 maio 2013.

problema, refletindo sobre a solução e a resposta ao problema. A solução encontrada faz sentido? É possível chegar à solução por um caminho diferente?

Analisando os passos de solução de problemas aritméticos e perpassando o modelo proposto por Polya, Puig e Cerdán (1995) realizaram uma adaptação do modelo, incluindo as seguintes fases: (1ª) leitura, (2ª) compreensão, (3ª) tradução, (4ª) cálculo, (5ª) solução, (6ª) revisão e comprovação. Os autores ressaltaram que há diversos tipos de problemas e que não necessariamente, no processo de solução, o sujeito necessita passar por todas essas fases. No entanto, ao separá-las pode-se precisar melhor onde reside cada tipo de dificuldade e, portanto, organizar sequências de atividades que permitem superá-las.

Para Puig e Cerdán (1995), as fases de leitura e compreensão de um problema aritmético constituem-se uma subdivisão da fase de compreensão proposta por Polya. Esta subdivisão possibilita acentuar o cuidado que deve haver na leitura do problema nos anos iniciais da escolaridade e nas primeiras etapas de instrução sobre a solução de problemas no começo do currículo escolar.

Mayer (1992) analisou as fases da solução de problemas matemáticos com enredo e identificou que cada uma dessas fases engloba diversos tipos de conhecimentos. Segundo esse autor, são necessários os conhecimentos: (a) linguísticos: reconhecimento da linguagem empregada; (b) conhecimento semântico: conhecimento de fatos sobre as palavras; (c) conhecimento esquemático: conhecimento dos tipos de problemas e elaboração de esquemas; (d) conhecimento estratégico: técnicas usadas, procedimentos utilizados; (f) conhecimento de procedimentos *(procedural knowledge)*: conhecimento dos algoritmos e a sequência correta de passos de uma operação aritmética. Mayer (1992) descreveu ainda os passos para a solução de um problema matemático e os conhecimentos necessários em cada uma dessas etapas:

1. Representação do problema: converter as palavras e/ou desenhos do problema em uma representação interna. A representação do problema pode ser dividida em dois subprocessos: 1) tradução do problema, converter cada sentença do problema em uma representação mental interna, sendo que a tradução do problema envolve conhecimentos linguísticos e semânticos; 2) integração, a qual envolve combinar as informações em uma estrutura coerente, sendo que a mesma depende de conhecimento estratégico;
2. Solução do problema: da representação mental do problema para a resposta. De forma similar a anterior, esta etapa também pode ser subdividida em dois

subprocessos: 1) planejar e monitorar a solução, a qual envolve desenvolver e monitorar um plano para solucionar o problema e a solução propriamente dita, sendo que o planejamento e monitoramento da solução dependem do conhecimento estratégico; 2) execução depende do conhecimento de procedimentos.

Em síntese, é preciso levar em consideração que as fases de solução de problemas propostas pelos autores, embora apresentadas de forma separada, estão intimamente relacionadas. A análise da literatura evidenciou também que os pesquisadores consideram a primeira etapa do processo de solução como a tradução do problema, ou a etapa de representação mental do problema, sendo que nessa etapa a leitura e a compreensão do problema são constituintes fundamentais da representação, planejamento e execução da solução com êxito.

Nesse sentido, a compreensão da linguagem escrita do problema, além da leitura, implicaria a interpretação das frases, do enunciado e do texto matemático, exigindo habilidades tanto sintáticas quanto semânticas relacionadas ao conhecimento da linguagem matemática e da língua materna (EARLE, 1976; BALAS,1997).

2. A solução de problemas matemáticos: contribuições da psicologia da educação matemática

É fato que os estudantes mobilizam cognitivamente várias informações para compreender enunciados de problemas matemáticos e essas interagem com os conhecimentos armazenados em sua estrutura cognitiva. Procurar entender esse caminho pode auxiliar a prática dos professores e ser uma forma efetiva para a construção do pensamento matemático pelos estudantes. Assim, nesta seção, apresentamos algumas considerações advindas dos estudos da didática da matemática e da psicologia da educação matemática sobre a solução de problemas matemáticos.

Sabe-se que a solução de problemas em matemática é um importante componente no desenvolvimento do currículo no ensino fundamental. Os problemas oferecem um contexto no qual os diversos significados das operações aritméticas podem ser desenvolvidos. Os estudantes deveriam compreender o significado conceitual das operações e saber aplicá-las em uma variedade de situações (VERGNAUD, 1990a, 1990b).

