

Encontro Nacional de Educação Matemática Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas

Curitiba, PR - 18 a 21 de julho de 2013



DOIS EXPERIMENTOS EDUCACIONAIS PARA O ENSINO DE ÁREAS PARA ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL

Ana Maria Martensen Roland Kaleff Universidade Federal Fluminense anakaleff@vm.uff.br

Fernanda Malinosky Coelho da Rosa Mestranda - Universidade do Estado de São Paulo – Rio Claro malinosky20@hotmail.com

Matheus Freitas de Oliveira Bolsista/CAPES/PIBID/Universidade Federal Fluminense matheusfreitas@id.uff.br

Ohanna da Silva Mourão Bolsista/Monitora/Universidade Federal Fluminense ohanna@vm.uff.br

Resumo:

Os recursos didáticos aqui apresentados visam a atender a demanda advinda da inclusão de alunos com deficiência visual nas salas regulares. Este relato apresenta uma alternativa para o estudo de áreas de polígonos em duas abordagens, as quais têm em comum um conjunto de malhas táteis para o ensino desses alunos. A primeira trata do caso do *Desafio dos Quadrados Superpostos* e a segunda das características geométricas de um enfeite denominado *Flor Natalina*. As atividades têm sido apresentadas em mostras do Museu Interativo Itinerante de Educação Matemática do Laboratório de Ensino de Geometria da Universidade Federal Fluminense (UFF) e testadas com alunos com deficiência visual do Ensino Médio no Colégio Pedro II, no Rio de Janeiro. A fundamentação teórica das atividades segue os princípios elencados nos Parâmetros Curriculares Nacionais e suas Adaptações para alunos com deficiências, o Modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico e as orientações pedagógicas advindas de artigos publicados na Revista Benjamin Constant.

Palavras-chave: Educação inclusiva; Geometria; Polígonos; Área.

1. Introdução e Justificativa

A necessidade de adequar o ensino de conteúdos para alunos com deficiência é atualmente do conhecimento de todos. A educação inclusiva deve ser prioridade para os profissionais, mas para isto, estes devem estar preparados para esse novo desafio escolar. Os Parâmetros Curriculares Nacionais enaltecem a atenção à diversidade da comunidade

escolar e se baseiam na hipótese de que a realização de adaptações curriculares pode atender a necessidades específicas de aprendizagem dos alunos.

A atenção à diversidade está focalizada no direito de acesso à escola e visa à melhoria da qualidade de ensino e aprendizagem para todos, irrestritamente, bem como as perspectivas de desenvolvimento e socialização. A escola, nessa perspectiva, busca consolidar o respeito às diferenças, conquanto não elogie a desigualdade. As diferenças vistas não como obstáculos para o cumprimento da ação educativa, mas, podendo e devendo ser fatores de enriquecimento. (BRASIL, 1998, p. 23)

Os experimentos e produtos educacionais apresentados no presente relato foram desenvolvidos no Laboratório de Ensino de Geometria (LEG) do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal Fluminense (UFF), em Niterói – RJ, no âmbito de dois projetos de extensão, um de monitoria e ainda de outro de iniciação à docência. Esses experimentos e produtos têm sido desenvolvidos visando a uma melhor formação, qualificação e capacitação de licenciandos e professores de matemática, assim como a criação de recursos e desenvolvimento de conteúdos para alunos com deficiência visual, buscando a inclusão que cada vez mais se faz necessária na escola.

Cabe ressaltar que neste artigo, utiliza-se a expressão "pessoa/aluno com deficiência" assumindo sua condição de pessoa inteira, com sua deficiência construída socialmente, e a ela remetida (Diniz, 2007, apud Anjos, Andrade e Pereira, 2009, p. 119.).

