

Encontro Nacional de Educação Matemática Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas

Curitiba, PR - 18 a 21 de julho de 2013



A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO ORIENTAÇÃO PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE JOVENS E ADULTOS

Ednaldo Vasconcelos da Rocha Universidade Estadual de Londrina ednaldo.uel@gmail.com

Regina Célia Guapo Pasquini Universidade Estadual de Londrina rcgpasq@uel.br

Resumo:

Este trabalho relata o resultado de uma investigação que realizamos em formação continuada, que trata do ensino de matemática na Educação de Jovens e Adultos. Apresentamos uma proposta que traz uma possibilidade de trabalho para a Educação de Jovens e Adultos, envolvendo conteúdos de Trigonometria, circunstanciada na Resolução de Problemas como metodologia de ensino. Apoiando-nos em diversos autores apresentamos nossas concepções sobre como deve ser o trabalho com essa modalidade da educação básica e como entendemos que a Resolução de Problemas, como estratégia para o ensino de matemática, pode auxiliar esses estudantes na construção dos seus conhecimentos.

Palavras-chave: Educação de Jovens e Adultos; Resolução de Problemas; Trigonometria no triângulo retângulo.

1. Introdução

Durante os anos de minha formação inicial participei de um projeto de extensão que se dedicava a Educação de Jovens e Adultos (EJA), intitulado "MATEJA: contribuições da Matemática na Educação de Jovens e Adultos". Durante esses anos tive contato direto com o estudante jovem e adulto, participei de várias aulas de Matemática para aqueles estudantes, como mero observador passivo, como monitor e por hora, exercendo o papel do professor, e com isso conheci várias histórias de crenças e de vida. Foi-me oportunizada uma vivência que jamais poderia ter conquistado se não tivesse me envolvido com aquela atividade, já que minha formação inicial não previa atividades com essa modalidade da educação básica. Sem dúvida, foi uma experiência singular na minha formação.

A aproximação com a EJA além de me marcar no aspecto social, desenvolveu-me um interesse particular com essa modalidade. Com isso, ao término da Licenciatura em Matemática, decidi me dedicar a estudos voltados a EJA, no sentido de desenvolver propostas de ensino para aqueles estudantes, seguindo as tendências em Educação Matemática que me foram apresentadas na graduação, pois acreditava que as propostas eram muito promissoras, quando comparadas ao ensino que tive desde meus primeiros contatos com a escola. Durante meu estágio escolhi trabalhar com a Resolução de Problemas para o desenvolvimento das minhas aulas, e as experiências positivas que tive levou-me a acreditar que seria viável construir conhecimentos com os estudantes jovens e adultos por meio daquela estratégia.

Dessa forma, trago o resultado dos meus estudos apresentando uma proposta que permite abordar os conteúdos de trigonometria no triângulo retângulo para as séries finais do Ensino Fundamental ou iniciais do Ensino Médio, a saber, para estudantes jovens e adultos.

2. A Educação de Jovens e Adultos - pormenores dessa modalidade da educação básica

A Educação de Jovens e Adultos (EJA) é uma modalidade da educação básica, destinada a pessoas adultas, que não frequentaram ou não concluíram o Ensino Fundamental e Médio na idade "regular".

Na década de 90 foi promulgada no Brasil a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN n. 9394/96), na qual prescreve a oferta de educação escolar regular para jovens e adultos, com características e modalidades adequadas às suas necessidades e disponibilidades. No artigo 37 dessa mesma lei, o parágrafo 1º prescreve que "os sistemas de ensino assegurarão gratuitamente aos jovens e aos adultos, que não puderam efetuar os estudos na idade regular, oportunidades educacionais apropriadas, consideradas as características do alunado, seus interesses, condições de vida e de trabalho, mediante cursos e exames" (BRASIL, 1996).

Nessa direção, salientamos que, apenas a oferta de vagas para o público EJA não é satisfatória, a oferta dessa escolarização envolve um arcabouço de condições e características e destacamos uma delas, a necessidade que os profissionais que se dedicam a essa modalidade da educação básica tenham uma formação que o torne preparado e

consciente em relação às especificidades que esse trabalho requer. Referimo-nos aqui às condições de formação que vão além da formação inicial que um professor recebe para lidar com o aluno da Educação Básica.

