

A EXPERIÊNCIA DE 4 PROFESSORES A RESPEITO DO ENSINO DOS NÚMEROS INTEIROS: UM ESTUDO COM PROFESSORES MOÇAMBICANOS

Geraldo Vernijo Deixa

Universidade Pedagógica de Moçambique

Doutorando do Programa de Pós-graduação
em Ensino de Ciências e Educação Matemática da UEL/PR

e Bolsista do CNPq, e-mail: gdeixa@gmail.com

Marinez Meneghellos Passos

marinezmp@sercomtel.com.br

Universidade Estadual de Londrina-UEL / PR

Resumo

Esse artigo apresenta os resultados de um inquérito submetido a quatro professores de Matemática da Escola Secundária de Nicoadala-Província da Zambézia, Moçambique. O objetivo era compreender as metodologias que eles utilizam e as dificuldades que enfrentam, quando introduzem os números inteiros na 8ª série. Foi realizada uma pesquisa qualitativa, visando a compreensão das percepções desses professores por meio dos seus registros verbais e escritos. Dos resultados da pesquisa, concluímos que o ensino dos números inteiros é feito de forma compartimentada não havendo retroalimentação entre as três dimensões do conhecimento dos números inteiro, nomeadamente, a de reta, a abstrata e a do contexto.

Palavras-chave: números inteiros, dimensões de conhecimentos, ensino de números inteiros

1. Introdução

Na sequência de várias alegações dos professores de que os alunos não aprendem a Matemática, sobretudo quando abordam as operações sobre números inteiros relativos na 8ª classe, o presente trabalho surge na tentativa de verificar quais podem ser os motivos de tais alegações por parte dos professores. Assim, esta pesquisa desenvolveu-se a partir da questão: Como é que os professores daquela escola introduzem os números inteiros relativos na 8ª classe? Que dificuldades enfrentam no ensino dessas matérias?

Diante do exposto, foram objetivos da pesquisa: verificar a partir das respostas dos professores indícios de metodologias e de dificuldades no tratamento dos números inteiros relativos; identificar as tendências metodológicas que aquele grupo de professores utiliza para o tratamento dos números inteiros e, por fim, descrever como é que tais professores justificam a regra de multiplicação de dois números negativos para seus alunos.

Este trabalho está dividido em quatro seções: na primeira parte, apresenta uma visão geral a respeito de alguns estudos no campo dos números inteiros; na segunda, traz os materiais e os métodos desta investigação; na terceira, relacionamos os resultados da pesquisa e, na seção final, evidencia algumas considerações atinentes ao processo de pesquisa.

2. Tentativas de encaminhamentos

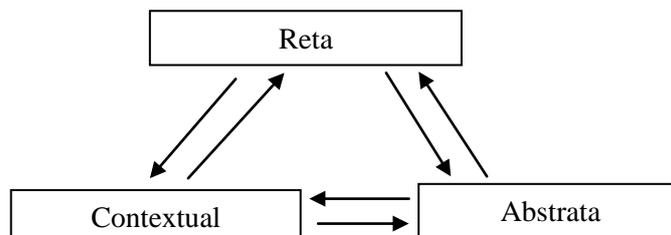
No âmbito da educação Matemática, Marí (1995, p.30) constatou que os livros didáticos, os programas e outros documentos curriculares apresentavam uma incoerência e algumas disfunções no ensino dos números naturais, dos números inteiros e das operações aritméticas elementares, dentre elas, podemos citar: a evitação expressa nos livros e nos programas de subtrações impossíveis entre números naturais; a maior atenção prestada às operações da aritmética; o tratamento didático como cópia simplificada e vulgarizada de processo linear de construção dos conjuntos numéricos e a maior atenção nos processos algorítmicos antes das dificuldades que abordam a construção e a compreensão dos conceitos correspondentes.