De uma maneira geral, há um consenso entre pesquisadores de que a solução de problemas é um processo complexo. De acordo com Brito (2006):

> A solução de problemas refere-se a um processo que se inicia quando o sujeito se defronta com uma determinada situação e necessita buscar alternativas para atingir uma meta (...). A solução de problemas é, portanto, geradora de um processo por intermédio do qual o aprendiz vai combinar, na estrutura cognitiva, os conceitos, princípios, procedimentos, técnicas, habilidades e conhecimentos previamente adquiridos que são necessários para encontrar a solução com uma nova situação que demanda uma re-organização conceitual cognitiva. (BRITO, 2006, p.19).

Os estudos na área têm demonstrado que vários são os fatores que podem facilitar ou dificultar a solução de problemas matemáticos. Pardo (2004) apontou as principais dificuldades que os estudantes encontram na solução dos problemas aritméticos relacionadas às características dos mesmos, dentre elas destacou: o formato externo, o número de operações, indicações da solução e o significado matemático.

Quanto ao formato externo do problema a autora ressaltou que é importante considerar o tamanho do problema (número de frases), a complexidade gramatical (os significados das palavras no enunciado, palavras-chave, palavras novas para os alunos), os dados (apresentação dos dados, símbolos numéricos, nome dos números, cifras monetárias, desenhos), as perguntas (situação da pergunta no enunciado) e a sequência do enunciado (ordem de apresentação dos dados e se estas tem correspondência ou não com a ordem utilizada para efetuar as operações que levam a solução do problema).

Retomando questões da linguagem, no caso de problemas aritméticos apresentados na forma de sentença linguística (*word problems*), o estudante, além da capacidade de ler o texto do problema, na solução deve ser capaz de relacionar a linguagem materna à linguagem matemática, discriminar as informações relevantes, identificar a incógnita do problema para, enfim, efetuar as operações matemáticas apropriadas à solução (HAYDU, COSTA; PULLIN, 2006). Ainda, a solução de problemas matemáticos, além de implicar na discriminação das variáveis relevantes da situação, implica também a aprendizagem de conceitos e símbolos próprios.

Diversos estudos advindos da psicologia da educação matemática, tais como os de Carpenter e Moser (1983); Puig e Cerdán (1995); Nesher, Greeno e Riley (1982) e Vergnaud (1990b,1996,1997) assinalaram que a posição da incógnita em problemas aritméticos é uma variável que afeta o desempenho dos estudantes. Essa dificuldade é mais acentuada nos problemas em forma de sentença linguística, pois variáveis como o número de palavras nos problemas, a sequência da informação e a presença ou não de diferentes palavras que indicam a operação a ser efetuada, além da presença de informações irrelevantes, afetam significativamente o desempenho das crianças (NESHER; TEUBAL, 1975; CARPENTER; MOSER, 1983).

Quanto à solução de problemas matemáticos, é necessário considerar que o uso de um vocabulário específico e limitado e o uso de palavras-chave pode resultar num modelo artificial de apresentação dos problemas. As palavras-chave também podem influenciar na escolha da operação matemática, que nem sempre soluciona corretamente o problema.

Assim sendo, compreender o processo envolvido na solução de problemas pelos estudantes é fundamental. Nessa perspectiva, modelos teóricos têm sido propostos numa tentativa de caracterizar os processos cognitivos que poderiam explicar o comportamento dos alunos durante a solução de problemas. É necessário reconhecer a diversidade de estruturas de problemas, analisar as operações envolvidas e as operações de pensamento necessárias para resolver cada classe de problemas (VERGNAUD,1990a, 1990b)**.** Isto se deve ao fato de que em cada classe de problemas as dificuldades variam e os procedimentos envolvidos também.

Vários autores analisaram os diferentes tipos de problemas de estrutura aditiva e elaboraram uma taxonomia de problemas pertinentes aos aspectos esquemáticos e semânticos dos enunciados (CARPENTER; MOSER, 1983; NESHER, GRENNO; RILEY, 1982; PUIG; CERDÁN,1995; BRASIL, 1997; VERGNAUD, 1990a, 1990b, 1997, 2009). De uma maneira geral, as categorias semânticas[5] relacionadas às relações envolvidas são denominadas como mudança, combinação e comparação.

