

ARTICULAÇÃO ENTRE REPRESENTAÇÕES ALGÉBRICAS E GRÁFICAS DE UMA FUNÇÃO: CONSTRUINDO CONJECTURAS POR MEIO DO GEOGEBRA

Fernanda Elisbão Silva de Souza

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – UFMS
fernanda.elisbao@gmail.com

Pábulo Carcheski de Queiroz

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – UFMS
pablocq@terra.com.br

Katiane de Moraes Rocha

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – UFMS
mr.katiane@gmail.com

Resumo:

Este trabalho apresenta e discute propostas de atividades que permitam aos estudantes elaborarem conjecturas sobre as representações gráficas de uma função do primeiro grau. Para o desenvolvimento de algumas atividades utilizamos o software *GeoGebra* que possibilita interpretar as conversões entre os registros algébrico e gráfico de uma função. Esperamos com esse trabalho auxiliar professores que buscam por situações que fazem uso de tecnologias em suas aulas.

Palavras-chave: GeoGebra, Registros de Representação Semiótica,

1. Introdução

Pesquisas em educação matemática (VALENTE, 2005) e (SANTOS FILHO, 2003) têm mostrado que um aliado importante do ensino é o uso de tecnologias, e dentre elas o computador e softwares que têm como finalidades auxiliar no processo de construção do conhecimento favorecendo as ações de pensar, refletir e criar soluções. Estudos como De Paula (2011) e Soares (2012) mostram que a utilização de softwares de geometria dinâmica, como por exemplo, *Graphmatica*, *Grapplequation* e *GeoGebra*, favorecem a compreensão e a análise de algumas situações matemáticas que envolvem o conceito de função.

O software *GeoGebra* se caracteriza por proporcionar um trabalho simultâneo com representações algébricas e geométricas de um mesmo objeto matemático o que pode favorecer, com o auxílio do professor, a elaboração de conjecturas pelos alunos por meio da exploração de situações factíveis nesse ambiente.

Ao analisar o ensino de função, Duval (1998) observa que mesmo depois de terem aulas de funções afins, alunos apresentam dificuldades em leitura e interpretação de representações gráficas além de não encontrar a equação de uma reta partindo de tal representação, o que mostra a falta de articulação entre os registros de representação gráfica e algébrica. Para esse autor a apreensão de um conceito matemático se dá por meio da coordenação dos vários registros de representação, se tratando do objeto matemático função consideramos como registros a tabela, língua materna, algébrico e gráfico.

Dada a problemática, o objetivo desse minicurso é discutir algumas propostas de atividades que permitam aos estudantes elaborarem conjecturas sobre as representações gráficas de uma função do primeiro grau. Para que possamos alcançar tal objetivo utilizaremos o software *GeoGebra*.

2. Atividades a serem desenvolvidas

A oficina está dividida em três partes, sendo a primeira desenvolvida tanto no papel e lápis quanto no *GeoGebra* que permite abordar alguns conceitos e representações relacionados ao conceito de função. A utilização do papel e lápis se dá pela possibilidade de representar/interpretar as relações funcionais por meio do registro de tabela e algébrico que nas atividades seguintes serão necessários para a representação/interpretação gráfica dessas relações no software *GeoGebra*. A segunda parte, desenvolvida toda no software, permite a discussão sobre as conjecturas relativas às posições das retas no plano e sua correspondência com os coeficientes angulares e lineares da lei de formação. A terceira parte contém uma atividade que faz uso dos conhecimentos construídos anteriormente para encontrar a equação da reta que passa por determinados pontos.

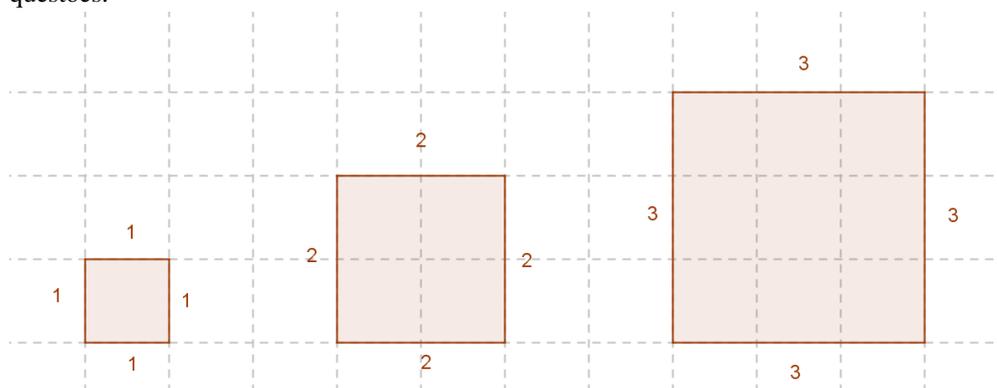
3. Parte 1.

