

## O QUE FALTA NO ENSINO DE NÚMEROS RACIONAIS PARA OS ALUNOS SURDOS?

*Elizabeth Leopoldina da Silva*  
UNIBAN  
[elizabeth\\_ls@yahoo.com.br](mailto:elizabeth_ls@yahoo.com.br)

*Cláudio de Assis*  
UNIBAN  
[claudiodeassis@hotmail.com](mailto:claudiodeassis@hotmail.com)

### **Resumo:**

Neste trabalho abordamos o conceito de Números Racionais com o objetivo de interpretar os diferentes significados associados a esses números, observando sujeitos surdos envolvidos na resolução de problemas. Buscamos verificar se há um sinal específico que possa expressar os significados associados às frações. Foi elaborada uma lista com alguns problemas e, com o auxílio de um intérprete, solicitou-se que os participantes surdos tentassem resolvê-los e apresentassem suas respostas usando língua de sinais. Os resultados mostram que não há um sinal específico que represente o conceito de frações ou, especificamente, os seus subconstrutos. Nossos sujeitos utilizaram sinais próprios, dependendo de como interpretavam os problemas. Concluímos também que as dificuldades associadas aos números racionais não envolvem necessariamente a falta de um sinal adequado, mas sim a falta de adequação das representações matematicamente aceitas na tradução do contexto do problema.

**Palavras-chave:** Surdos; Números Racionais; Subconstrutos; Sinais.

### **1. Introdução**

A preocupação com o ensino de matemática é sempre colocado em pauta. Agora, pensemos então nos alunos surdos, que nem sempre se comunicam da mesma forma que seu professor.

Nunes (2012) coloca que mesmo os alunos surdos tendo dificuldades com a aprendizagem matemática, em testes de inteligência não verbais, o desempenho desses alunos não é significativamente diferente do desempenho dos alunos ouvintes. Com isso notamos que as crianças surdas e as ouvintes podem se desenvolver da mesma forma. Isto fica evidenciado quando Vygotsky (1997, p. 213) afirma que “as leis que regem o

desenvolvimento, tanto da criança normal quanto da anormal, são fundamentalmente as mesmas”.

Nunes (2012) ainda ressalta que a surdez não está diretamente ligada à aprendizagem matemática, mas que ela é um “fator de risco” para essa aprendizagem. Segundo a autora “o desenvolvimento dos alunos surdos em matemática é regulado pelos mesmos princípios que o desenvolvimento matemático dos alunos ouvintes”. A autora parte da hipótese de que “se o acesso dos alunos surdos aos conceitos e representações matemáticas for garantido, podemos diminuir a diferença entre surdos e ouvintes em competência matemática”.

Nesse sentido, nosso trabalho tem por objetivo interpretar os diferentes significados associados aos números racionais, a partir das observações dos sujeitos surdos resolvendo problemas acerca do tema.

### **1.1. Números racionais e seus significados**

Rodrigues (2010, p. 48) nos fala sobre as diferentes “interpretações” de um número racional, quando trabalhamos com problemas matemáticos contextualizados. Em seu trabalho apresenta pesquisas cujo foco é a construção do conceito de número racional que, segundo a autora “exige uma abordagem que contemple um conjunto de situações que dê sentido a esse objeto matemático”

Uma das pesquisas trazidas por Rodrigues (2010) é a de Kieren (1976), que considera sete interpretações de números racionais:

- frações que podem ser comparadas, somadas, subtraídas, multiplicadas e divididas;
- frações decimais que formam uma extensão dos números naturais, ou seja, uma extensão do sistema decimal de numeração;
- classes de equivalência de frações como  $\{3/2, 6/4, 9/6, \dots\}$ ;
- números da forma  $a/b$  onde  $a$  e  $b$  são inteiros e  $b \neq 0$ , isto é, razões de números inteiros;
- operadores multiplicativos, por exemplo, "estreitadores" ou "alargadores";
- elementos de um conjunto quociente infinito, isto é, há números da forma  $x = a/b$ , onde  $x$  satisfaz a equação  $b \cdot x = a$ ;
- medidas ou pontos sobre a reta numérica. (p. 29)

A compreensão do conceito de números racionais, segundo Kieren (1976, *apud* Rodrigues 2010) é alcançada se essas interpretações forem trabalhadas de forma articulada,

e não isolada. De acordo com Rodrigues (2010) em outros trabalhos de Kieren (1981, 1988, 1993) essas interpretações são consideradas “subconstrutos”.