Nos problemas de estrutura aditiva, a categoria descrita como "mudança" implica uma reunião ou separação, ou seja, a ocorrência de uma transformação aplicada a um estado inicial que resulta (ou tendo resultado) num estado final. Nesses casos, a transformação pode ser aditiva ou subtrativa, abrangendo diferentes tipos de mudanças; como pode ser observado nos exemplos:

(1) Mariana tinha 6 lápis. Sua mãe lhe comprou mais 8. Quantos lápis ela tem agora? (transformação aditiva).

(2) Mariana tinha alguns lápis. Sua mãe lhe deu mais 8. Agora ela tem 14 lápis. Quantos lápis sua mãe lhe deu? (transformação subtrativa).

[5] As características semânticas dos problemas referem-se aos conhecimentos relativos aos aumentos, às diminuições (transformações), combinações e comparações de conjunto de elementos propostos nos enunciados.

Já, a categoria denominada "combinação" diz respeito a situações estáticas e não a transformação. A seguir, exemplos de problemas deste tipo de categoria:

(1) Paulo tem 8 carrinhos e Felipe tem 6. Quantos carrinhos Paulo e Felipe tem juntos?

(2) Paulo e Felipe têm juntos 14 carrinhos. Paulo tem 8 carrinhos. Quantos carrinhos tem Felipe?

Os problemas de "comparação" envolvem a comparação entre quantidades, ou seja, há comparação de quantidades estáticas apresentadas com a ajuda de fórmulas do tipo "mais de/menos de". Este tipo de problema também comporta diferentes formas de apresentação ou categorias, do tipo:

(1) Ana tem 9 bonecas. Beatriz tem 6. Quantas bonecas Ana tem a mais que Beatriz?

(2) Ana tem 9 bonecas. Beatriz tem 6. Quantas bonecas Beatriz tem a menos que Ana?

(3) Beatriz tem 6 bonecas. Ana tem 3 bonecas a mais. Quantas bonecas Ana tem?

(4) Beatriz tem 6 bonecas. Ela tem 3 bonecas a menos que Ana. Quantas bonecas tem Ana?

Nos estudos de Vergnaud (1990b,1997, 2009), o campo das estruturas aditivas é formado por seis categorias ou relações de base, contendo algumas delas subcategorias. As categorizações propostas por Vergnaud são assim apresentadas:

1. *Composição de duas medidas*: duas medidas que se compõem para dar lugar a uma terceira medida. Neste caso, não ocorre aumento nem diminuição das quantidades envolvidas, apenas uma combinação entre elas. Ex: Na classe da professora Ana há 29 alunos. Sei que 17 são meninas. Quantos são os meninos?
2. *Transformação* (quantificada) de uma medida inicial em uma medida final: uma transformação opera sobre uma medida para dar lugar a uma terceira medida. Ocorre transformação no estado inicial de uma quantidade, modificando seu estado final. Esta categoria pode lidar de forma implícita com números relativos e oferece 6 subcategorias, segundo a incógnita do problema. Exemplo de uma das subcategorias: Renato coleciona figurinhas. Ele deu 5 para Pedro. Agora ele tem 12. Quantas figurinhas Renato tinha antes?
3. *Relação (quantificada) de comparação entre duas medidas*: uma relação une duas medidas. Compara duas quantidades distintas, em uma situação, também pode dar lugar a 6 subcategorias, dependendo da posição da incógnita. Ex: Márcia tem 12 bombons. Ela tem 4 a mais que Tiago . Quantos bombons Tiago tem?
4. *Composição de duas transformações*: duas transformações se compõem para dar

lugar a uma transformação, ou seja, a partir de duas transformações dadas (T1 e T2), determina-se uma terceira (T3) composição das anteriores, também pode dar lugar a números relativos e se subdivide em 3 subcategorias. Ex: Moisés tinha 12 Reais. Ganhou 7 de seu pai e depois gastou 5. Quanto ele tem agora?

5. *Transformação de uma relação*: trata de uma transformação entre duas relações concomitantes, para dar lugar a um estado relativo. Ex: Gabriela devia R$ 15,00 a Patrícia. Ela pagou R$7,00. Quanto ela ainda deve?
6. *Composição de duas relações*: composição de dois relacionamentos estáticos onde dois estados relativos se compõem para dar lugar a um outro estado relativo. Ex: Paulo devia 14 bolinhas a Gabriel, mas Gabriel agora está devendo 8 bolinhas a Paulo. Quantas bolinhas Paulo ainda deve a Gabriel?

Problemas de estrutura multiplicativa também foram classificados diferentemente por alguns autores (NUNES; BRYANT, 2007; BRASIL, 1997 e VERGNAUD, 1990a, 2009).