Marí (1995) aponta ainda alguns problemas didáticos específicos em relação à incompatibilidade do tempo da introdução por necessidades instrumentais e as justificativas satisfatórias dos conceitos e dos procedimentos correspondentes; a escolha do tratamento didático mais adequado antes da diversidade de construção e as vias de acessos; as dificuldades para abordar coerentemente as relações entre aritméticas dos números naturais e a dos números inteiros, entre "quantificação absoluta" e a "quantificação relativa" e, a insuficiência de processos didáticos usuais para abordar a passagem da aritmética e a álgebra.

Para Bruno (1997) o ensino dos números inteiros pode ser feito a partir de três dimensões: abstrata, reta e contexto. Na opinião da autora, a ausência de transferências entre as dimensões explica em grande parte as dificuldades que os alunos encaram na aprendizagem desses assuntos. Para a autora, cada dimensão apresenta suas características próprias. Assim, a dimensão abstrata envolve os conhecimentos sobre os sistemas numéricos como estruturas

matemáticas e as formas de escritas numéricas, os símbolos. A dimensão da reta envolve as representações dos números sobre a reta, baseada na identificação dos números reais com os pontos da reta e com vetores que indicam as direções. A dimensão do contexto envolve as aplicações, situações concretas em que se utilizam os números inteiros (p.7).

Figura 1– Processos de transferências dos conhecimentos entre dimensões



Fonte: Bruno (1997, p.7)

De acordo com Bruno (1997), para que um aluno compreenda os números inteiros ele deve ser capaz de realizar a retroalimentação dos conhecimentos entre as dimensões propostas. Todavia, indica que nesse âmbito o professor é o elemento fundamental do processo visto que é ele quem organiza as atividades que podem ativar a funcionalidade e a retroalimentação.

Já para Borba (1998) são duas abordagens que um professor pode utilizar quando pretende ensinar os números relativos. A escolha da abordagem utilizada na sala de aula depende da concepção e do domínio que o professor possui a respeito do assunto. Assim, são apontadas como abordagens:

[...] a primeira, essencialmente abstrata, tem como preocupação primordial a coerência interna do sistema e se utiliza basicamente da manipulação de símbolos. A segunda abordagem usa modelos concretos ou situações contextualizadas de que dão sentido aos números inteiros e às operações realizadas com eles (BORBA, 1998, p126).

A primeira abordagem afirma que os números inteiros são entidades Matemáticas abstratas inseridas em um sistema regido por certas regras e que deve ser ensinado como tais. Nela não se constroem modelos contextualizados, trabalha-se somente com regras. A segunda abordagem, pauta pela construção de modelos contextualizados que possa ajudar as crianças a aproximar cada vez mais a realidade dos objetos matemáticos (créditos, débitos, temperatura, altitudes, níveis de elevação de água em reservatório) (BORBA, 1998).

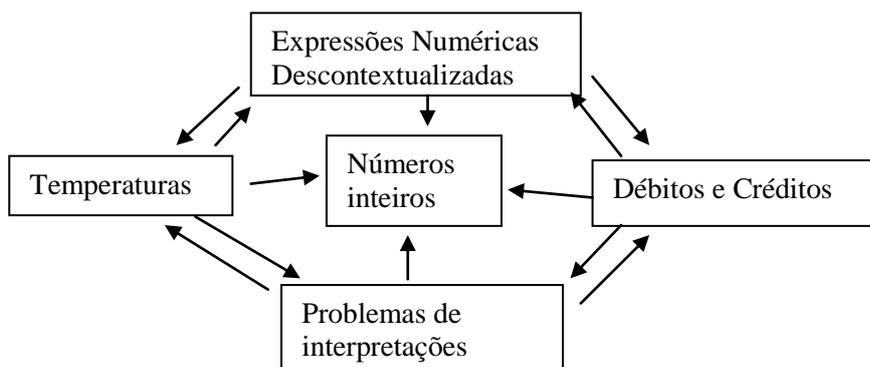
A subtração apresenta diferentes significados, senão vejamos: retiradas, decréscimo, inverso de acréscimo, comparação, complemento e diferenças entre quantidades no campo

numérico dos naturais. No novo campo dos relativos são acrescentadas a essas as diferenças entre transformações e relações (BORBA, 1998).