Apresentando as pesquisas de outros estudiosos, Rodrigues (2010) faz referência aos trabalhos de Behr, Harel, Post e Lesh (1992), que fazem uma releitura dos subconstrutos de Kieren e apresentam os subconstrutos: *decimal, operador, quociente, coordenadas lineares (número), razão, taxa e medida fracionária (parte-todo)*. Nota-se que a convergência entre alguns subconstrutos de Behr, Harel, Post, Lesh e de Kieren, mas há divergência também.

[...] o subconstruto medida fracionária uma reformulação da noção parte-todo, esse subconstruto indica "quanto há de uma quantidade a uma unidade especificada daquela quantidade". Para eles o subconstruto taxa e razão, definem uma nova quantidade/grandeza relacionando outras duas quantidades/grandeza, mas há uma distinção entre ambos; as taxas podem ser adicionadas ou subtraídas enquanto as razões não. Esses autores definem o subconstruto quociente como resultado de uma divisão. Essa maneira de ver o número racional está relacionada à nossa pesquisa, como já foi dito anteriormente, exploramos o número racional a partir de sua representação fracionária para a decimal pela divisão. (Rodrigues, 2010, p. 51-52)

Nunes e Bryant (1996) *apud* Rodrigues (2010) apresentam cinco subconstrutos: número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo. É justamente sobre esses cinco significados que nosso trabalho irá se pautar para falarmos sobre o ensino de frações para alunos surdos. Mas assim como Rodrigues (2010) usaremos as definições propostas por Lamon (1999) que se aproximam bastante das propostas por Nunes e Bryant (1996).

- *Número* – definido por aquelas situações em que o número racional na forma fracionária,  $\frac{a}{b}$ , possui uma representação decimal, e que representa um valor na reta numérica. Para compreender esse subconstruto, o aluno precisa entender que o número racional na forma fracionária não representa um número sobre outro, mas sim a divisão de um número por outro, além de saber que esse número representa uma posição na reta numérica, que entre esses dois números existem infinitos números e observar que há duas formas para representarmos um número racional, isto é, a forma fracionária e a forma decimal.
- *Parte - todo* – definido por aquelas situações em que um todo é dividido em partes iguais, ou seja, naquelas situações onde há a ideia de partição. Para compreender esse subconstruto, o aluno precisa entender que as partes estão divididas de forma

igualitária, verificar que essas partes realmente são iguais, compreender que o numerador é parte do denominador e ainda, quanto mais se dividir o todo, menores são as partes.

- *Medida (usado por Kieren como razão)* – definido por aquelas situações em que os números racionais, que colocados na forma fracionária, representa a comparação entre duas grandezas. Neste caso, uma parte é dividida em outras menores, assim como na parte-todo, contudo, neste caso verifica-se quantas vezes uma parte caberá na outra. Para compreender esse subconstruto, o aluno precisa saber comparar grandezas, além de entender o conceito de grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.
- *Quociente* – definido por aquelas situações em que se utiliza a divisão (quociente) ou partição para resolver um problema. O quociente é o resultado da divisão de dois números quaisquer, desde que inteiros e diferentes de zero, ou seja,  $\frac{a}{b} = a \div b$ . Para compreender esse subconstruto, os alunos precisam relacionar a fração com a divisão, onde o numerador dessa fração é o número que irá ser dividido, e o denominador é o número que irá dividir o numerador. Assim é importante que eles observem que o numerador é parte do denominador.
- *Operador multiplicativo* – definido por aquelas situações em que os números racionais são tomados como um escalar, ou seja, algo que quando operado com outro, transforma o anterior, e com isso esses números recebem o nome de operador. Para compreender esse subconstruto, os alunos precisam compreender que esses números, que aparecem na forma  $\frac{a}{b}$ , são algo que transformam um conjunto, reduzindo ou ampliando-o.