As práticas em sala de aula para EJA devem ser encaminhadas de modo diferenciado às práticas para indivíduos que estão no processo de aprendizagem em idade "regular", pois

quando falamos em Educação Matemática de Jovens e Adultos, não nos estamos referindo ao ensino da Matemática para o estudante universitário ou da pós-graduação, nem de cursos de Matemática que integram o currículo de programas de formação específica para profissionais qualificados, ou de sessões de resolução de problemas matemáticos com finalidade terapêutica ou diagnóstica. Estamos falando de uma ação educativa dirigida a um sujeito de escolarização básica incompleta ou jamais iniciada e que ocorre aos bancos escolares na idade adulta ou na juventude (FONSECA, 2007, p.14).

Os indivíduos da EJA, que denominaremos em nosso trabalho como sujeitos de conhecimento e aprendizagem, são pessoas adultas, que estão excluídas da sociedade, pessoas analfabetas, que podem não estar engajadas no rápido desenvolvimento tecnológico, que não estão aptas muitas vezes, a ler e interpretar as informações do mundo em que vive quer sejam, as apresentadas em um *outdoor*, as que envolvem a utilização das funções de um banco, os processos de comparação para uma compra em um supermercado ou uma loja, entre outras.

O dinamismo da sociedade atual requer indivíduos capazes, de absorver novas informações e interpretá-las rapidamente para tomar decisões que influenciam no modo de agir de cada um podendo trazer consequências desastrosas que influenciarão as suas vidas. Deste modo, destacamos a importância e o cuidado por meio da prática em sala de aula, ao lidar com esses sujeitos, valorizando e respeitando suas crenças, suas histórias de vida, seus interesses, seus valores, a diversidade dessa população, o ritmo próprio de cada um na apropriação do saber. Há um tempo diferenciado de aprendizagem e não um tempo único para todos. De modo que os limites e as potencialidades de cada educando devem ser respeitados e considerados em todo o processo de formação desse indivíduo.

É a singularidade dos estudantes jovens e adultos, que vem à tona, imerso em situações socialmente diferenciadas, que a nosso ver, deve ser considerada como recurso positivo na construção do conhecimento e para isso é preciso que o professor se sensibilize

e proporcione aos seus alunos a socialização de conhecimentos que favoreçam a formação do jovem e adulto de uma forma geral preparando-o para a vida.

Nesse contexto, as estratégias utilizadas pelo professor no trabalho docente devem, além de preparar e incentivar os estudos, referenciar a permanência do estudante na escola, pois nossa experiência revela a fragilidade que esse indivíduo apresenta ao retornar ao ambiente escolar, sobretudo pelo temor que a disciplina de Matemática exerce em relação a esse estudante. Alguns chegaram a manifestar que a matemática foi um dos motivos que contribuíram para o seu afastamento da escola quando estavam na idade desejada.

Com vistas a desenvolvermos um trabalho na prática em sala de aula direcionado aos apontamentos que realizamos, trazemos a Resolução de Problemas como estratégia para o ensino de matemática, pois acreditamos que essa estratégia pode exercer um papel significativo em relação aos objetivos que a Educação de Jovens e Adultos possui. Desse modo, de maneira breve apresentamos algumas reflexões sobre essa estratégia nas linhas a seguir.

3. A Resolução de Problemas como estratégia de ensino

No século XX o ensino da matemática passou por algumas reformas na busca de promover uma mudança no modo como se ensina e como se aprende matemática. No início desse século o ensino de matemática era caracterizado pela repetição, ou seja, o professor falava, o aluno recebia a informação, memorizava e repetia por meio de exercícios repetitivos. Anos depois, o aluno devia aprender matemática com compreensão, entendendo o que fazia. Nessa concepção, desconsiderava-se o ensino por meio da memorização e repetição, porém o aluno ainda não participava do processo de construção de seu conhecimento (ONUCHIC, 1999).

Na década de 1960-1970 o ensino da Matemática passou por uma renovação conhecida como Matemática Moderna, a qual apresentava uma matemática estruturada apoiada em estrutura lógica, algébrica e topológica e enfatizava a teoria de conjuntos. Nessa reforma privilegiava-se "o uso preciso da linguagem matemática, o rigor e as justificativas das transformações algébricas através das propriedades estruturais" (FIORENTINI, 1995, p.14).

Essa tendência comprometeu o ensino e o aprendizado, pois fugia da realidade do aluno, não contribuindo para que o mesmo estabelecesse relação entre a matemática utilizada na sala de aula e a matemática fora da escola.