Segundo Carraher (1990) a representação sinalizada dos números negativos pode ser uma fonte de confusão para os alunos, se o sinal de menos for interpretado como indicação de uma subtração. Assim sendo, a autora argumenta que as dificuldades na aprendizagem formal dos números relativos estão relacionadas à diferença de significados da notação matemática (-). Para a autora, "o símbolo (-) pode representar uma operação, a subtração, ora o sinal posicional ou posicionamento de um número na reta numérica, ora a operação de inversão". Esses problemas podem ter origem na interferência com os sentidos intuitivos que as crianças adquirem quando são ensinados com adjetivação de dívidas e pela ênfase dada nos livros didáticos de retirar, como sendo o significado do sinal menos (MARÍ, 1995). De acordo com esse autor a metáfora de ganho e de perda funciona apenas nas operações de subtração e da adição. Por isso, o autor alerta-nos sobre a necessidade de um cuidado na utilização dessa metáfora visto que nas operações da multiplicação e da divisão ela não pode ser considerada.

Para o ensino dos números inteiros são sugeridos o uso de expressões numéricas descontextualizadas; o uso de problemas sobre débitos e créditos; o uso de problemas envolvendo temperaturas e interpretações de expressões numéricas (BORBA, 1998). A utilização dos diferentes contextos visa essencialmente a aquisição conceitual dos números inteiros relativos. A Figura 2 mostra o percurso a percorrer para aquisição do conceito de número inteiro em sala de aula.

Figura 2 – Construção do conceito de números inteiros a partir de vários contextos



Fonte: Adaptado de Borba (1998)

De acordo com Borba (1998), há necessidade de se buscar modelos nos quais as relações entre os contextos e as representações formais possam ficar bem claras e que sirvam de veículo para a transferência entre essas formas de representações (p.149). Essa transferência pode ajudar o aluno a entender que os "débitos" podem ser representados por números "negativos" e não que os números negativos são "débitos".

3. Metodologia de pesquisa

Caracterização da escola e dos sujeitos da pesquisa

Participaram do estudo quatro professores de Matemática que ensinam a 8ª série do Ensino Secundário Geral de Nicoadala. Todos possuem o ensino superior e têm uma larga experiência na docência em diferentes estabelecimentos de Ensino na Província da Zambézia em geral e em Particular no Distrito de Nicoadala. A seguir apresentamos as informações relevantes sobre os participantes e para a manutenção do anonimato, eles serão denominados por P1, P2, P3, P4 como sendo professores 1, 2, 3 e 4, respectivamente.

O professor P1 é graduado em Ensino da Matemática pela Universidade Pedagógica, Delegação de Quelimane em 2009. Com trinta (30) anos de idade e é professor de Matemática há oito anos. Os últimos três anos, leccionou a 8ª série do Ensino Secundário Geral (ESG) na Escola Secundária de Nicoadala.

O professor P2 fez o Bacharelado em Ensino de Matemática no ano de 2006, pela Universidade Pedagógica, Delegação de Quelimane. Possui 40 anos de idade e 10 anos de experiência lecionando no Ensino Primário (1ª a 7ª séries) e no Ensino Secundário Geral (8ª a 12ª séries). Na 8ª série já leciona há mais de cinco anos na Escola Secundária de Nicoadala.

O professor P3 possui trinta e oito (38) anos de idade e está graduado em Ensino da Matemática desde o ano de 2008, pela Universidade Pedagógica, Delegação de Quelimane. Possui nove (9) anos de docência no Ensino Primário e Secundário e lecciona a 8ª série há seis.

O professor P4 possui a graduação em Ensino de Matemática desde o ano de 2010, pela Universidade Pedagógica, Delegação de Quelimane, de trinta e cinco (35) anos de idade. É professor de Matemática há seis anos lecionando no Ensino Primário e Secundário. Ensina na 8ª série há quatro (4) anos na Escola Secundária de Nicoadala.