Nas séries iniciais do ensino fundamental, dentre os problemas relacionados ao campo multiplicativo, devem ser exploradas um conjunto de situações que envolvem os diferentes significados das operações de multiplicação e divisão. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997) diferenciaram quatro grupos de situações envolvendo problemas multiplicativos: (1) comparativa, (2) proporcionalidade, (3) configuração retangular e (4) combinatória.

Nos estudos de Vergnaud (1990a, 2009), os problemas simples que implicam operações de multiplicação e divisão são apresentados em duas grandes categorias de relações multiplicativas: do tipo isomorfismo de medidas e do tipo produto de medidas.

Os problemas do tipo isomorfismo de medidas descrevem um elevado número de situações cotidianas e delas podem ser derivadas quatro classes de problemas: multiplicação, divisão por partição, divisão por cota e problemas de proporcionalidade.

Segundo Vergnaud (2009), a relação do tipo *isomorfismo de medida* é utilizada rotineiramente na vida diária e no ensino fundamental para introduzir a multiplicação e a divisão e no seu bojo traz a maioria dos problemas multiplicativos, sendo esta uma relação quaternária e não uma relação ternária, com nos problemas:

(1) Tenho 6 pacotes de iogurte. Há 4 iogurtes em cada pacote. Quantos iogurtes eu tenho?

(2) Problema 2: Paguei R$ 36,00 por 3 garrafas de vinho. Quanto custou cada garrafa?

Os problemas multiplicativos do tipo *produto de medidas* envolvem uma relação ternária entre três quantidades, das quais uma é o produto das outras duas no plano numérico e relacional (VERGNAUD, 2009, p. 253), tais como:

(1) “3 rapazes e 4 moças querem dançar. Cada rapaz quer dançar com cada moça e cada moça, com cada rapaz. Quantos seriam os casais possíveis?”

(2) “Beatriz vai viajar levando 3 modelos de saias e 4 blusas, cada uma delas de uma cor. Quantos trajes diferentes ela pode vestir mudando suas saias e blusas?”

Os problemas de tipo produto de medidas propostos por Vergnaud (1990a, 2009) são os que se usualmente são classificados como combinatória nos PCN (Brasil, 1997) e como produto cartesiano em Nunes e Bryant (1997).

De acordo com Nunes e Bryant (1997), os problemas que envolvem uma multiplicação combinatória possuem um grau de dificuldade maior. Os autores argumentaram que problemas desse tipo são mais difíceis, quando comparados a problemas simples de multiplicação e que, em geral, situações envolvendo problemas de combinatória são pouco exploradas na escola.

Vale lembrar que, cada uma das estruturas de problemas ou classe de problemas, do tipo aditivo ou multiplicativo, requer do professor uma cuidadosa atenção, para que os estudantes percebam claramente a razão do uso de uma adição ou subtração, assim como, uma multiplicação ou divisão. É necessário que o estudante faça a articulação entre as várias interpretações das estruturas aditiva e multiplicativa tendo a solução de problema em foco.

Por fim, a solução de problemas é considerada como geradora de um processo, através do qual quem aprende combina elementos do conhecimento, regras e destrezas e conceitos previamente adquiridos para dar uma solução a uma nova situação (ORTON, 2003; BRITO, 2006), sendo que, no processo de solução de problemas matemáticos de enunciado verbal a leitura e a compreensão em leitura são cruciais na seleção apropriada das informações e na tradução do problema da linguagem natural para a linguagem matemática (POLYA, 1978; MAYER, 1992; PUIG; CERDÁN, 1995).

3. Referências

BALAS, A. K. The mathematics and reading connection. *ERIC Clearinghouse for Science Mathematics and Environmental Education Columbus OH*. (1997). Disponível em: <http://www.eric.ed.gov> Acesso em: 20 fev. 2011.

BARNETT, J. C.; SOWDER, L.; VOS, K. E. Problemas de livros didáticos: complementando-os e entendendo-os. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Orgs.). *A resolução de problemas na matemática escolar*. Tradução de Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. p. 131-147.

BRASIL. Secretaria de Ensino Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática*. 1ª a 4ª série. Brasília: MEC⁄SEF, 1997.

BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais na solução de problemas matemáticos. In: BRITO, M. R. F. (Org.). *Solução de problemas e a matemática escolar*. Campinas: Alínea, 2006. p. 13-53.