## 2. O ensino de frações

A nossa pesquisa é centrada no conceito de frações para os surdos. De acordo com Nunes (2012) as pesquisas envolvendo a ensino de surdos são voltadas para questões da

linguagem e da leitura. A autora destaca ainda que em seu trabalho alunos surdos que terminam o Ensino Fundamental estão, em média, com um atraso de três anos e meio em relação aos seus pares ouvintes quando nos referimos aos seus conhecimentos matemáticos.

Souza (2010) também trabalhou com aprendizes surdos onde, com e sem o auxílio de um recurso tecnológico, investigou as interações desses sujeitos em situações de aprendizagem relacionadas ao conceito de número racional. O autor ressalta que a surdez é um fator de risco, mas não a causa para as dificuldades na aprendizagem de matemática, assim como afirmam Nunes (2012).

Apesar de estas pesquisas envolverem aprendizes surdos e o ensino de frações, há estudos realizados com aprendizes ouvintes que apresentam resultados relevantes para nossos estudos.

Okuma e Ardenghi (2011), em seu trabalho que teve por objetivo “investigar as variáveis envolvidas na produção de respostas na resolução dos problemas propostos sobre fração” (p. 82), concluíram que há semelhanças nas estratégias propostas pelos alunos, mas que há “dificuldade de interpretação e de conceitualização dos significados” (p. 92). Além disso, concluíram que com a intervenção, na qual trabalharam com estórias, ou seja, contextualizando o conteúdo, houve uma melhoria significativa nos resultados, e com isso, os alunos conseguiram superar a barreira que dificultada à compreensão do conteúdo.

Araújo (2010) em sua pesquisa buscou problemas e limitações no ensino de números fracionários, a partir de observações de docentes. Neste trabalho, utilizou questionários e análise de livros para chegar a concluir que a melhoria na formação em matemática dos alunos depende de um conjunto de ações. É necessário que se trabalhe de forma contextualizada, mostrando aos alunos que a matemática faz parte do cotidiano.

Com os resultados apresentados nos trabalhos citados acima, podemos perceber a importância no ensino e aprendizagem do conteúdo de números racionais. Algumas das pesquisas trabalharam com alunos ouvintes, enquanto outras com alunos surdos. Em ambos os casos, é notável a dificuldade apresentadas pelos alunos sobre o conteúdo em questão.

## 2.1. Os sujeitos de pesquisa

Neste artigo apresentamos dois adultos surdos que aceitaram participar voluntariamente da pesquisa – Bernardo e Eloísa. Ambos advêm de família de ouvintes. Bernardo é formado em Informática e Letras-Libras, atuando atualmente como professor de Letras-Libras no Ensino Superior. Eloísa possui Ensino Fundamental completo e trabalha como instrutora de Libras na APASMA – Associação de Pais e Amigos dos Surdos em Mauá.

A atividade foi realizada com o auxílio de um surdo que se prontificou para interpretar e explicar a atividade impressa constituída por sete problemas, os quais abordavam os cinco subconstrutos mencionados anteriormente. Cada sujeito realizou a atividade individualmente e em uma única sessão que durou aproximadamente quinze minutos e que foi videogravada.

## 2.2. Os problemas

Nosso intuito é interpretar os diferentes significados associados aos números racionais por meio de problemas que abordam esses subconstrutos. Com isso pretendemos observar se existe alguma relação entre os sinais em Libras e os significados abordados. Para isto, escolhemos alguns problemas apresentados por Malaspina (2007) e Damico (2007), pois são conhecidos na comunidade acadêmica e já foram aplicados e estudados por outros pesquisadores. Reproduzimos na sequência cada um dos problemas apontando o subconstruto em que se enquadram.

- Subconstruto parte-todo:

*Problema 1* – Uma barra de chocolate foi dividida em três partes iguais. Carlos comeu duas dessas partes. Que fração representa o que Carlos comeu?



*Problema 2* – Em uma loja de presentes, tem 2 bonés azuis e 1 boné branco, todos do mesmo tamanho. Que fração representa a quantidade de boné branco em relação ao total de bonés?