A escola tinha 12 turmas da 8ª série, sendo 10 do curso diurno e duas no curso noturno, nessas séries lecionam por 4 professores, 3 deles no período diurno e 1 no período noturno. Há ainda outros 2 professores de Matemática na escola (totalizando 6), todos esses professores (6) lecionavam em outras séries (9ª e 10ª) como forma para completar a carga horária exigida de 24 horas semanais.

A escolha pela 8ª classe justifica-se por ser essa a classe em que são tratados os números inteiros relativos pela primeira vez para o aluno após o ensino Primário. A escolha da escola se justifica por ser uma escola Secundária completa, isto é, nela há todas as classes do ensino secundário (da 8ª a 12ª classe) no distrito em que realizamos a pesquisa, e pelo fato de possuir professores muito experientes. E, ainda, pela facilidade encontrada quando da solicitação de colaboração para o desenvolvimento da pesquisa naquele estabelecimento de ensino.

Outro fator que auxiliou a escolha foi a localização da escola, junto à Administração do Distrito de Nicoadala, em um ambiente calmo uma vez que a estrada principal fica a mais de 500 metros, não havendo interferências de ruído de carros.

Métodos da pesquisa

A pesquisa teve por base um inquérito constituído por cinco perguntas todas de teor aberta. Era exigido que cada um deles explicasse suas respostas com base em seu conhecimento formal a respeito da Matemática e suas experiências no ensino dessa disciplina com relação aos números inteiros.

Elaboramos e aplicamos esse inquérito para quatro professores de Matemática, que ensinam a 8ª classe na Escola Secundária de Nicoadala. A pesquisa decorreu no mês de Maio do ano de 2012. A escolha dos sujeitos para esse estudo baseou-se em um caráter de voluntariedade. Assim sendo, o diretor pedagógico perguntou aos vários professores de Matemática daquela escola, quais deles tinham interesse em participar do estudo. Dessa solicitação, quatro (4) professores mostram a disponibilidade. Na continuidade, foram distribuídos os questionários para que cada um pudesse responder e devolvê-lo duas horas depois. Optamos por essa via para permitir que os inquiridos tivessem mais tempo para refletir e responder as perguntas colocadas.

De acordo com os pressupostos assumidos, nossa pesquisa se estrutura sob um carácter qualitativo. Tomamos como teóricos Moraes e Galiuzzi (2011) para a construção das

categorias e dos metatextos. Focalizamos a análise textual discursiva (ATD), via seus procedimentos que nos permitem chegar a um processo de categorização que emerge de uma organização, ordenamento e agrupamento de conjunto de unidades de análise com objetivo de expressar novas compreensões a respeito do fenômeno investigado. Nesse processo o investigador apreende e comunica sobre o fenômeno que investiga, por meio das descrições e das interpretações (MORAES e GALIAZZI, pp.73-91).

Nessa investigação assumimos o processo de categorização denominado emergente. É um formar indutiva de construção das categorias e decorre gradualmente ao longo da pesquisa, descrevendo e interpretando com vista à produção de um metatexto. Para esses autores, "categorizar é reunir o que é comum a partir do *corpus* construído", sendo que ao reunir, agrupam-se as unidades semelhantes.

Esse processo é recursivo e interativo, progride no sentido de explicitar com detalhes essas categorias, com vista a um aprofundamento na compreensão do fenômeno que se investiga. Os materiais textuais são separados e decompostos em unidades de base ou unidades de significados. As categorias são construídas a partir dessas unidades. Elas são melhoradas e validadas à medida que a pesquisa vai atingindo contornos mais avançados. É um processo longo e exigente, um movimento cíclico, em que essas categorias são revisadas, verificadas e reconstruídas.