No LEG, tem-se buscado, desde 2008, condições que permitam a realização de uma educação inclusiva, evitando a exclusão e o fracasso escolar, pois se acredita que não basta colocar o aprendiz em sala de aula sem garantir-lhe o envolvimento com práticas que permitam romper as barreiras que impedem a aprendizagem e envolvem preconceitos. Desde então, as ações no LEG, estão muitos voltadas para a preparação profissional do licenciando de matemática com vistas a instrumentalizá-lo para o ensino de alunos com algum tipo de deficiência. Indo ao encontro desse ideal, deu-se início a um projeto de extensão chamado *Vendo com as Mãos* no qual são desenvolvidos recursos didáticos especiais e atividades adaptadas a partir daquelas destinadas a videntes, e agora preparadas para atender alunos com deficiência visual, tanto para cegos quanto com baixa visão. Nos últimos anos, tais recursos foram testados no Instituto Benjamin Constant (IBC) e no Colégio Pedro II (CPII) ambas as instituições situadas no Rio de Janeiro. Para mais informações sobre esse projeto ver em Kaleff e Rosa (2012).

Para motivar os alunos para o estudo de áreas de polígonos, foram desenvolvidos dois experimentos educacionais sob a perspectiva de abordagens distintas. A primeira é

fruto de um estudo realizado no âmbito do projeto de monitoria *Iniciação a Docência para a Melhoria do Ensino de Geometria*, no ano de 2011. Esse estudo, chamado *Desafio dos Dois Quadrados Superpostos*, é baseado em um problema proposto em 1950 aos alunos do *Los Angeles City College*, apresentado por Crone (2010), e permite ao aluno enfrentar situações-problema que podem ser resolvidas sem auxílio de fórmulas muito elaboradas.

A segunda abordagem é baseada em um enfeite artesanal de Natal que foi trazido ao LEG por uma das autoras desse relato. Desde o primeiro contato com esse artefato, ela havia percebido o seu grande potencial pedagógico, o qual, após uma análise mais acurada, se tornou perceptível a toda a equipe do projeto. O estudo das propriedades matemáticas, que podem ser encontradas por um aluno do ensino básico ao fazer a construção desse artefato, foi propiciado pelo Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (CAPES/PIBID/Matemática-UFF). Esse, assim como os projetos supracitados, visa à melhoria da formação do licenciando e da qualidade do ensino de matemática em estabelecimentos da rede básica escolar. Esse programa busca, principalmente, incentivar jovens licenciandos a reconhecerem a relevância social da carreira docente, promover a articulação teoria-prática e a integração entre escolas e instituições formadoras de professores.

Durante a confecção de um molde das pétalas que formam a *Flor Natalina*, nome dado ao adorno natalino em questão, a equipe do LEG teve a atenção voltada para a potencialidade pedagógica do material em mãos e partiu para uma análise do molde utilizado, com base nos princípios relacionados à contagem e introdutórios ao ensino de áreas de polígonos. A partir daí, foram desenvolvidas atividades que visam a levar o aluno, por meio da observação do molde de uma pétala do adorno, à construção de conceitos de progressão aritmética e seus elementos: termos de uma progressão, razão, soma de um número finito de termos de uma progressão e suas respectivas fórmulas.

Os experimentos educacionais advindos dos estudos mencionados já foram incorporados ao acervo de materiais didáticos e atividades do Museu Interativo Itinerante de Educação Matemática (LEGI). Desta forma, o correspondente conjunto de materiais já foi exposto em diversas mostras realizadas em vários eventos na UFF em Niterói e Rio de Janeiro, no *VI Encontro Paraibano de Educação Matemática* (João Pessoa – PB) e na *VI Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática* (Campinas – SP). No âmbito da Universidade Aberta do Brasil, foram apresentados, em eventos organizados pelo curso de

especialização a distância para professores *Novas Tecnologias para o Ensino de Matemática* (NTEM), em Macaé (RJ), Araras (SP), Cubatão (SP) e Lagoa Santa (MG).