O objetivo desta parte é o desenvolvimento e discussão de alguns conceitos como dependência, relação, generalização e lei de formação, necessários para a construção do

conhecimento do objeto matemático função. Para tanto utilizamos uma sequência de atividades elaborada por Castro (2011) que foram adaptadas para este trabalho. As atividades são trabalhadas inicialmente no papel e lápis, para dar um enfoque na obtenção dos pares ordenados e lei de formação e posteriormente no software *GeoGebra* no qual serão representados os pontos e a reta obtidas nas primeiras atividades. A utilização desse software permite analisar graficamente e algebricamente a relação entre a medida do lado de um quadrado e seu perímetro do seu lado e sua área.

A seguir apresentamos as atividades a serem propostas na oficina, seguidas de discussão sobre sua resolução.

Atividade 1. Calcule o perímetro de cada uma das seguintes figuras (em cm) e em seguida responda as questões.



- O perímetro de um quadrado depende da medida do seu lado? Por quê?
- É possível calcular o perímetro de qualquer quadrado? Como?
- De acordo com seu raciocínio anterior, calcule o perímetro dos quadrados cujos lados (em cm) estão indicados na tabela a seguir:

Lado	Perímetro
1	
2	
3	
4	
5	

- Registre, em forma de multiplicação, o que você fez para chegar aos resultados anteriores.
- Escreva a lei de formação que simboliza o cálculo do perímetro de um quadrado qualquer.

DISCUSSÃO SOBRE A RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1.

Essa atividade permite a discussão sobre dependência (entre perímetro e medida do lado de um quadrado) e de não dependência (entre perímetro e medida do ângulo interno do quadrado). As respostas para o perímetro podem ser dadas por adição de parcelas iguais, no entanto podem ser representadas por uma multiplicação. Essas respostas permitem a elaboração da lei de formação que relaciona o perímetro e a medida do lado do quadrado.

A *atividade 2* se assemelha à *Atividade 1*, no entanto, trata da relação de dependência entre a área e a medida do lado do quadrado.

DISCUSSÃO SOBRE A RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2.

Essa atividade também permite a discussão sobre, dependência (área e medida do lado do quadrado) e de não dependência (área e medida do ângulo interno do quadrado). As respostas para área devem ser dadas pela multiplicação das medidas dos seus lados. Essas respostas permitem chegar a maneira de se escrever a lei de formação que relaciona a área com a medida do lado do quadrado.

Atividade 3. Com o auxílio do software *GeoGebra*, desenvolva as atividades abaixo.

- a) Marque os pontos do item c, da atividade 1 no gráfico, situado na janela gráfica do software.
- b) O que você percebe a respeito da distribuição desses pontos?
- c) É possível fazer uma previsão do comportamento destes pontos, ou seja, aqueles pontos que não estão marcados seguem também uma regra de distribuição? Qual?
- d) No software há a opção de representar a lei de formação que você escreveu na letra e da atividade 1 por meio de uma representação gráfica. No entanto você precisará utilizar a letra y para representar o perímetro e a letra x para representar a medida do lado desse quadrado. Observe o que acontece quando você digita a lei de formação no campo entrada e aperta a tecla enter. O que você notou?

A *atividade 4* se assemelha à *Atividade 3*. No entanto, utiliza as respostas da atividade 2 que trata da relação de dependência entre a área e a medida do lado do quadrado.

DISCUSSÃO SOBRE A RESOLUÇÃO DAS ATIVIDADES 3 E 4.

Na resolução dessas atividades poderemos discutir sobre a localização de pontos no plano cartesiano e se esses – obtidos na tabela – são os únicos. Isso leva a discussão referente ao domínio da função, conceito importante para o estudo das representações gráficas de uma função. Essa atividade possibilita a percepção de um padrão na disposição dos pontos no plano o que se confirma com a ferramenta que permite a construção, no software, da reta que representa o gráfico da função.