Em todo o processo de categorização na ATD o foco está na interpretação, na subjetividade e na intersubjetividade de valorização dos contextos de produção e da natureza histórica dos processos de constituição de significados. Nesse processo, as interpretações e os sentidos dos materiais textuais analisados aproximam-se da hermenêutica, não havendo sentidos objetivos, isto é, reflete a visão do pesquisador. Há multiplicidade das vozes de sentidos presentes em toda comunicação, exigindo em cada momento uma reconstrução pelo investigador (MORAES e GALIAZZI, p.70). No processo de categorização são considerados como relevantes os conhecimentos tácitos do investigador sobre o assunto.

A partir da análise das respostas dos inquiridos construímos as seguintes categorias ou agrupamentos, conforme o quadro a seguir:

Quadro 3 – Categorização das respostas dos professores inquiridos

Categorias criadas	Caracterização
1. Ensinar consiste em agregar a vida real do aluno, a história do tema num processo interativo(origem dos números inteiros).	Essa categoria agrupa os procedimentos que os inquiridos utilizam quando trata pela primeira vez os números inteiros na 8ª série.

2. Vias preferidas pelos inquiridos para o ensino dos números inteiros.	Essa categoria agrupa as vias que os inquiridos utilizam quando ensinam os números inteiros na 8ª série.
3. Dificuldades sentidas/apontadas no ensino dos números inteiros e explicitação da regra de sinais na multiplicação em Z .	Essa categoria agrupa as dificuldades que os inquiridos sentiram durante os anos que ensinaram os conteúdos sobre números inteiros na 8ª série e traz uma explicação a respeito de procedimentos usados para justificar o resultado da multiplicação de dois números negativos.

Fonte: Dados primários.

As categorias construídas representam os textos analisados e refletem na problemática da pesquisa. Observamos a questão de validade por meio da consideração da homogeneidade, da exaustividade, da amplitude, da precisão e da exclusão mútua, características assumidas para esta composição.

Para o efeito de análise das respostas dos inquiridos elencamos os professores por P1, P2, P3 e P4 e as questões por Q1, Q2, Q3, Q4 e Q5. A seguir apresentamos as questões aplicado nesse estudo:

1. Fala um pouco a respeito de como você ensina Matemática (Q1).
2. Como você trabalha os conteúdos a respeito dos números inteiros relativos na 8ª classe? (Q2)
3. Que dificuldades encontra quando pretende abordar os números inteiros com os seus alunos? Como tem ultrapassado tais dificuldades? (Q3)
4. Como você justifica a multiplicação de dois números negativos?(Q4)
5. Fala um pouco a respeito da origem dos números negativos (Q5)

Apresentação dos dados

Para facilitar a análise dos dados coletados nesse estudo, agrupamos os depoimentos em quadros conforme o número da questão, Quadro 4, 5, 6, 7 e 8 para as questões Q1, Q2, Q3, Q4 e Q5, respectivamente.

Quadro 4 – Respostas dadas na questão Q1

Sujeitos da pesquisa	Respostas dadas a questão 1
P1	A Matemática sendo uma ciência em que trata de fenômenos ligados ao cotidiano, é a partir desses fatos que procuro relacionar o que se trata na Matemática.
P2	Ensino a Matemática em função da realidade do local de trabalho. Muitas vezes ensino a partir de um historial ligado ao tema e em seguida aos próprios conteúdos.
P3	Ao ensinar a Matemática tenho em conta: primeiro contar uma história ligado ao tema a abordar com vista a motivar interesse no mesmo, ouvindo opinião de cada um, uma vez que o aluno não é caixa vazia e da daí abordando o essencial.
P4	Eu ensino Matemática baseando-se nos factos reais, tomando em consideração a realidade dos alunos.