No período em que o ensino da Matemática permeava o ensino da matemática com compreensão, com mais força vem a Resolução de Problemas como um meio para se ensinar matemática, mas, foi no final da década de 70 que a Resolução de Problemas recebeu atenção de pesquisadores no cenário mundial,

Começou o movimento a favor do ensino de resolução de problemas. Em 1980 é editada, nos Estados Unidos, uma publicação do NCTM – National Council of Teachers of Mathematics – que apresentou recomendações para o ensino da Matemática no documento "Agenda para a Ação", na qual a resolução de problemas é o foco do ensino da Matemática dos anos 80 (ONUCHIC, 1999, p.203-204).

Nesse documento são recomendadas algumas ações, dentre elas, que o currículo de matemática deveria ser organizado ao redor da Resolução de Problemas, que os professores de Matemática deveriam criar ambientes de sala de aula onde a Resolução de Problemas pudesse prosperar, que os programas de matemática dos anos 80 deveriam envolver os estudantes com Resolução de Problemas, apresentando aplicações em todos os níveis.

De um modo geral, no ensino de matemática, por meio da Resolução de Problemas, a situação-problema deve ser um ponto de partida, e o aluno necessita desenvolver uma estratégia para solucionar o problema, vale lembrar, que não devem ser situações em que o aluno apenas aplique de forma mecânica uma fórmula ou um processo operatório, o que descaracteriza o que entendemos por problema, que nesse trabalho é considerado como tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em fazer (Onuchic e Allevato, 2004, p. 221). Na busca da solução do problema são desenvolvidas técnicas matemáticas, abordados novos conceitos e procedimentos matemáticos. Nessa perspectiva, o aluno torna-se um sujeito ativo, participando do processo de construção do seu conhecimento.

Alguns documentos oficiais absorvem essa concepção, como por exemplo, os Parâmetros Curriculares Nacionais ao indicarem a Resolução de Problemas como ponto de partida da atividade matemática, e

[...] destacam a importância de os alunos desenvolver atitudes de segurança com relação à própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, de cultivar a auto-estima, de respeitar o trabalho dos colegas e de perseverar na busca de soluções (BRASIL, 1998, p. 15).

Já em nível estadual, as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Paraná corroboram quando colocam que

Cabe ao professor assegurar um espaço de discussão no qual os alunos pensem sobre os problemas que irão resolver, elaborem uma estratégia, apresentem suas hipóteses e façam o registro da solução encontrada ou de recursos que utilizaram para chegarem ao resultado. Isso favorece a formação do pensamento matemático, livre do apego às regras (PARANÁ, 2008).

Muitos jovens e adultos dominam noções matemáticas que foram aprendidas de modo informal ou intuitivo. Esse conhecimento que o estudante da EJA traz para o espaço escolar deve ser, além de valorizado, considerado como ponto de partida para a aprendizagem matemática. As situações matemáticas apresentadas devem fazer sentido para os alunos para que possam realizar conexões com o cotidiano e com outras áreas de conhecimento. (D'AMBROSIO, 2009).

Para valorizar essas noções matemáticas que o estudante EJA traz para a sala de aula, acreditamos que a Resolução de Problemas é uma estratégia que permite articular os conhecimentos prévios com conhecimentos matemáticos ainda desconhecidos pelo estudante EJA, utilizá-los em situações-problemas, sistematizar conceitos matemáticos, ampliar conhecimentos em relação aos conceitos matemáticos, entre outros.

4. O problema comentado

O conteúdo escolhido para desenvolver nossa proposta refere-se a conceitos da Trigonometria no triângulo retângulo. Apresentamos a seguir, parte dos resultados do nosso trabalho no intuito de mostrar como podemos utilizar a estratégia de Resolução de Problemas no trabalho com jovens e adultos.

4.1 Problema

Para encaminharmos uma aula por meio dessa proposta é necessário conhecimentos matemáticos sobre Razão e Proporção, Semelhança de triângulo e Triangulo retângulo.

PROBLEMA: Uma rampa lisa de 10 m de comprimento faz um ângulo de 30° com o plano horizontal. Um indivíduo que sobe essa rampa inteira eleva-se quantos metros verticalmente?

A escolha dessa tarefa deu-se em função do contexto no qual ela está inserida, tendo em vista, que uma rampa lisa pode ser encontrada em diversos locais, por exemplo: escolas, hospitais, shoppings, edifícios, na construção, etc. Deste modo, valorizamos o problema já que o professor terá a liberdade de contextualizar de acordo com o perfil do público EJA o qual estiver lidando, levando em consideração a realidade social desses indivíduos. Em um primeiro momento, a situação proposta pode parecer simples e rotineira, mas a intenção é permitir que o aluno EJA relacione a matemática utilizada com a matemática do seu cotidiano, pois a aprendizagem matemática acontece quando o indivíduo estabelece conexão entre a matemática escolar e a matemática fora do ambiente da sala de aula. Um dos nossos objetivos é contribuir para que o estudante, ao utilizar uma rampa de acesso, reconheça que ali existe matemática, e que a mesma foi discutida em sala de aula.