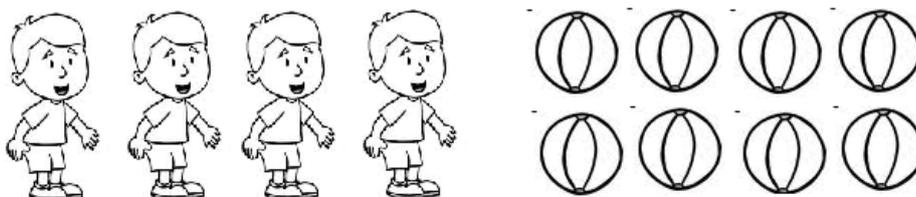


- Subconstruto quociente:

*Problema 3* – Na mesa do restaurante existem 5 crianças. A garçonete serviu 3 tortas para dividir igualmente entre elas. Qual a fração que cada criança irá receber?

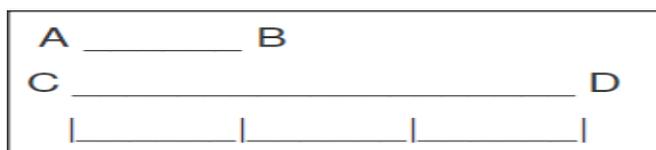


*Problema 4* – Foram divididas igualmente 8 bolas de futebol de mesmo tamanho para 4 crianças. Quantas bolas de futebol cada criança ganhará? Que fração representa essa divisão?



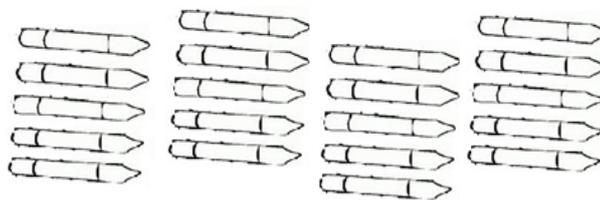
- Subconstruto medida:

*Problema 5* – Como medir o comprimento do segmento CD usando o segmento AB? Qual o resultado? E ao contrário, qual é a medida de AB usando o CD como medida?



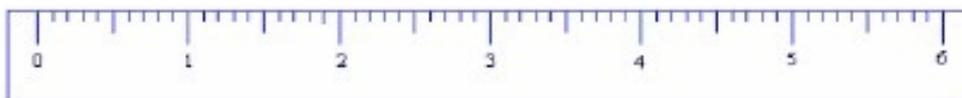
- Subconstruto operador:

*Problema 6* – Um estojo contém 20 lápis coloridos. Marina deu  $\frac{3}{4}$  dos lápis para sua amiga. Quantos lápis Marina deu?



- Subconstruto número (ou coordenada linear)

*Problema 7* – Represente na reta numérica a fração  $\frac{2}{3}$ .

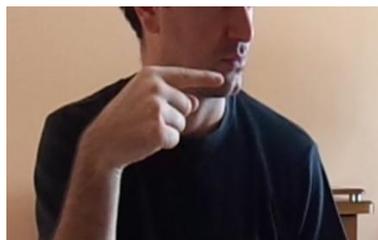


Neste artigo discutiremos os problemas 1, 2, 3 e 4 da atividade.

### 3. Realização da atividade e coleta de dados

Para entender melhor como ocorreu à análise dos dados, é preciso entender qual a nossa proposta com a atividade impressa. Quando entregamos a atividade aos surdos, pedimos que tentassem compreender e encontrar as respostas para os problemas. Uma vez compreendido solicitamos que tentassem explicar o problema em Libras, sinalizando suas respostas. Tendo o objetivo de avaliar a relação entre sinal e significado não nos interessava uma resposta escrita.

Assim que iniciamos as observações dos vídeos notamos que não havia um sinal ou sinais específicos com os quais associaríamos os subconstrutos. O sinal em Libras apresentado na Figura 1 foi utilizado pelos surdos em algumas representações para a palavra “fração”.



*Figura 1 – Bernardo fazendo o sinal de fração.*

Em um dos momentos dos vídeos, no qual Bernardo e Eloísa tentavam resolver o Problema 1 que envolveu o subconstruto parte-todo, observamos uma diferença relevante os sinais empregados por eles.