Fonte: Dados Primários

Quadro 5 – Respostas dadas na questão Q2

Sujeitos da Pesquisa	Respostas dadas a questão 2
P1	Trabalho como se estivesse a tratar de números naturais mais com um pouco de especificidade por causa dos números negativos.
P2	A respeito dos números inteiros [...] inicio com os números naturais, elucidando com exemplos reais da vida no que tange nas contagens e operações possíveis neste conjunto como é evidente, é um conjunto familiar aos alunos. E, depois segue-se aos inteiros negativos.
P3	Baseio-me 1º em exemplos concretos e práticos da vida real usando estes mesmos números. Desse modo sabe-se logo que estamos nos números inteiros negativos partindo do menos infinito a mais infinitos.
P4	Com base nos programas do ensino da 8ª classe e do livro do aluno.

Fonte: Dados Primários

Quadro 6 – Respostas dadas na questão Q3

Sujeitos da pesquisa	Respostas dadas a questão 3
P1	A dificuldade tem sido do sinal posicional do resultado quando se trata das operações com os inteiros.
P2	Uma das dificuldades é levar o aluno acreditar a existência dos números negativos e como efectuar as operações com esses números com segurança.
P3	A dificuldade nota-se mais quando começamos a fazer a soma destes números sem uso da recta orientada. Daí que é bom começar sempre com o uso da recta orientada para depois as somas algébricas.
P4	Várias dificuldades com maior incidência no jogo de sinais, uma vez que os alunos já estiveram habituados os números naturais.

Fonte: Dados Primários

Quadro 7 – Respostas dadas na questão Q4

Sujeitos da pesquisa	Respostas dadas a questão 4
P1	Quando se trata de dois números negativos o produto desses números é como se fosse dois naturais e para o sinal posicional, se tiverem os mesmos sinais é sempre positivo.
P2	$(-1)(2)(-1)(5) = (-1)(-1)(2)(5) = (-1)(-1)(10) = 10$. O que significa que oposto de -10 é $+10$. Na multiplicação de dois números negativos justifico da seguinte maneira: $(-2)(-5) = -[(2)(-5)] = -[(-5) + (-5)] = -(-10) = (+10)$.
P3	Neste caso a partir do uso da tabela concluímos juntos que quando é multiplicação 1º conjugamos os sinais $(-1)(-1) = (+1)$ e depois multiplicamos os números a parte uma vez que conjugamos os sinais anteriormente.
P4	Com base na tabela de jogos de sinais: $(-1)(-1) = (+1)$. Então a multiplicação de dois números negativos é positivo.

Fonte: Dados Primários

Quadro 8 – Respostas dadas na questão Q5

Sujeitos da Pesquisa	Respostas dadas a questão 5
P1	Falar da origem dos números inteiros é um pouco complexo porque a quem diz que foi a partir da temperatura que se verificou numa cidade em que os termómetros marcavam uma temperatura abaixo do zero grau [...].
P2	A origem dos números negativos pode estar associada a uma dívida em dinheiro, por exemplo, ao ceder outrem um valor e este não retornar torna-se uma falta a este dinheiro, é parte negativa. E surgem assim os números negativos pela primeira vez na china e os indianos

	descobriram quando tentavam formular um algoritmo para a resolução de equações quadráticas.
P3	Os números negativos surgiram, por exemplo, quando fazemos a subtração 3-0; 3-2; 3-3; e ao atingir 3-4. Aqui começa a ginástica.
P4	Os números negativos aparecem para completar algumas questões naturais que só com os números naturais era difícil interpretar.

Fonte: Dados Primários

Resultados parciais

Com base na análise das respostas dos sujeitos que nos foi facultado por meio do inquérito, pudemos constatar que, para esse grupo de professores, não há muitas divergências quanto às abordagens dos números inteiros relativos. Uma razão, para essa constatação, pode ser o fato de que todos os inquiridos pertencem à mesma escola e fazem os planejamentos das aulas em conjunto. Verificamos que na sua maioria, os inquiridos abordam os números inteiros via aritmética, embora alguns tenham se referido a contextos históricos como suporte para a introdução desse assunto.

Os inquiridos afirmam ter usado situações reais para a introdução dos números inteiros, contudo, não evidenciam essas situações nas respostas. O Quadro 9 indica as vias pelas quais os inquiridos ensinam a Matemática.

