

UM ESTUDO SOBRE ERROS COM O *SOFTWARE* APLUSIX

Franciele Rodrigues de Moraes
UFMS – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
francielerm@gmail.com

Resumo

Apresentamos alguns resultados de uma pesquisa que teve como objetivo investigar erros no estudo de equações do 1º grau e sua superação por alunos do 1º ano do ensino médio com o auxílio do *software* Aplusix. Para este estudo foi usada a teoria dos campos conceituais para ajudar a compreender o processo de apreensão de um conceito pelos alunos. A partir de estudos sobre erros e dificuldades de aprendizagem, foram elaboradas atividades para identificar, por meio dos esquemas mobilizados pelos alunos, alguns teoremas em ação falsos utilizados na resolução dessas atividades. Além disso, foram propostas atividades visando à desestabilização desses teoremas, buscando a superação dos erros mobilizados pelos alunos. Inferimos que, a validação oferecida pelo *software* contribuiu com o processo de desestabilização dos erros cometidos pelos alunos. As retroações do Aplusix os levaram a analisar e corrigir seus erros que, no decorrer dos encontros diminuíram a frequência de aparição.

Palavras chave: Erros; Álgebra; Teoremas em Ação; Aplusix.

1. Introdução

Pesquisas sobre erros vêm sendo realizadas desde o início do século XX, sob os diversos pontos de vista, e os primeiros estudos foram com alunos e professores das séries iniciais, e, aos poucos foram atingindo todos os níveis de ensino. Inicialmente, as pesquisas sobre a análise de erros em matemática tinham apenas a preocupação de diagnosticar e classificar os erros para poder apontar caminhos que não levassem os alunos a cometê-los novamente (CURY, 1994). Nessa perspectiva, os erros eram vistos como uma coisa ruim, e, portando, deveria se buscar uma verdade absoluta, para que eles fossem evitando.

Cury (1995) apresenta outras abordagens e suas diferentes possibilidades de se trabalhar com o erro. Em seus estudos sobre a análise de erros, Cury discute e apresenta a abordagem proposta por Borasi (1994), uma pesquisadora que propõe novos rumos sobre a utilização dos erros no processo de ensino e de aprendizagem: além de usar a análise de erros para identificar e classificar os erros cometidos pelos alunos e ajudar na elaboração de novas estratégias para eliminá-los, os usa como instrumento para ajudar no processo de ensino e de aprendizagem de matemática, como “trampolins para aprendizagem”.

Encontramos algumas pesquisas (BOOTH, 1995; TELES, 2004; NOGUEIRA, 2008) sobre erros e dificuldades em álgebra, mas ainda são poucos aquelas que mostram um caminho que ajude os alunos a superar esses erros. Surge então nosso primeiro questionamento: Que tipo de ação pode favorecer a superação de erros e dificuldades de aprendizagem em álgebra elementar? A partir dessa questão inicial, buscamos investigações que retratassem, de alguma forma, nossa inquietação, fornecendo, assim, pistas para prosseguirmos o estudo. Encontramos a pesquisa de Bittar (2010) mostrando que a utilização do *software* Aplusix pode contribuir com a autonomia dos alunos ajudando-os na sua aprendizagem.

Assim, a partir desta questão inicial e de alguns recursos disponíveis para serem utilizados na prática docente, como meio de contribuir com a aprendizagem dos alunos, optamos por usar a tecnologia para nos ajudar tanto na identificação e análise dos erros dos alunos quanto na elaboração de situações que levem à superação de dificuldades de aprendizagem dos alunos provocadas por esses erros.

Escolhemos trabalhar com alunos do 1º ano do ensino médio, pois pesquisas mostraram que as maiores dificuldades em álgebra são decorrentes da álgebra básica, em conteúdos previstos de serem estudados preferencialmente até essa série.