*Figura 2a – Bernardo representando 3 sobre 2*



*Figura 2b – “2 comeu 1”*

Na representação de Bernardo (Figura 2a), o 3 significava em quantas partes o chocolate foi dividido, e o 2 o número de pedaços comidos por Carlos. Assim ele coloca, no numerador da fração, o número de partes em que o todo foi dividido e no denominador as partes consumidas. Para ele essa representação parece fazer mais sentido e nos dá indícios de que ele compreendeu o contexto do problema.

O mesmo acontece na representação de Eloísa (Figura 2b). O 2 significa os pedaços que foram comidos, enquanto o 1 representa “o todo” – a barra de chocolate. Podemos notar que Eloísa, intuitivamente respondeu corretamente, entretanto ela associou a barra de chocolate (o todo) e não as partes na quais ela foi dividida. No caso de Eloisa não há uma resposta para “que fração?”, mas sua resposta nos sugere que se houvesse uma escolha o número que apareceria no numerador e no denominador se aproximaria da representação usual.

O Problema 2 também enquadra-se no subconstruto parte-todo, no entanto, diferentemente do que acontece no Problema 1, o todo é constituído por 3 bonés de mesmo

tamanho e não por partes de um objeto. Bernardo pensa sobre a resposta, mas observa o intérprete, que neste momento também envolve-se na resolução do problema. Em seguida, o intérprete responde que acha que a resposta é um boné branco em três, ou seja,  $1/3$ . Assim que Bernardo vê a resposta do intérprete aponta imediatamente para o Problema 1 e, quase “gritando”, diz que o Problema 2 é diferente do 1. O intérprete não diz nada e apenas pergunta se ele concorda com sua resposta, e Bernardo diz que sim, 1 boné branco em três.

Eloísa responde o Problema 2, inicialmente, sinalizando 3, o sinal de fração e 1 (Figura 3). Cabe destacar que diferente de Bernardo, Eloísa só introduz o sinal de fração no seu discurso depois que o intérprete faz esta sugestão.



*Figura 3 – Eloísa representando 3 sobre 1.*

Percebemos que ela, a princípio, responde do mesmo modo que Bernardo respondeu o Problema 1, colocando o todo no numerador e a parte representada no denominador. Entretanto, quando é questionada sinaliza “um boné branco em três”. Observando a resposta de Eloísa, percebemos que o contexto é compreendido e que a resposta correta é dita, mas a representação de uma fração para a situação não ocorre da forma considerada matematicamente válida.

Os Problemas 3 e 4, que envolvem o subconstruto quociente, ofereceram desafios diferentes para os participantes. No Problema 3 temos três bolos para serem repartidos para cinco crianças, o que exigia que os sujeitos estabelecessem uma relação entre o número de partes e o número de cortes necessários para obter uma quantidade de partes que atendesse uma das condições do problema – dividir igualmente os bolos entre as crianças. Já o Problema 4 poderia ser resolvido, por exemplo, fazendo a distribuição termo a termo de cada uma das bolas entre as crianças.

Podemos observar, nas figuras a seguir, as sequências estabelecidas pelos dois sujeitos, a fim de chegar à resposta do Problema 3.



*Figura 4a*

*Figura 4b*

*Figura 4c*

*Figura 4 – A solução de Bernardo para o problema dos bolos*

Após a leitura do problema Bernardo começa tentando estabelecer uma relação entre o número de pessoas e o número de bolos (Figura 4a) – são três bolos para cinco crianças. Chamamos a atenção para o fato de que, neste momento, Bernardo usa os cinco dedos para representar cinco crianças e não o sinal para o número cinco. Em suas ações e expressão facial podemos perceber que a situação lhe causa estranheza. Após um período de reflexão, Bernardo dividiu dois dos bolos em duas partes (Figura 4b) e responde que quatro crianças comeram “metade de um bolo” e a outra comeu um “bolo inteiro”. Neste momento o intérprete interfere dizendo que cada criança deveria receber a mesma quantidade de bolo sugerindo que a resposta seria 3 sobre 5, Bernardo concorda e sinaliza três (bolos) para 5 (crianças) e desta vez ele usa o sinal para indicar o número 5. Cabe destacar que Bernardo e o intérprete não se envolveram em um processo de convencimento.