OBSERVAÇÃO:

Não é nosso objetivo uma discussão, com os participantes da oficina, sobre as possibilidades de uso do software em questão. No momento da resolução das atividades 3 e 4, apresentaremos o software *GeoGebra*. Acreditamos que o fato de não o conhecerem não trará prejuízos à resolução das atividades. Pensamos que a simples explicação dos comandos necessários é suficiente para alcançar os objetivos desejados. No entanto após o término da atividade discutiremos sobre formas de se utilizar esse software (on-line e off-line) e como realizar a sua instalação em algumas plataformas.

4. Parte 2.

O objetivo dessa parte é reconhecer a representação gráfica de uma função do primeiro grau além de realizar manipulações em seus coeficientes utilizando o *GeoGebra*. Com isso acreditamos ser possível interpretar as relações entre os coeficientes e a posição da reta no plano cartesiano.

Os arquivos *A2*, *A3*, *A4*, *A5* e *Reta* serão disponibilizados aos participantes do minicurso no dia da realização do mesmo.

Atividade 1. Utilizando o *GeoGebra* obtenha as representações das funções considerando que todas elas tenham domínio real.

1) $y = 2x + 1$

2) $y = x^2 + 3$

3) $y = -3 + 4x$

4) $f(x) = -x + 2$

5) $f(x) = \sin(x)$

6) $y = \cos(x)$

7) $f(x) = x^3 + x^2 - x + 2$

8) $y = \frac{2}{3}x - 4$

9) $f(x) = -3x + \frac{1}{5}$

10) $y = 3$

11) $y = x$

Qual a característica das representações gráficas das funções cuja expressão algébrica são da forma $y = ax + b$ ou $f(x) = ax + b$?

Nessa atividade o software auxilia na conjectura de que a representação gráfica de uma função do 1º grau é uma reta, isso é possível graças a possibilidade de se observar, simultaneamente, os registros algébrico e gráfico

Atividade 2. Abra o arquivo *A2e* anote suas observações na folha.

- a) Movimentando o “a” construa a representação gráfica para $a = 1$.

- b) Movimentando o “a” construa a representação gráfica para $a = -1$.
- c) Movimentando o “a” construa a representação gráfica para diferentes valores de a.
- d) O que você pode observar quando o coeficiente “a” assume valores positivos.
- e) O que você pode observar quando o coeficiente “a” assume valores negativos.
- f) O que você pode observar quando o coeficiente “a” assume valores cada vez maiores?
- g) O que você pode observar quando o coeficiente “a” assume valores cada vez menores?
- h) O que você pode observar quando o coeficiente “a” assume valores cada vez mais próximos de zero?

Atividade 3. Abra o arquivo A3e anote suas observações na folha.

- a) Movimentando o “a” construa a representação gráfica para $a = 1$.
- b) Movimentando o “a” construa a representação gráfica para $a = -1$.
- c) Movimentando o “a” construa a representação gráfica para diferentes valores de a.
- d) O que você pode observar quando o coeficiente “a” assume valores positivos.
- e) O que você pode observar quando o coeficiente “a” assume valores negativos.
- f) O que você pode observar quando o coeficiente “a” assume valores cada vez maiores?
- g) O que você pode observar quando o coeficiente “a” assume valores cada vez menores?
- h) O que você pode observar quando o coeficiente “a” assume valores cada vez mais próximos de zero?

Atividade 4. Abra o arquivo A4e anote suas observações na folha.

- a) Movimentando o “b” construa a representação gráfica para $b = 0$.
- b) Movimentando o “b” construa a representação gráfica para diferentes valores de “b”.
- c) O que você pode observar quando variamos o coeficiente “b”?

Atividade 5. Abra o arquivo A5e anote suas observações na folha.

- a) Movimentando o “b” construa a representação gráfica para $b = 0$.
- b) Movimentando o “b” construa a representação gráfica para diferentes valores de “b”.
- c) O que você pode observar quando variamos o coeficiente “b”?

As atividades 2 à 5 exploram outra possibilidade do software, a construção e movimentação dos coeficientes da função chamado *controle deslizante*. A movimentação manual, ou automática desse parâmetro possibilita a observação de várias posições da reta no plano cartesiano e simultaneamente a sua representação algébrica o que permite alcançar nosso objetivo.

DISCUSSÃO SOBRE A RESOLUÇÃO DAS ATIVIDADES DA PARTE 2.