A pesquisa de Booth (1995), sobre erros e dificuldades dos alunos que iniciam seus estudos em álgebra, verificou que os erros cometidos por eles eram semelhantes em todas as séries, e, por conta disso, conclui que aqueles que começarem a estudar álgebra provavelmente encontrarão as mesmas dificuldades. Nogueira (2008), questionando-se sobre a possibilidade de as dificuldades de aprendizagem em álgebra estarem relacionadas à forma como ela é apresentada aos alunos, investigou, em livros didáticos, de que forma o pensamento algébrico é construído pelo autor e como o livro didático apresenta e organiza o capítulo destinado ao estudo da álgebra. Seu estudo foi delimitado ao capítulo de equações do 1º grau em livros do 7º ano, pois constatou que, normalmente, é com nesse conteúdo e neste ano que os livros didáticos começam a trabalhar a álgebra formal.

O trabalho de Nogueira (2008) verificou que a maioria dos problemas apresentados pelos livros didáticos recai em equações do tipo: $ax + b = c$, $ax = c$ ou $x + c = b$, com a, b e $c \in \mathbb{Z}^*$. Apesar do grande enfoque, no ensino, com equações simples e com coeficientes inteiros, a pesquisa de Bittar (2006), que usou o Aplusix com,

aproximadamente, 2400 alunos de 9º ano, mostrou um baixo índice de acerto em equações desse tipo. Por exemplo, a equação $x + 3 = -8$ teve, em média, acerto de apenas 16%.

Diante dessas considerações decidiu-se focar as análises na resolução de equações do 1º grau e definimos a seguinte questão de pesquisa: De que maneira a tecnologia pode favorecer a identificação e a superação de erros no estudo de equações do 1º grau por alunos do 1º ano do ensino médio?

Concordamos com Cury (2008) quando destaca que o erro é um conhecimento, é um saber que o aluno possui e não a falta dele. Além disso, não é um conhecimento falso, uma vez que permitiu produzir respostas satisfatórias ou corretas a determinados tipos de problemas. No entanto, esse conhecimento, ao ser transposto ou aplicado a outras categorias de problemas, produz respostas inadequadas ou incorretas. Então, superar o erro é construir um conhecimento com um domínio de validade total.

De acordo com Cury (2008), podemos aprender muito com os erros dos alunos. Ao analisar suas produções, temos a possibilidade de entender como eles se apropriam dos conceitos matemáticos e também de identificar os erros em suas produções. Essa análise pode ser usada para favorecer a construção do conhecimento pelo aluno. A partir da compreensão dos erros dele é possível analisar e compreender suas dificuldades de aprendizagem, o que pode indicar caminhos para a superação delas. Para tanto, queremos identificar e analisar alguns erros no estudo de equações do 1º grau presenciados por alunos do 1º ano do ensino médio e realizar um estudo sobre como o uso do *software* Aplusix pode contribuir para a identificação e superação de erros.

Pesquisas como as de Bittar (2004), Bittar e Chaachoua (2004) e Bittar (2010) mostram que o *software* Aplusix pode contribuir para a autonomia dos alunos e, conseqüentemente, para a aprendizagem deles. Esse *software* permite que cada aluno siga seu ritmo de aprendizagem; suas retroações permitem que o aluno reveja sua produção e analise seus erros, corrigindo-os, tornando-se, assim, mais autônomo em sua aprendizagem e consciente dos seus erros. O uso do Aplusix como instrumento na superação dos erros em álgebra pode possibilitar ao aluno caminhar com poucas intervenções do professor que, por sua vez, ganha um papel de mediador do conhecimento e não detentor único do saber.

A fim de responder nossa questão de pesquisa, definimos como objetivo principal: Investigar erros no estudo de equações do 1º grau e sua superação por alunos do 1º ano do ensino médio com o auxílio do *software* Aplusix. Para conseguir alcançar esse objetivo, definimos os seguintes objetivos específicos.

- ✓ Identificar e analisar erros no estudo de equações do 1º grau de alunos do 1º ano do ensino médio.
- ✓ Investigar contribuições do *software* Aplusix para a superação de erros visando a aprendizagem de equações do 1º grau.