Eloisa tem mais dificuldade para compreender o enunciado. Talvez sugestionada pelos problemas anteriores, nos quais todas as respostas poderiam ser oferecidas a partir de relações que lhe pareciam simples, ela sugere que faltam dois bolos para dividir igualmente entre as crianças (Figura 5).



*Figura 5 – “Três faltar dois”*

Após algum tempo tentando buscar uma solução para o problema, a ideia de “quociente” emerge no discurso de Eloísa. Na Figura 6 ela sugere que para encontrar a resposta precisará usar o algoritmo da divisão.



*Figura 6 – Dividir- sinal do algoritmo a ser executado.*

No momento de posicionar os números no algoritmo Eloísa escolhe o maior número (5 crianças) para o dividendo e o menor (3 bolos) para o divisor (Figura 7). Mentalmente realiza a operação e sinaliza que é um bolo e um pouco para cada criança. Pouco depois oferece a resposta 1,8, mas, logo após sinalizar, sorri para o interprete expressando dúvida em relação ao resultado.



*Figura 7 – Passa a usar o algoritmo da divisão e faz a operação mentalmente.*

No Problema 4, ambos ofereceram suas respostas mostrando ter compreendido o enunciado do problema. Eloísa chega a resposta distribuindo as bolas para as crianças e conclui que cada criança receberá duas bolas e propõe a fração  $4/8$  para representar sua resposta. Bernardo conclui que a operação que deveria ser feita para chegar a resposta é a divisão (Figura 8), o que indica que o subconstruto quociente foi compreendido por ele nesta situação, mas não o relaciona ao problema anterior, chamando a atenção para que se perceba que no Problema 4 representação é uma divisão e o Problema 3 é uma fração.



*Figura 8 – Agora é uma divisão antes era uma fração...*

#### **4. Resultados e Discussões**

Nossas análises indicam que as dificuldades associadas aos números racionais, no caso dos nossos sujeitos, não envolvem necessariamente a falta de um sinal adequado em Libras, mas sim a falta de adequação das representações matematicamente aceitas quando procuramos sintetizar o contexto de um problema usando a linguagem matemática. Nos problemas aqui discutidos percebemos que ambos os participantes, de modo geral, sabiam qual resposta deveria ser dada, e a representavam de forma que tivesse sentido para eles.

Nos dois primeiros problemas contemplavam o subconstruto parte-todo. O Problema 1 envolve uma quantidade contínua – uma barra de chocolate dividida em três partes – e o Problema 2 uma quantidade discreta – 2 bonés azuis e 1 boné branco, todos do mesmo tamanho. Essas características influenciaram as respostas oferecidas por Bernardo e Eloísa. No caso do Problema 1, Bernardo indica “3 para 2” reconhecendo que a barra de chocolate foi dividida em três partes. Já Eloísa sinaliza “2 comeu 1”, onde “1” significa a barra de chocolate (quantidade contínua) e 2 o número de partes que Carlos comeu. Bernardo reconhece que o Problema 2 é diferente do Problema 1 e concorda com a resposta  $1/3$  oferecida pelo intérprete. Eloísa indica “3 fração 1”, onde 3 representa o número de bonés (quantidade discreta).

Os dois problemas seguintes consideravam o subconstruto quociente. No Problema 3 tínhamos “3 bolos para 5 crianças”, o que exigia uma divisão de cada bolo em partes iguais. As dificuldades dos nossos sujeitos na resolução do Problema 3 é o fato de possuir quotas diferentes, era preciso primeiramente enxergar as crianças – uma quota – e depois dividir o bolo – outra quota – para poder fazer a divisão. Além disso, tanto Bernardo quanto Eloísa teve dificuldade para entender o enunciado deste problema. Concluímos que

isso se deve a ambiguidade da questão, já que no enunciado não é muito claro que fração deve ser oferecida como resposta.

Para resolver o Problema 4 os sujeitos poderiam utilizar a correspondência termo-a-termo – criança e bola. Assim este problema acaba sendo partitivo, não sendo necessário construir quotas. Isso facilitou a compreensão, favorecendo assim as respostas certas. Outra diferença que podemos apontar entre esses problemas é que o primeiro envolve uma quantidade contínua e o segundo uma quantidade discreta. Vale destacar que Eloísa, apesar de passar a usar o sinal de fração sugerido pelo intérprete, parece ter concluído a atividade sem conceber uma fração como um elemento do sistema decimal de numeração.