Quadro 9 – Como ensina Matemática (Q1)

Vias apontadas	Inquiridos	%
Liga a Matemática com a vida do aluno	P1 e P4	50
Usa a História do tema num processo interativo	P3	25
Conta uma História sobre o tema	P2	24

Fonte: Dados primários

O Quadro 9 evidencia as situações que os inquiridos recorrem para ensinar a Matemática. Nesse quadro podemos observar que 50% dos inquiridos relacionam a Matemática com contextos reais da vida do aluno, subentendendo que utilizam a dimensão do contexto. Verificamos ainda que 25% dos inquiridos utilizam a História da Matemática em um processo interativo, enquanto os outros 25% utilizam a História da Matemática de forma unilateral, isto é, centrado no professor. Pelas respostas dadas podemos inferir que apesar de diferentes respostas apontadas, eles convergem na dimensão abstrata. Todavia, observamos que as três dimensões apontadas pelo Bruno (1997) não ocorrem em simultâneo nesses inquiridos.

Com a segunda pergunta pretendíamos compreender quais eram as metodologias que os inquiridos utilizavam para ensinar os números inteiros na 8ª classe. Das respostas ora

apresentadas, constatamos que na sua maioria preferem introduzir os números inteiros a partir dos números naturais aos negativos, conforme descrito no quadro a seguir.

Quadro 10 – Como ensina os números inteiros na 8ª classe (Q2)

Dimensões	Abstrata \Rightarrow abstrata	Contexto \Rightarrow abstrata	Abstrata \Rightarrow contexto \Rightarrow reta
Inquiridos	P1	P2 e P3	P4
%	25	50	25

Fonte: Dados Primários

Mediante as informações do Quadro 10, podemos notar que 50% dos inquiridos seguem o movimento contexto-abstrato para introduzir os números inteiros na sala de aulas. Podemos verificar também que 25% dos inquiridos seguem o movimento: abstrata-contexto-reta e o restante (25%) seguem o movimento abstrato-abstrato. Desta forma, podemos inferir que não pode haver circularidade entre as dimensões, consequentemente podendo não ocorrer a transferência de conhecimentos entre tais dimensões. Na opinião de Bruno (1997) essa forma de ensinar os números inteiros pode revelar-se como fonte de dificuldades para os alunos.

Relativamente à questão Q3, os inquiridos indicam como dificuldades a insegurança, quando trabalha com os números inteiros relativos, apontando a dificuldade dos alunos em acreditar na existência dos números negativos. Relatam ainda que os alunos não conseguem diferenciar o papel que o sinal menos (-) desempenha nesse novo conjunto dos números inteiros relativos. Essas constatações corroboram as posições de Carraher (1990) e Borba (1998). O quadro a seguir procuramos evidenciar tais dificuldades.

Quadro 11–Dificuldades apontadas pelos inquiridos, questão Q3

Dificuldades apontadas	Inquiridos	%
Com o sinal menos (-)	P1 e P4	50
Acreditar a existência dos números negativos	P2	25
Com operações em Z	P3	25

Fonte: Dados primários

Como podemos observar no quadro anterior, 50% dos inquiridos afirmam ter enfrentado dificuldades em explicitar o papel do sinal menos (-) em diferentes situações. Podemos observar também que 25% afirmam que seus alunos não acreditam da existência dos números negativos e, igualmente, 25% afirmam que os alunos apresentam dificuldades na realização de operações com números negativos. Destas informações podemos inferir que os inquiridos precisam de metodologias alternativas para ensinar os números inteiros relativos na 8ª classe.

Com relação à quarta questão pretendíamos perceber como é que os inquiridos justificam que a multiplicação de dois números negativos resulta em um número positivo. Nessa ordem de ideia, solicitamos que cada um explicasse seus procedimentos que utiliza para convencer o aluno de tal situação. Da análise das respostas dos inquiridos, percebemos que todos (100%) recorrem o jogo de sinais para justificar a multiplicação de dois números negativos, conforme o quadro abaixo.