2. A Teoria dos Campos Conceituais no estudo de erros

Definidos nossos objetivos escolhemos a teoria dos campos conceituais (VERGNAUD, 1990) como suporte teórico, por ser uma teoria cognitivista que ajuda a compreender as dificuldades de apreensão de um conceito. Utilizaremos, principalmente, o conceito de invariantes, tanto para nos ajudar a compreender e modelar os erros dos alunos quanto para indicar caminhos (situações) na superação desses erros. Alguns estudos das dificuldades de aprendizagem dos alunos, usando a Teoria dos Campos Conceituais, têm sido realizados. Bittar (2009), Bittar, Chaachoua e Freitas (2004) e Burigato (2007) mostram como o estudo dos esquemas mobilizados pelos alunos permite identificar e compreender algumas de suas dificuldades de aprendizagem de conceitos.

De acordo com Vergnaud (2009), o esquema é a organização invariante da atividade para uma determinada classe de situações, e o que é invariante são as organizações das ações, não as classes de situações e nem mesmo as ações. Um esquema é formado necessariamente por quatro componentes:

- invariantes operatórios: conceitos em ação e teoremas em ação. Os invariantes são os conhecimentos contidos nos esquemas;
- antecipações do objetivo a alcançar, ou seja, o que ajuda o sujeito a definir aonde quer chegar, qual é seu objetivo;
- regras em ação, tomada de informações e controle;
- possibilidades de inferências em situações.

Por meio da análise dos invariantes mobilizados pelos alunos consegue-se identificar, mesmo que parcialmente, as dificuldades dos alunos, e os erros podem ser modelados no formato de teoremas em ação errôneos. Os invariantes, assim como os erros, não devem ser negados e sim identificados, analisados e usados para benefício da aprendizagem do aluno. A aprendizagem de um conceito acontece juntamente com os avanços dos invariantes mobilizados pelos alunos. A utilização dos erros como recurso didático pode contribuir para sua superação e conseqüentemente para o desenvolvimento dos esquemas pelos alunos.

Os invariantes operatórios têm um papel fundamental em nosso estudo, pois eles são os conhecimentos contidos nos esquemas e nem sempre são verdadeiros. Os invariantes operatórios com domínio de validade mais restrito são chamados de teoremas em ação errôneos, e, em nossa pesquisa, vamos trabalhar com o erro nessa ótica.

Os conceitos em ação e os teoremas em ação recebem essa denominação inspirados da matemática. Entretanto, um teorema em ação é uma proposição tida como verdadeira na ação em situação, ou seja, ela é verdadeira para o sujeito que a constrói, mas não é, necessariamente, verdadeira ou não é verdadeira sempre. Já o conceito em ação é um conceito considerado pertinente na ação em situação, não se discute seu valor de verdade. Existe uma relação dialética entre conceitos em ação e teoremas em ação, pois os conceitos constituem os teoremas e estes são propriedades que dão aos conceitos seus conteúdos. Mas não se deve confundi-los, pois conceitos não são teoremas e podem ser relevantes ou irrelevantes, enquanto que os teoremas podem ser vistos como proposições verdadeiras ou falsas.

Os conhecimentos em ação (conceitos em ação e teoremas em ação), raramente são explicitados pelos alunos. Eles são construídos por estes na tentativa de resolver uma situação. O estudo desses conhecimentos pode nos permitir identificar e compreender os erros na aprendizagem de um campo conceitual.

3. Passos da Pesquisa

Desenvolvemos nossa experimentação em uma escola pública de Campo Grande, Mato Grosso do Sul. Nosso projeto, para a escola, funcionou como uma assessoria aos alunos que tivessem interesse em participar dele. Nossa primeira ação foi a identificação de tais alunos e para isso optamos por apresentar a proposta a uma turma de 1º ano do ensino médio, em sala de aula, e deixar que aqueles que acreditassem ter alguma dificuldade de aprendizagem em álgebra se voluntariassem, ficando em aberto caso outros tivessem interesse em participar do projeto. Optamos por fazer a identificação inicial desses alunos de dois modos: por meio de um questionário no qual o aluno, respondendo a algumas questões, podia identificar se tinha ou não dificuldades de aprendizagem e então se candidatava, voluntariamente, a participar de nossa pesquisa. Além disso, discutimos com o professor regente da turma para conhecer suas impressões sobre o grupo de alunos. Nenhum aluno deveria participar da pesquisa por imposição. Apesar de o professor não participar efetivamente dos nossos encontros, seu incentivo para a realização da pesquisa

com seus alunos foi fundamental, pois sem sua permissão eles poderiam ficar desmotivados.