CARPENTER, T. P.; MOSER, J. M. The acquisition of addition and subtraction concepts. In: Lesh & Landau (Edit). *Acquisition of mathematics concepts and processes*. Orlando: Academic Press, 1993. p. 07-44.

EARLE, R. A. *Teaching reading and mathematics*. Reading aids series. Newark, Delaware: International reading association, 1996.

ECHEVERRÍA, M. D. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (Org.). *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p. 13-42.

FONSECA, M. C. F. R.; CARDOSO, C. A. Educação Matemática e letramento: textos para ensinar matemática, matemática para ler o texto. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Orgs). *Escritas e leituras na educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 63-76.

HAYDU, V. B., COSTA, L. P.; PULLIN, E. M. M. P. da. Resolução de problemas aritméticos: efeito de relações de equivalência entre três diferentes formas de apresentação dos problemas. *Psicologia: Reflexão e Crítica.* Porto Alegre, v. 19, n. 1, p. 44-52, 2006. Disponível em: <http://www.scielo.com.br> Acesso em: 12 abr. 2011.

INSTITUTO APOYO. Programa Matemáticas para todos: Círculo de lectura. *La lectura en Matemática*, 2006. Disponível em: <http://www.matematicasparatodos.com/pdf/La_lectura_en_matematica.pdf> Acesso em: 12 abr. 2012.

MAYER, R. E. *Thinking, problem solving, cognition.* New York: W. H. Freeman and Company, 1992.

NESHER, P.; TELBAL, E. Verbal cues as an interfering factor in verbal problem solving. *Educational Studies in Mathematics,* v. 6, n. 1, p. 41-51, 1975.

NESHER, P.; GRENNO, J. G.; RILEY, M. S. The development of semantic categories for addition and subtraction. *Educacional Studies in Mathematic,* v. 13, n. 1, p.373-394, 1982.

NUNES, T.; BRYANT, P. *Crianças fazendo matemática*. Tradução de Cecília C. Bartalotti. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

ORTON, A. *Didáctica de las matemáticas.* Madrid: Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte y Ediciones Morata S.L., 2003.

ÖSTERHOLM, M. Reading Mathematical texts: cognitive processes and mental representation. *The 10th International Congress on Mathematical Education: ICME-10*. Copenhagen, Demark, 2004. Disponível em: <http://www.mai.liu.se/%7Emaost/forskning2.pdf> Acesso em: 20 maio 2011.

ÖSTERHOLM, M. Characterizing reading comprehension of mathematical texts. *Educational Studies in Mathematics*, v. 63, n. 3, p. 325-346, 2006.

PANIZZA, M. Reflexões gerais sobre o ensino da matemática. In: PANIZZA, M. e colaboradores. *Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais: análise e propostas.* Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 19-33.

PARDO, E. Características, en los problemas escolares, que inciden en la dificultad de los mismos. *Revista Sigma*, n.24, p. 175-186, 2004.

POLYA, G. (1978). *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

PUIG, L.; CERDÁN, F. *Problemas aritméticos escolares*. Espanha: Madri, Sinteses, 1995.

RENNEY, J. E. Teaching reading in mathematics. In: NICELY, R. F; JUNIOR, E; SIGMUND, T. F. (Edits.). *The Mathematics Curriculum: issues and perspectives*, p. 13-17, 1997. Pennsylvania Council of Teachers of Mathematics, University Park. Disponível em: <http://www.eric.ed.gov> Acesso em: 20 abr. 2010.

STERNBERG, R. J. *Psicologia cognitiva*. Tradução de Maria Regina Borges Osório. Porto Alegre: Artmed, 2008.

VERGNAUD, G. Epistemology and psychology of mathematics education. In: NESHER, P.; KILPATRICK, J. (Eds.). *Mathematics and Cognition: a research synthesis by the international group for the psychology of mathematics education*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1990a. p. 14-30.

VERGNAUD, G. La teoría de los campos conceptuales. *Recherches em Didáctique des Mathématiques*, v. 10, n. 2, p. 133-170, 1990b. Disponível em: http://ipes.anep.edu.uy/documentos/curso_dir_07/modulo2/materiales/didactica/campos.pdf> Acesso em: 10 out. 2011.

VERGNAUD, G. The nature of mathematical concepts. In: NUNES, T.; BRYANT, P. (Ed.), *Learning and teaching mathematics: an international perspective*. Psychology Press Ltd, Publishers, 1997. p. 05-28.

VERGNAUD, G. *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar.* Tradução de Maria Lúcia F. Moro. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.