As atividades que compõem essa segunda parte da oficina possibilitam a interpretação da conversão¹, realizada pelo software, entre os registros algébricos e gráficos. Aqui o software é um importante aliado na construção do conceito de função, pois permite ao usuário observar simultaneamente as representações gráficas e algébricas e

¹ As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica. (DUVAL, 2003, p.16)

assim criar conjecturas sobre os coeficientes e posições das retas no plano cartesiano. A interpretação dessas representações dá significado aos números e símbolos presentes na lei de formação e permite a discussão sobre a sua aplicabilidade em outras áreas da matemática como, por exemplo, o estudo da posição relativa entre retas no plano.

5. Parte 3.

Nessa parte objetivamos a aplicação das conjecturas já construídas sobre os coeficientes angular e linear de uma função do 1º grau para determinar a representação algébrica da função que passe por determinados pontos do plano. Inicialmente solicitaremos que os participantes resolvam a *atividade 2* utilizando o papel e lápis e depois o software.

Atividade 1. Abra o arquivo *Reta*

- a) Encontre a lei de formação ($y = ax + b$) cuja representação gráfica passa pelos pontos A, B, C e D?
- b) Encontre a lei de formação ($y = ax + b$) cuja representação gráfica passe pelos pontos A e B simultaneamente?
- c) Encontre a lei de formação ($y = ax + b$) cuja representação gráfica passe pelos pontos C e D simultaneamente?

Atividade 2. Encontre as leis de formações das funções do 1º grau cujos gráficos são retas que passam pelos pontos:

- a) A(4,0) e B(0,12)
- b) C(2,3) e C(6,6)

COMENTÁRIOS SOBRE A RESOLUÇÃO DAS ATIVIDADES DA PARTE 3.

A atividade 1 tem como objetivo levar à interpretação geométrica do que vem a ser o valor do coeficiente “a” e assim como encontrá-lo dada a representação gráfica. Com as respostas dos participantes nas discussões da atividade 1 poderemos questionar sobre a possibilidade de diferentes respostas para o item a) e uma única resposta para os itens b) e c) que são alguns postulados da geometria plana.

A atividade 2 possibilita a observação da aplicação das conjecturas sobre a representação gráfica do valor do coeficiente angular. No entanto, isso não é o suficiente, resta determinar o coeficiente linear o que necessita da utilização das coordenadas de algum dos pontos.

6. Considerações Finais

Ao propormos esse minicurso buscamos contribuir com o trabalho de professores de matemática que buscam auxílio para o desenvolvimento de suas aulas relacionadas ao conteúdo de função do 1º grau. Realizamos neste trabalho, uma das possibilidades de utilização do software e apresentamos o que acreditamos serem algumas contribuições para a construção do conceito matemático em questão. O seu caráter dinâmico e a possibilidade de visualizar as representações algébrica e gráfica favorecem a apreensão desse conceito matemático durante a manipulação pelos alunos, o que no papel e lápis demandaria de mais tempo e de um certo rigor nos “desenhos”.

Como também fizemos, essas atividade podem ser modificadas para que se atendam as especificidades das situações escolares vividas pelos professores, assim como a escolha por um determinado software.

7. Referências

- CASTRO, Karina de Oliveira. **Ideias básicas de função no 9º ano do ensino fundamental: uma sequência de atividades com o auxílio do software Winplot.** REVEMAT, eISSN 1981-1322, Florianópolis (SC), v.6, n. 2, p. 49-66, 2011
- DE PAULA, Adnilson Ferreira. **Mobilização e articulação de conceitos de Geometria Plana e de Álgebra em estudos de Geometria Analítica.** Dissertação de mestrado. UFMS. 2011
- DUVAL, Raymond. **Registros de Representação Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática.** In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. (Org.). *Aprendizagem em Matemática: Registro de Representação Semiótica.* 1 ed. São Paulo: PAPIRUS, 2003. p. 11- 33.
- SANTOS FILHO, Constantino Veríssimo dos. **Conceito de função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem utilizando-se o computador como recurso didático.** 2003. Dissertação (mestrado em tecnologia) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- SOARES, Luis Havelange. **Tecnologia computacional no ensino de matemática: o uso do GeoGebra no estudo de funções.** 1ª conferência Latino Americana de Geogebra, ISSN 2237-9657, pp. LXVI – LXXX, 2012
- VALENTE, José Armando. **A espiral de aprendizagem: o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação.**/ José Armando Valente – Campinas, SP: [s.n.], 2005