Os encontros ocorreram entre os meses de setembro de 2011 e julho de 2012. Os encontros foram realizados após o quinto tempo de aula, com duração de 50 minutos, conhecido como o sexto tempo de aula. Esses encontros inicialmente aconteceram em semanas alternadas e alguns encontros aconteceram com um intervalo de tempo maior, ao todo foram realizados nove encontros.

Para conseguir alcançar nosso objetivo identificamos os invariantes operatórios mobilizados pelos alunos, presentes nas produções dos mesmos, e, a partir dessa identificação, buscamos elementos que nos permitiu identificar alguns erros para a compreensão de algumas das dificuldades dos alunos. Para tanto primeiramente foi feito o estudo de algumas pesquisas que tratam de concepções, erros e dificuldades no ensino e aprendizagem de equações do primeiro grau. Dessa forma, conseguimos saber como os conceitos de álgebra estão sendo tratados no ensino atual e ainda identificar alguns erros e dificuldades de aprendizagem desse conceito. A partir desses estudos listamos alguns teoremas em ação possíveis de serem mobilizados pelos alunos.

Para compor essa lista, escolhemos três grupos de erros mais comuns no trabalho com equações. Essa lista não tem a pretensão de ser exaustiva; pois contém apenas alguns erros comuns constatados em pesquisas sobre equações.

A lista é composta de seis teoremas em ações errôneas e associamos a cada um deles, um teorema em ação verdadeiro, por exemplo, o teorema **T2.1:** $ax = b \Rightarrow x = b - a$ é um teorema em ação falso e o teorema em ação verdadeiro associado a ele é o teorema em ação **T2:** $ax = b \Rightarrow x = \frac{b}{a}$, assim como o teorema em ação **T2.2:** $ax = b \Rightarrow x = \frac{b}{-a}$, também é um teorema em ação errôneo associado ao teorema **T2**.

	Teoremas em Ação Verdadeiros	Teoremas em Ação Errôneos
Adição de termos que não são semelhantes	Não associamos nenhum teorema em ação verdadeiro ao T1.1 pois existem vários teoremas em ação verdadeiros associados a esse teorema.	T1.1: $ax + b = c \Rightarrow (a + b)x = c$
Resolução incorreta de uma equação do tipo	T2: $ax = b \Rightarrow x = \frac{b}{a}$	T2.1: $ax = b \Rightarrow x = b - a$
		T2.2: $ax = b \Rightarrow x = \frac{b}{-a}$

$ax = b$		T2.3: $ax = b \Rightarrow x = \frac{a}{b}$
Transposição incorreta de termos	T3. $ax + b = c \Rightarrow ax = c - b$	T3.1 $ax + b = c \Rightarrow ax = c + b$
	T4. $ax = bx + c \Rightarrow ax - bx = c$	T4.1 $ax = bx + c \Rightarrow ax + bx = c$

Com a, b e $c \in \mathbb{R}^*$

Após esses estudos, elaboramos uma lista de atividades nas quais os alunos poderiam ou não mobilizar esses teoremas em ação falsos previamente listados ou outros. Na resolução dos exercícios, eles utilizaram o Aplusix que pode trazer, ao aluno, vários pontos positivos, como contribuir com a sua autonomia, possibilitar a revisão do seu trabalho e análise dos seus erros. Para o pesquisador, o uso desse *software* permite, por meio da ferramenta “videocassete”, uma análise mais detalhada das produções dos alunos, ajudando na identificação e no estudo dos esquemas e, assim, investigar a estabilidade de falsos teoremas em ação, além de propor novas atividades visando a sua desestabilização.