2. Fundamentação Teórica e Metodologia

Apesar das muitas discussões e controvérsias entre matemáticos e educadores, sobre a utilização de materiais concretos manipulativos nas aulas de matemática, nas últimas décadas, educadores matemáticos tem estudado o papel desses recursos didáticos na aprendizagem. O principal mito referido por muitos dos debatedores dessas controvérsias é que a utilização desses recursos didáticos no ensino da matemática torna inexequível a abstração de determinados conceitos e do ensino de uma matemática mais avançada. No entanto, desde o tempo da antiga União Soviética, educadores matemáticos estudam a utilidade desses recursos didáticos no âmbito da abstração e apontam para o fato de que na aprendizagem:

Os conceitos evoluem com o processo de abstração e esta ocorre pela separação mental das propriedades inerentes aos objetos. [...] Esse processo começa com o apoio dos nossos sentidos e, assim, ele é aparentemente paradoxal, porque para se chegar ao abstrato, é preciso se partir do concreto. (LORENZATO, 2006, p.22)

Nos experimentos educacionais aqui relatados, as atividades a serem desenvolvidas pelo aluno visam à construção do conceito matemático pelo próprio aluno, tal conceito que ainda não foi apresentado a ele em forma de uma definição, porque o estudante deve elaborá-lo em sua mente por meio da interação com os recursos didáticos que lhes são oferecidos. Vale ressaltar que o conceito de um objeto matemático não deve ser confundido com o da sua definição matemática, visto que essa expressa uma ideia científica própria daqueles que fazem a ciência denominada Matemática.

Segundo Kaleff (2008), para iniciar os alunos nos conceitos a serem introduzidos para uma aprendizagem significativa lhes devem ser exibidos atributos relevantes, assim como atributos não relevantes do referido conceito. Entende-se por atributos relevantes aqueles que são necessários satisfazerem para que se tenha um exemplo positivo do conceito, enquanto os não relevantes são aqueles que podem surgir em apenas alguns casos particulares. Essa aprendizagem significativa deve estar ligada intimamente à sua funcionalidade, posto que os saberes adquiridos devam ser efetivamente utilizados quando o aluno deles precisar em determinada ocasião. Assim, da perspectiva da Educação Matemática considerada no LEG, como os alunos ainda não são matemáticos, por mais que

muitos possam vir a sê-lo, é necessário considerar cada momento da construção individual do conceito pelo aprendiz, ou seja, de sua aprendizagem significativa, antes da apresentação das definições matemáticas.

Os experimentos educacionais aqui relatados foram organizados sob essa perspectiva e conforme o *Modelo de van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico*. Como mencionado em Kaleff (2008, p. 43), esse modelo consiste em duas partes: a primeira, da descrição da estrutura cognitiva, composta por cinco níveis mentais a serem necessariamente desenvolvidos pelo aluno para a assimilação de um conceito geométrico. Já a segunda parte apresenta uma metodologia de ensino para o desenvolvimento do conceito geométrico considerado em cada nível de estrutura mental.

Dessa forma, para a elaboração dos experimentos educacionais em questão, como usualmente vem sendo trabalhado no LEG, utiliza-se uma metodologia que difere da usual, a qual além de ser fundamentada no Modelo de van Hiele, ainda permite que os alunos realizem atividades com recursos didáticos manipulativos simples e de baixo custo, totalmente criados no LEG e geralmente não encontrados no comércio. Por outro lado, com base nos artigos da Revista Benjamin Constant, é que a equipe envolvida no projeto Vendo com as Mãos seleciona ou adapta, dentre os experimentos educacionais desenvolvidos no LEG, aqueles cujos recursos manipulativos são julgados mais adequados para o ensino do aluno com deficiência visual. Tais recursos educacionais atendem, na medida do possível, a vários alunos simultaneamente, possibilitando o despertar do interesse da criança até do jovem adolescente, permitindo-lhes, ainda, uma ampla diversidade de experiências de modelagem matemática. Além disso, levando em consideração que os recursos desenvolvidos no LEG já dão atenção à percepção visual, e, portanto, em sua maioria, os aspectos visuais já atendem às demandas dos alunos com baixa visão, na escolha dos recursos didáticos para o aluno com maior grau de deficiência visual foram priorizados os materiais que atendem melhor aos aspectos da percepção tátil, que são significativos para o tato e podem vir a se adequar ao aluno cego.