Quadro 12 – Justificação do resultado da Multiplicação de dois números negativos (Q4)

Justificação da multiplicação de dois números negativos	Inquiridos	%
Jogo do sinal	P1; P2, P3 e P4	100

Fonte: Dados Primários

Quanto a origem dos números negativos, os inquiridos apontam três situações: a primeira trata-se da impossibilidade da subtração em N. Nesse caso, os números negativos surgem para atender a extensão dos conjuntos numéricos. A última tem a ver com questões de comércio e da resolução de equações quadráticas, conforme quadro abaixo referente a questão Q5.

Quadro 13 – As origens atribuídas aos números inteiros relativos

Origem dos números negativos	Dívida e equações quadráticas	Impossibilidade de subtração em N
Inquiridos	P1 e P2	P3 e P4
%	50	50

Fonte: Dados primários

É enfatizada a introdução dos números inteiros a partir da impossibilidade de se efectuar a subtração em N (50% dos inquiridos) do tipo $a-b$, com b maior que a , ou seja, o número inteiro é introduzido a partir do abstrato para abstrato. Esse fato pode causar dificuldades de aprendizagem visto que o aluno é forçado a ver um conceito muito cedo antes de estar suficientemente preparado. Assim, concordamos com Marí (1995) quando afirma que observa-se um tratamento didático "como cópia simplificada e vulgarizada de processo linear de construção dos conjuntos numéricos". Portanto, para a introdução dos números negativos é necessário que seja explicada a necessidade do seu surgimento a partir do seu significado na vida real (INDE, 2010, p.17).

4. Considerações finais

Percebemos a partir desse estudo que a a introdução dos números negativos é justificada por motivações internas da Matemática. Portanto, há necessidade de surgimento dos números negativos para que a operação da subtração seja sempre possível. Uma

consequência trivial dessa situação pode ser a justificação do produto de dois números negativos usando o jogo dos sinais.

Assim, a análise dos resultados evidenciou a ausência de consensos sobre a origem dos números negativos; a falta de uma justificação lógica da regra dos sinais da multiplicação de números negativos; todos os professores inquiridos se basearam nos jogos de sinais para justificar porque menos vezes menos resulta em mais; todos introduzem os números inteiros via aritmética, porém, ao ser solicitados para explicar como é que têm introduzido os números inteiros apontam terem usado contextos reais, obstando as suas respostas.

De acordo com as respostas dadas nesse questionário, os professores não utilizam simultaneamente os três contextos para ensinarem os números inteiros. Portanto, constatamos que há ausência de retroalimentação dos conhecimentos entre as dimensões do conhecimento dos números inteiros (BRUNO, 1997). Essa ausência pode constituir um fator que explica os desconfortos quer para os alunos bem como para os próprios professores nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

5. Referências Bibliográficas

- BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. O ensino e a compreensão de números relativos. In Analúcia Schliemann e David Carraher(orgs.). **A compreensão de conceitos aritméticos: Ensino e pesquisa**. Campinas: Papyrus, 1998. pp.121-151.
- BRUNO, Alicia. La enseñanza de los números negativos: apotrtaciones de una investigación. **Números Revista de didáctica de las Matemática**, n.29, Marzo de 1997. pp.5-18.
- CARRAHER, Terezinha Nunes. Negative numbers without minus sign. In: **Proceedings of the 14th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, July 15-20, v. III, México, 1990.
- INDE. Plano curricular do Ensino Secundário Geral (PCESG). Documento orientador, Objetivos, política, Estrutura, planos de estudos e Estratégias de implementação, Maputo, Imprensa Universitária, 2010.
- MARÍ, José Luis González. **El campo conceptual de los números naturais relativos**. Tesis Doctoral, Universidad de Granada, 1995.
- MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. **Análise Textual discursiva**. 2. ed. Ijuí: Editora Unijuí, 2011.