Em um primeiro momento, o professor pode pedir que os estudantes façam a representação ou esquema matemático da tarefa, a qual pode ser representada por um triângulo retângulo, com um ângulo agudo de 30°.

Havendo dificuldades, o professor pode direcionar o trabalho, questionando-os se alguma figura geométrica poderia ser utilizada para representar a situação. Se algum aluno conseguir representar matematicamente, é interessante que esse aluno vá até o quadro e explique como ele o fez, assim, é possível que por meio da comunicação e uso de suas linguagens, auxilie os demais estudantes na compreensão da representação matemática, desse modo, o professor terá oportunidade de conhecer o conhecimento que o estudante está expondo.

A seguir apresentamos uma possível solução para o problema:

SOLUÇÃO: Considere um triângulo retângulo com um ângulo agudo de 30° e altura **x** de modo, que essa altura corresponda ao cateto oposto em relação ao ângulo de 30° e a medida 10 m corresponda a hipotenusa do respectivo triângulo. Utilizando a razão seno do ângulo de 30°, temos:

$$sen (30^{\circ}) = \frac{x}{10} \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{1}{2} = \frac{x}{10} \qquad \Longrightarrow \qquad x = 5 \text{ m}$$

Deste modo, uma pessoa que sobe toda a rampa eleva-se 5 m verticalmente.

Não é esperado que os alunos apresentem essa resolução, e caso algum o faça, o professor pode questionar se o mesmo sabe justificá-la.

Será entregue aos alunos uma folha de papel com um triângulo retângulo em verdadeira grandeza na proporção 1 cm = 1 m, conforme a figura abaixo, que ilustra a situação proposta.

30°

Figura 1

Nesse momento, deverá ser colocado/negociado para os alunos que 1 cm medido corresponderá a distância de 1 m percorrida sobre a rampa.

O professor então fará perguntas aos alunos, como: Se uma pessoa ao caminhar sobre essa rampa, subir 2 m e parar, a que altura ela estará em relação ao plano horizontal? E se ela caminhar 6 m e parar a que altura ela estará em relação ao plano horizontal? E se percorrer 9 m a que altura estará do plano horizontal?

A intenção é que os alunos, com o auxílio de uma régua, façam as medições no triângulo que eles dispõe na folha entregue e registrem as medidas encontradas

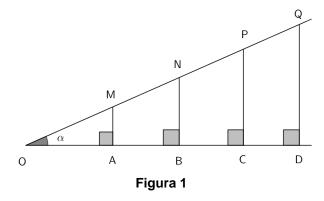
Distância caminhada sobre a rampa	Altura em relação ao plano horizontal
2 m	1 m
6 m	3 m
9 m	4,5 m

É importante que o professor esteja atento para auxiliar os alunos nas dificuldades que surgirem, é possível que algum aluno não saiba manusear a régua ao realizar as medições, sendo assim, é necessária a intervenção do professor para auxiliá-los.

Nesse momento, pergunta-se aos alunos: qual a razão entre a altura em relação ao plano horizontal e a distância caminhada sobre a rampa em cada parada?

Um aluno poderá ir ao quadro e representar cada razão por meio das frações que expressam as razões desejadas: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4,5}{9}$. Diante disso, o professor pode questionar que tipo de afirmação pode ser feita a respeito dessas frações? A intenção é concluir que são frações equivalentes, representando a mesma quantidade $\frac{1}{2}$, a partir daí deverá argumentar que a razão entre a altura e a distância que a pessoa percorre sobre a rampa é constante. Na sequência desse raciocínio, o professor deverá perguntar aos alunos: será sempre $\frac{1}{2}$, a razão entre a altura e a distância que o indivíduo percorre sobre essa rampa? Haveria alguma situação em que essa razão poderia ser mudada? A intenção dessa pergunta é motivar os alunos a pensar, que é a mudança de ângulo que interfere no valor da constante. Nessa sequência, poderá questionar: o que justifica o fato do valor constante?