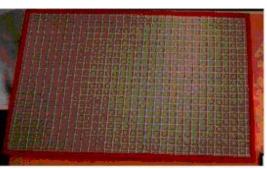
Cabe salientar que para cada um dos artefatos manipulativos foram criados *Cadernos de Atividades* que são pequenos volumes contendo coletâneas de tarefas a serem realizadas pelo aluno ou pelo visitante do Museu. Para os alunos com deficiência visual, foram confeccionados *Cadernos de Atividades Especiais* que apresentam todas as tarefas editadas em formato de letra de tamanho adequado aqueles com baixa visão (tamanho 18 a 20 pt), e também escritas em Braille, indicadas para os cegos.

No que se segue apresentam-se as características dos dois experimentos educacionais especiais com diferentes abordagens para o estudo de área de polígonos: *Desafio dos Quadrados Superpostos* e a *Flor Natalina*.

3. Sobre as características dos dois experimentos educacionais

Inicialmente cabe salientar que os dois experimentos educacionais aqui relatados têm em comum o uso de várias pranchas com malhas táteis de diversos tipos que permitem facilitar a aprendizagem do conceito de área de um polígono, sendo todas elas artesanais e de baixo custo. Duas delas podem ser vistas na Figura 1. A prancha artesanal denominada de malha de papelão com tela antiderrapante é confeccionada com papelão tipo Paraná, recoberto por uma lâmina de plástico adesivo, sobre a qual é colada uma malha quadriculada adaptada a partir de tecido antiderrapante utilizado na confecção de tapetes. Os quadrados dessa malha têm cerca de 1,0 cm de lado, obtidos por meio do recorte de cada duas quadrículas da malha do tecido antiderrapante original. Essa técnica de recorte permite que os quadrados da malha sejam bem melhor percebidos ao tato pelo aluno com deficiência visual, do que aqueles encontrados na tela original (Figura 1a). Na Figura 1b, encontra-se outra prancha, a qual tem se mostrado ser a mais adequada para o uso com o aluno com deficiência, ou seja, a de malha de papelão com quadrículas de fio de linha. Este artefato consiste em uma placa de papelão tipo Paraná, recoberta por uma tela quadriculada, obtida pela colagem de uma rede de fios de linha, cuja espessura permite uma boa percepção tátil. Para esse aparelho, tem sido utilizado um fio resistente e um pouco mais grosso do que aquele empregado na construção de pipas.





a) Malha de papelão com tela antiderrapante b) Malha de papelão com quadrículas de fio de linha Figura 1 - Pranchas de Apoio com Malhas para o Ensino de Áreas. Fotos: Acervo do LEG.

As aplicações para testagem didática dessas malhas têm sido realizadas nas instituições IBC e CPII, sendo utilizadas como ferramentas para o cálculo de áreas das

peças dos jogos de quebra-cabeças do tipo *tangram*, tanto geométricos quanto artísticos entre outras atividades. Relato de parte dessas aplicações encontra-se em Kaleff e Rosa (2012).

Em 2011, no CPII, durante uma aplicação dos tangrans, com alunos com deficiência do oitavo e nono ano do Ensino Fundamental e também do primeiro ao terceiro ano do Ensino Médio, com faixa etária entre 15 e 20 anos, verificou-se a necessidade desses estudantes realizarem atividades introdutórias que levassem em conta somente formas geométricas bem elementares, para que se tornassem capazes de utilizar as malhas como ferramentas no cálculo de áreas. Essas atividades deveriam apresentar formas poligonais mais simples do que aquelas encontradas nos jogos, e, com as quais, os alunos pudessem se habituar à contagem das unidades quadradas e com a de partes de uma unidade da malha. Buscando habilitar esses alunos ao uso e à contagem das malhas, foram desenvolvidas quatro atividades introdutórias ao estudo de áreas que foram incorporadas ao experimento educacional *Desafio dos Quadrados Superpostos*. Para essas atividades foram criadas pranchas de apoio que apresentam, em uma mesma forma vazada em baixo relevo, uma malha quadriculada e uma poligonal elementar, como na Figura 2.