Nunes (2012) ressalta que a surdez é um fator de risco, mas não a causa para as dificuldades na aprendizagem de matemática, e nossas análises apontam resultados que confirmam esta afirmação. Nossos resultados sugerem que não existe um único sinal em Libras que possa abranger todos os significados matemáticos que podem ser atribuídos aos números racionais, mas que estes significados podem ser expressos por meio de sentenças em Libras, respeitando a sua estrutura gramatical.

Os resultados que encontramos corroboram com os encontrados por Okuma e Ardenghi (2011). Em um procedimento empírico anterior ao apresentado neste artigo submetemos nossos sujeitos a uma atividade que oferecia exercícios envolvendo frações e suas representações e operações com frações, propostos de forma não contextualizada. Nossas análises indicam que na primeira situação os sujeitos tiveram muita dificuldade para interpretar os exercícios, e que no trabalho com problemas que envolvem situações que podem ser reproduzidas no cotidiano os resultados apresentam diferenças significativas.

De modo geral, os sinais empregados pelos sujeitos surdos participantes deste estudo, indicam a relação que eles estabeleceram entre as variáveis que fazem parte dos problemas. Por esta perspectiva, a dificuldade dos surdos com os números racionais não nos parece estar associada à língua que usam (Libras) ou a falta de sinais adequados para representá-los, mas sim a não adequação dos sinais que empregam, e que refletem os significados associados a este conceito, e a representação matemática aceita academicamente.

Com este trabalho, pudemos perceber, como afirmado por Vygotsky (1997), que não existem diferenças entre surdos e ouvintes quanto aos processos de aprendizagem, mas que a Língua, como meio de comunicação e interação, deve ser respeitada segundo suas próprias características de vocabulário e gramática, para um efetivo processo educacional. O uso exclusivo de representações matemáticas formais podem apresentar dificuldades adicionais desnecessárias à compreensão de contextos. Mais estudos se fazem necessários, neste e em outros tópicos envolvendo conceitos matemáticos, e acreditamos que a pesquisa com surdos poderá oferecer novas perspectivas para Educação Matemática.

## 5. Agradecimento

Gostaríamos de agradecer a Professora Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes, nossa orientadora. Sua ajuda foi de fundamental importância para a realização deste trabalho.

## 6. Referências

ARAÚJO, M. J. **O ensino de números fracionários: problemas e perspectivas**. João Pessoa: UFPB, 2010. 116p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2010.

DAMICO, A. **Uma investigação sobre a formação inicial de professores de matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental**. São Paulo: PUC/SP, 2007. 313 p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MALASPINA, M. C. O. **O início do ensino de fração: uma intervenção com alunos de 2º Série do ensino fundamental**. São Paulo: PUC/SP, 2007. 172 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

NUNES, T. **Números, quantidades e relações: o desenvolvimento do raciocínio na escola fundamental**. São Paulo, 12, 13 e 14 set. 2012. Seminário proferido aos alunos do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.

OKUMA, E. K.; ARDENGHI, M. J. **Ensino e aprendizagem de fração: um estudo comparativo e uma intervenção didática**. Revista Científica do Unisalesiano, 2011, 16p. Disponível em: < <http://www.salesianolins.br/universitaria/artigos/no3/artigo19.pdf> >. Acesso em 27 fev. 2013.

RODRIGUES, M. A. S. **Explorando números reais através de uma representação visual e sonora:** Um estudo das interações dos alunos do Ensino Médio com a ferramenta MusiCALcolorida. São Paulo: UNIBAN, 2010. 243 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Bandeirantes de São Paulo, São Paulo, 2010.

SOUZA, F. R. **Explorações de frações equivalentes por alunos surdos:** uma investigação das contribuições da MusiCALcolorida. São Paulo: UNIBAN, 2010. 209 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Bandeirantes de São Paulo, São Paulo, 2010.

VYGOTSKY, L. S. (1997). **Obras escogidas V – Fundamentos da defectología.** Traducción: Julio Guillermo Blank. Madrid: Visor. (coletânea de artigos publicados originalmente em russo entre os anos de 1924 a 1934).