Consideramos a representação a seguir



Sejam OAM, OBN, OCP e ODQ triângulos retângulos. Se necessário, o professor poderá relacionar a representação com o problema, por exemplo, o segmento OM pode corresponder a distância de 2 m percorrida sobre a rampa e ON a distância de 6 m percorrida sobre a rampa, e assim por diante. Pergunta-se aos alunos: o que podemos afirmar sobre os triângulos OAM e OBN, ou sobre os triângulos OCP e ODQ? Existe alguma relação entre eles? O professor tem a liberdade de escolher quaisquer triângulos.

A intenção é concluir que esses triângulos são semelhantes. Nesse momento, se necessário, o professor pode retomar o conteúdo de Semelhança de Triângulo e questionálos quais são as condições que garante a semelhança desses triângulos.

Em consequência da semelhança, obtemos as proporções, ou seja, a igualdade de

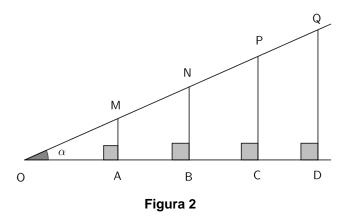
razões:

$$\frac{MA}{OM} = \frac{NB}{ON}, \ \frac{PC}{OP} = \frac{QD}{OQ}$$

Destacamos aqui apenas as proporções de nosso interesse, em relação à semelhança entre os triângulos OAM e OBN, OCP e ODQ, o que não limita o encaminhamento realizado pelo professor.

Nesse momento, é importante que o professor chame a atenção de que o fato de afirmarmos que estas razões são iguais vem da relação que existe entre estes triângulos, a relação de semelhança.

Após a discussão realizada o professor pode sistematizar o conteúdo seno de um ângulo agudo com base no seguinte, colocando-o como consequência da semelhança de triângulos, em todo triângulo retângulo com um ângulo interno agudo de medida α , as razões entre os lados correspondentes deste ângulo, são iguais:



$$\frac{MA}{OM} = \frac{NB}{ON} = \frac{PC}{OP} = \frac{QD}{OQ} = r$$

A razão (trigonométrica) r é chamada seno do ângulo α e denotada por sen (α) .

Em resumo, em um triângulo retângulo com hipotenusa ${\bf a}$ e catetos ${\bf b}$ e ${\bf c}$, em relação ao ângulo α escrevemos:

$$sen(\alpha) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$
Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática — ASN 2178-034X Página 10

Por meio da sistematização é possível solucionar o problema:

$$sen(30^0) = \frac{x}{10} \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{1}{2} = \frac{x}{10} \qquad \Longrightarrow \qquad x = 5 \text{ m}$$

Assim, uma pessoa que sobe toda a rampa eleva-se 5 m verticalmente.

5. Considerações Finais

Nossos estudos nos levam a acreditar que a Resolução de Problemas é uma estratégia que permite explorar e valorizar os conhecimentos prévios trazidos pelos estudantes, estimular o pensamento e o conhecimento de novos conteúdos, que antes eram desconhecidos pelo estudante EJA. Em uma próxima oportunidade pretendemos vivenciar os resultados da proposta apresentada em uma sala de aula EJA.

O encaminhamento desse trabalho por meio da Resolução de Problemas exige uma participação ativa do estudante e proporciona o diálogo entre professor e sua turma, tornando-os mais próximos e desenvolvendo relações que vão além da sala de aula no sentido que concebemos de uma educação matemática de jovens e adultos.

6. Agradecimentos

Agradeço à Professora Dr^a Regina Célia pelo empenho e dedicação na orientação desse trabalho e ao órgão responsável pelo XI ENEM, pela possibilidade de socializarmos nossas reflexões com a comunidade participante desse evento, e de propostas que visam contribuir para o ensino e aprendizagem da Matemática.

7. Referências Bibliográficas

BRASIL. MEC. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática - 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental. Brasília, MEC, 1998.

D'AMBROSIO, U. Educação Matemática: da teoria à pratica. São Paulo: Papirus, 2009.

FIORENTINI, D. *Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil*. Zetetiké. Campinas, n.4. 1995.

FONSECA, Maria da Conceição F. R. *Educação Matemática de Jovens e Adultos:* Especificidades, desafios e contribuições. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M.A.V. (org). *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas.* São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. *Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática*. Curitiba, 2008.

PARANÁ, Secretaria de Estado de Educação. *Diretrizes Curriculares para a Educação de Jovens e Adultos*. Curitiba. SEED/DEJA, 2005.

PARANÁ, Secretaria de Estado de Educação. *Educação de Jovens e Adultos (EJA)*. Disponível em http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br. Acesso em 08 mar.2013.