O estudo realizado sobre esse *Desafio* permitiu a elaboração de atividades didáticas e materiais manipulativos para os alunos trabalharem polígonos regulares, irregulares e equivalentes e pavimentações, através da observação dos ângulos internos de certos polígonos. Para tanto, após as quatro atividades introdutórias ao estudo de área, é apresentada uma situação-problema sobre quadrados superpostos, a qual envolve dois quadrados de mesma medida de lado, sendo que um vértice de um deles está fixado no centro do outro quadrado. O desafio é mostrar que, independente da rotação que se faça, a medida da área da figura de superposição dos quadrados será sempre a mesma. Desta maneira, foi elaborada uma proposta de desafio estimuladora, com a qual o aluno pode desenvolver o raciocínio lógico dedutivo, revisar diversos conteúdos matemáticos e modelar a situação-problema, para ser resolvida. Na Figura 2, pode ser visto o artefato manipulativo construído para a exploração das tarefas propostas no *Desafio*, ele é composto por uma prancha de apoio, um círculo e um quadrado giratório de canudo, ambos de material plástico.





Figura 2 - Prancha de apoio e artefato manipulativo para resolução do Desafio. Fotos: Acervo do LEG.

Por sua vez, em meados de novembro do ano de 2011, chegou ao LEG um curioso enfeite de Natal confeccionado com material de baixo custo. Este se assemelha a uma estrela, ou uma flor, chamou a atenção de todos por conta da sua forma intrigante, era a *Flor Natalina*, que pode ser visto na Figura 3. Ela incitou a curiosidade de todos em saber como fora confeccionada e uma das bolsistas do LEG ensinou o passo-a-passo para a sua confecção.

Uma pergunta logo se instalou ao se observar atentamente uma das pétalas que formam a *Flor Natalina:* qual a quantidade de material necessária para construir tal enfeite? Essa também é a pergunta que inicia o estudo desenvolvido no LEG no âmbito do projeto CAPES/PIBID/Matemática-UFF, e que permite ao aluno, caso não seja capaz de responder a esta pergunta inicial, ser conduzido a realizar uma sequência de atividades divididas em três cadernos: *Conhecendo a Flor Natalina*, *Construindo a Flor Natalina* e *Matemática na Flor Natalina*. Ao término do experimento, o aluno terá revisto os conceitos de área e quadrilátero, além de possibilitar ao professor uma alternativa de introduzir os conceitos referentes à progressão aritmética.

As atividades do primeiro caderno conduzem o aluno a observar as características da *Flor Natalina*, por exemplo, observar que ela é formada por pétalas, como é formato de cada uma delas, observar as uniões das partes contidas em cada pétala. Com o auxílio de uma pétala, desenvolvida especialmente para essa etapa do experimento, o aluno pode observar a forma geométrica que surge após a planificação da pétala. Ao se deparar com essa planificação o aluno já deve ser capaz de apresentar meios para responder a pergunta, já que a forma geométrica da planificação é um quadrilátero bastante comum e, geralmente, de conhecimento de todos: um quadrado.

O segundo caderno de atividades proporciona ao aluno um roteiro de como construir uma pétala da *Flor Natalina*, sendo que o quadrado da planificação é dividido em

uma malha triangular que, no terceiro e último caderno, irá ser útil para a introdução dos conceitos referentes à progressão aritmética por meio da contagem de áreas, tendo como unidade de medida um triângulo tomado na malha considerada sobre o quadrado.



Figura 3 - Estrela Natalina. Uma pétala e sua planificação. Fotos: Acervo do LEG.