O Aplusix é um *software* de álgebra destinado à realização de cálculos algébricos, permitindo o trabalho com vários conteúdos, como equações, inequações, sistemas de equações, entre outros. Uma das grandes dificuldades encontradas pelos alunos, ao resolverem um exercício de matemática, é saber se ele está correto ou não e este *software* permite uma validação constante dos seus cálculos, indicando a equivalência ou não das etapas no desenvolvimento da atividade. Na Figura 1, as primeiras etapas foram realizadas corretamente, porém, a última passagem contém algum erro, por isso o Aplusix indica a não equivalência entre as etapas. Entretanto, cabe salientar que esse *software* não mostra o que está errado, apenas em que etapa está o erro, cabendo ao aluno analisar sua produção e descobrir seus erros.

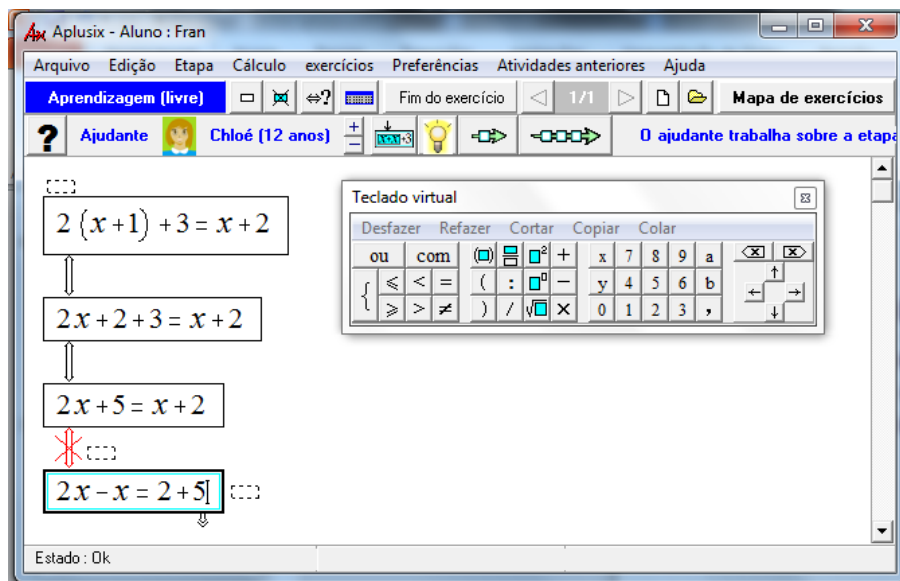


Figura 1 - Tela do Aplusix
Fonte: Aplusix 3

O Aplusix, além de possibilitar, ao aluno, validação constante de suas atividades, ajudando-o a não continuar cometendo os mesmos erros e a não persistir no uso dos teoremas em ação falsos, ajuda o professor e/ou pesquisador na hora de analisar as produções dos alunos, armazenando todas as atividades por eles realizadas. Também a ferramenta “videocassete” possibilita o estudo passo a passo de todas as ações realizadas pelo aluno, inclusive as passagens que foram apagadas.

4. Coleta e Análise de Dados

Escolhemos para a análise três alunas, Bianca, Emanuela e Ana¹, pois foram as que mais participaram dos encontros, fornecendo assim mais dados para a análise. Foram realizadas as análises dos dados referentes aos dois últimos encontros de 2011 (quarto e quinto encontros) e aos encontros de 2012, todos referentes ao estudo da resolução de equações.

Analisamos os procedimentos de resolução e modelamos, por exercício, os possíveis teoremas em ação – corretos e errôneos - mobilizados pelas alunas durante a resolução das equações.

Bianca participou de todos os encontros e resolveu 30 equações, ao longo desses encontros. Modelamos cinco possíveis teoremas em ação errôneos mobilizados pela aluna,

¹ Nomes fictícios.

alguns presentes na lista de teoremas listados *a priori* e outros não. Obtivemos assim uma lista como os possíveis teoremas em ação mobilizados pela aluna.

A lista é composta de nove teoremas em ação, entre eles teoremas corretos e errôneos. Associamos cada teorema em ação falso a seu teorema em ação verdadeiro correspondente, pois percebemos que a aluna corrige seu erro mobilizando o teorema em ação correto.

Quadro 1 - Lista dos possíveis teoremas em ação– corretos e errôneos - mobilizados por Bianca

Sejam $a, b, c \in \mathbb{R}^*$
T3: $ax + b = c \Rightarrow ax = c - b$
T3.1: $ax + b = c \Rightarrow ax = c + b$ (uma variação)
T4: $ax = bx + c \Rightarrow ax - bx = c$
T4.1: $ax = bx + c \Rightarrow ax + bx = c$ (duas variações)
T5: $b = ax \Rightarrow x = \frac{b}{a}$
T5.1: $b = ax \Rightarrow b - a = x$
T5.2: $b = ax \Rightarrow x = \frac{a}{b}$
T6: $ax = bx + c \Rightarrow -c = bx - ax$
T6.1: $ax = bx + c \Rightarrow c = bx + ax$

De forma geral, os erros de Bianca poderiam ser agrupados em erros ao transpor (termo independente e incógnita) para o outro membro da equação, conservando o mesmo sinal, entrariam nesse grupo os teoremas em ação falsos **T3.1**, **T4.1** e **T6.1** e erros ligados à transposição envolvendo a multiplicação e divisão; nesse caso, os teoremas em ação errôneos **T5.1** e **T5.2**.

A maior incidência de teoremas em ação errôneos foi encontrada em equações com incógnitas em ambos os membros da equação. Com exceção do teorema **T4.1**, que foi mobilizado duas vezes, os outros teoremas em ação errôneos foram mobilizados uma única vez, o que mostra instabilidade nos teoremas. Diante disso, acreditamos que a aluna, ao realizar o erro, refletiu sobre ele, pois consegue corrigi-lo, na maioria das vezes, sem mais dificuldades. Indicando uma possível superação desses erros.

Emanuela faltou dois encontros (sexto e nono), ela resolveu 35 equações. Modelamos 5 possíveis teoremas em ação errôneos mobilizados pela aluna, todos presentes

na lista de teoremas listados *a priori*. Obtivemos assim uma lista como os possíveis teoremas em ação mobilizados pela aluna.

A lista é composta por oito teoremas em ação, entre eles teoremas corretos e errôneos. Associamos cada teorema em ação falso ao seu teorema em ação verdadeiro correspondente, pois percebemos que a aluna corrige seu erro mobilizando o teorema em ação correto.

Quadros 2 - Lista dos possíveis teoremas em ação – corretos e errôneos - mobilizados por Emanuela

Sejam $a, b, c \in \mathbb{R}^*$
T1.1: $ax + b = c \Rightarrow (a + b)x = c$
T2: $ax = b \Rightarrow x = \frac{b}{a}$
T2.1: $ax = b \Rightarrow x = b - a$
T2.2: $ax = b \Rightarrow x = \frac{b}{-a}$
T3: $ax + b = c \Rightarrow ax = c - b$
T3.1: $ax + b = c \Rightarrow ax = c + b$ (duas variações)
T4: $ax = bx + c \Rightarrow ax - bx = c$
T4.1: $ax = bx + c \Rightarrow ax + bx = c$ (duas variações)

Os cinco teoremas em ações errôneos, mobilizados por Emanuela, foram mobilizados mais de uma vez, o que mostra certa estabilidade nos teoremas. Apesar do trabalho com o Aplusix, fornecendo um *feedback* quanto aos erros, eles ainda continuaram a se repetir, necessitando de um trabalho mais intensivo com equações.

Mesmo constatando certa estabilidade nos teoremas em ação errôneos, percebemos que eles foram diminuindo a frequência ao longo dos encontros. No último encontro, por exemplo, foram mobilizados quatro teoremas em ação falsos, entre eles, uma única vez o teorema em ação **T1.1**, que já havia sido mobilizado outras sete vezes, quando a aluna estava resolvendo uma lista de equações sem as retroações do *software*. Isto nos permite inferir que, ao fazer as correções das equações do “teste”, ela pode ter refletido sobre os seus erros, visto que cometeu somente mais uma vez o mesmo erro. Talvez as retroações do Aplusix possam estar contribuindo com a desestabilização dos teoremas em ações errôneos.