Cabe novamente lembrar que, todo o material utilizado com a *Flor Natalina*, mantendo coerência com a filosofia do LEG e do CAPES/PIBID/Matemática-UFF é de baixo custo e de fácil acesso à realidade do aluno do ensino básico e de seus professores. São necessários recortes de uma lâmina de emborrachado fino de 2 mm (que facilmente pode ser substituída por recortes em papel cartão), cola, tesoura e régua.

4. Considerações Finais

Como já citado, os experimentos educacionais aqui relatados foram incorporados ao acervo de materiais manipulativos e atividades do LEG e foram expostos em diversas mostras do Museu LEGI. Em todas as mostras, assim também como nas aplicações em sala de aula no CPII e no IBC, pode-se perceber um intenso interesse e até um encantamento dos visitantes e alunos ao se depararem com os problemas curiosos propostos nos experimentos e nas maneiras inusitadas de resolvê-los por meio dos artefatos.

Em geral, a boa receptividade que os estudantes apresentaram aos materiais permite afirmar que os recursos cumprem com o objetivo proposto de democratização da matemática, disciplina que é muitas vezes vista como distante e inatingível pela maioria das pessoas. No entanto, pelo observado, trabalhar com atividades que utilizem recursos didáticos manipulativos e que proporcionem ao aluno a chance de estar à frente do processo de aprendizagem de forma autônoma, contribui para a melhoria da própria autoestima, permitindo uma melhor formação em matemática. Além disso, as aplicações dos experimentos educacionais aqui relatados permitem afirmar também que eles

preenchem as necessidades dos alunos com deficiência visual, tornando possível a visualização da representação de conceitos antes somente tidos como abstratos.

Sobretudo, é importante ressaltar a forte relevância dos projetos que ambientaram e permitiram a elaboração dos experimentos educacionais relatados para a formação dos licenciandos e também para a formação continuada de professores em atividade nas escolas. Os projetos, além de propiciarem uma inserção mais ativa do licenciando nas escolas, o que geralmente não se tem nos estágios obrigatórios em disciplinas de pesquisa ou práticas de ensino, permitem uma aplicação prévia das atividades (no LEGI e nas instituições parceiras). Isso também fornece a possibilidade de serem observadas as mudanças necessárias à melhoria dos procedimentos para o entendimento das atividades propostas a serem realizadas pelos alunos nas escolas. Assim, ainda quanto aos graduandos, os licenciandos envolvidos nos projetos aqui arrolados, têm o grande privilégio de, com base nas experiências vivenciadas fazer uma análise da situação, uma reflexão conjunta com a equipe envolvida no projeto e procurar meios de melhorar as condições dos experimentos para que realmente aconteça uma aprendizagem significativa por parte dos alunos, tanto videntes quanto daqueles com deficiência visual.

5. Referências

ANJOS, H. P.; ANDRADE, E. P.; PEREIRA, M. R.. A inclusão escolar do ponto de vista dos professores: o processo de constituição de um discurso. **Revista Brasileira de Educação**, v. 14, n. 40, p. 116-129, jan./abr. 2009.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Adaptações Curriculares: Ensino de primeira a oitava série. Brasília: MEC/SEF/SEESP. 1998.

CRONE, S. et al. Focus in High School Mathematics: Geometry. Reston-USA: NCTM. 2010.

KALEFF, A. M. M. R. **Tópicos em Ensino de Geometria - A Sala de Aula Frente ao Laboratório de Ensino e à História da Geometria**. CEDERJ/UAB. 2008. 225p.

KALEFF, A. M. M. R.; ROSA, F. M. C. Buscando a Educação Inclusiva em Geometria. **Revista Benjamin Constant** (Rio de Janeiro), v. 51, p. 22-33, 2012.

LORENZATO, S. O laboratório de ensino de Matemática e os materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. (Org) O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores. São Paulo: Autores Associados. 2006. p. 3-38.