Ana faltou apenas o último encontro, ela resolveu 35 equações e 28 sistemas de equações. Ao analisar os processos de resolução das atividades resolvidas por Ana, modelamos apenas dois teoremas em ação errôneos: **T4.1:** $ax = bx + c \Rightarrow ax + bx = c$ e **T3.1:** $ax + b = c \Rightarrow ax = c + b$, sendo os dois da lista de teoremas listados *a priori*.

Ana mobilizou somente dois teoremas em ação errôneos, o teorema **T3.1** e o **T4.1**, sendo esse último mobilizado apenas uma vez. Já o teorema **T3.1** foi mobilizados seis vezes; no entanto, sua presença foi diminuindo ao longo das sessões, e na última sessão, ele não foi mobilizado nenhuma vez. Diante disso, inferimos que as retroações do Aplusix podem ter contribuído no processo de desestabilização desse teorema em ação falso.

5. Alguns Resultados

A investigação dos erros por meio dos invariantes operatórios nos permitiram a identificação e análises dos erros, por meios dos teoremas em ação errôneos mobilizados pelos alunos. Ao analisar a frequência dos teoremas em ação falsos, pudemos inferir sobre sua estabilidade.

Ao usar os conhecimentos de cada aluno para propor as atividades, levando em consideração o que eles sabem e a partir daí planejar atividades que promovam a construção do conhecimento, possibilitou que três alunas de uma mesma sala – Bianca, Ana e Emanuela – trabalhassem em atividades distintas, cada uma delas no seu ritmo de aprendizagem. Com a análise individual dos erros observamos diferentes tipos de teoremas em ação errôneos e diferentes frequências na mobilização dos teoremas. Foi essa análise que permitiu a elaboração de atividades específicas para cada aluna.

Bianca tinha muitas dificuldades no trabalho com manipulações algébricas. No decorrer dos encontros e o trabalho com o *software*, pudemos perceber que ela não tinha um erro fixo, um teorema que se repetia. Ao resolver as atividades, a aluna cometia um erro, e quando via que não dava certo, trocava de estratégia, cometendo outro erro, e quando esse outro caminho não dava certo, cometia outro erro. Com a retroação do *software*, ela percebia que estava errado e tentava outros caminhos. A reflexão que Bianca fazia, no início, era quase imediata, mas ela não conseguia perceber o que tinha que fazer. Com as atividades que foram feitas e com o tempo de duração da nossa sequência, não conseguimos perceber indícios de superação dessas dificuldades. Podemos inferir é que, se ela estivesse fazendo no papel e a lápis, ela não conseguiria perceber o que estaria errado ou que havia algo errado. Com o *software* Aplusix, ela tenta uma estratégia, erra, depois

tenta outra e depois outra. Dessa forma, foi possível perceber que ela ainda tem dificuldades e que o *software* teve papel importante na identificação dos erros que Bianca cometia, pois quando ela mobilizava determinado teorema em ação errôneo e recebia a retroação do *software*, ela não voltava a mobilizá-lo.

Acreditamos que um dos fatores que colaboraram para que Bianca não chegasse a elaborar novos teoremas em ação com domínio de validade total tenha sido seu tempo de participação nas atividades. Ela foi a aluna que menos trabalhou com atividades no *software*, e seria necessário um trabalho de longa duração, pois a aprendizagem é um processo, portanto, está em processo de construção do conhecimento. O primeiro passo desse processo foi dado – a tomada de consciência de seus erros. Há então necessidade de continuidade de um trabalho que lhe permita avançar em seus conhecimentos.

Emanuela cometeu vários erros, e estes se repetiam ao longo dos encontros, indicando certa estabilidade. A frequência foi diminuindo no decorrer dos encontros.

Ana cometeu poucos erros. Alguns deles se repetiram, e foram feitos quando a aluna estava resolvendo sistemas de equações, ou seja, aplicando o conhecimento de equações para resolver outras atividades, o que é um avanço no estudo de equações. Assim como os erros de Emanuela, eles foram diminuindo ao longo das sessões. Percebem-se alguns indícios de superação, pois a frequência de mobilização dos teoremas em ação falsos foi diminuindo. Como já dito, é preciso mais tempo de trabalho para que possamos inferir sobre a superação dos erros. Emanuela e Ana também estão em processo de construção do conhecimento relativo a equações.

Ressaltamos que, além de o Aplusix ajudar as alunas a desenvolverem os esquemas para a resolução de equações, nos ajudou na análise detalhada das resoluções das atividades. De fato, sem a ferramenta “videocassete” ficaria muito difícil analisar com detalhes a resolução das atividades, pois, se visualizássemos somente a resposta final de cada atividade, não perceberíamos os erros cometidos durante a resolução; uma vez apagado o que não deu certo, ficaria somente a resolução que leva à resposta esperada.

Assim concluímos que o *software* Aplusix nos ajudou na investigação sobre erros no estudo de equações do 1º grau. Com as atividades realizadas e com a duração da nossa sequência, não conseguimos perceber apenas alguns indícios de superação desses erros. Precisariamos de mais tempo de trabalho para poder inferir sobre a superação dos erros. Foi possível concluir que com as retroações oferecidas pelo *software*, os sujeitos da nossa

pesquisa estão em processo de desestabilização de alguns erros, sendo necessário um trabalho mais longo para poder verificar o avanço em seus conhecimentos.

6. Referências

- BITTAR, M. A Incorporação de um software em uma sala de Matemática: uma análise segundo a abordagem instrumental. In: ALLEVATO, Norma Suely Gomes; JAHN, Ana Paula. (Org.). **Tecnologias e Educação Matemática: ensino, aprendizagem e formação de professores**. 1 ed. Recife: SBEM, , v. 7, p. 209-225, 2010.
- BITTAR, M. Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais para o estudo das dificuldades dos alunos na passagem da Geometria Afim à Geometria Vetorial. In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano Alberto (Org.). **A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. 1 ed. Curitiba: Editora CRV, p. 53–76, 2009.
- BITTAR, M. Possibilidades e dificuldades da incorporação do uso de softwares na aprendizagem da matemática. O estudo de um caso: o software Aplusix. In: III SIPEM - **Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, 2006, Águas de Lindóia. Anais do III SIPEM. Recife : SBEM, v. único. p. 1-12, 2006.
- BITTAR, M.; CHAACHOUA, H. Integração de um Software para a Aprendizagem da Álgebra: Aplusix . Recife. 2004. **Anais VIII ENEM**, Recife – UFPE, 2004.
- BITTAR, M.; CHAACHOUA, H.; FREITAS, J. L. M. Aplusix: um software para o ensino de álgebra elementar. Recife. 2004. **Anais VIII ENEM**, Recife – UFPE, 2004.
- BOOTH, L. R. Dificuldades das Crianças que se Iniciam em Álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). **As Idéias da Álgebra**. São Paulo: Atual, p. 23-37, 1995.
- BORASI, R. Capitalizing on errors as "springboards for inquiry": a teaching experiment. **Journal for research in mathematics education**. V. 25, n. 2, p. 166-208, mar. 1994.
- BURIGATO, S. M. M. S. **Estudos de dificuldades na aprendizagem da fatoração nos ambientes: papel e lápis e no software Aplusix**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2007.
- CURY, H. N. **Análise de Erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.
- CURY, H. N. **As concepções de Matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos**. 1994. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1994.
- CURY, H. N. **Retrospectiva histórica e perspectivas atuais da análise de erros em educação matemática**. Zetetiké, v.3, n. 4, p. 39-50, nov. 1995.
- NOGUEIRA, R. C. S.. **A álgebra nos livros didáticos do ensino fundamental: uma análise praxeológica**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2008.
- TELES, R. A. M.. A Aritmética e a álgebra na matemática escolar. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo: SBEM, ano 11, n. 16, p. 8 - 15, maio 2004.
- VERGNAUD, G. La théorie de champs conceptuels. **Recherches em Didactique de Mathématiques**, Editora La Pensée Sauvage, Genoble, França, v.10, n. 2.3, p 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. O que é aprender? In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Org.). **A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. 1 ed. Curitiba: Editora CRV, p. 13–35, 2009.