

## QUADRADOS MÁGICOS

Ana Carolina Gadotti

Universidade Regional de Blumenau – bolsista – CAPES/PIBID/Matemática  
gadotti.ana@gmail.com

Samara Regina Krause

Universidade Regional de Blumenau – bolsista – CAPES/PIBID/Matemática  
samzynha\_15\_16@hotmail.com

Tânia Baier

Universidade Regional de Blumenau – coordenadora – CAPES/PIBID/Matemática  
taniabaier@gmail.com

Ana Carolina Schroeder

Universidade Regional de Blumenau – bolsista – CAPES/PIBID/Matemática  
sanyschr13@hotmail.com

Iasmini Voltolini

Universidade Regional de Blumenau – Bolsista – CAPES/PIBID/Matemática  
iasmini-mini@hotmail.com

### Resumo:

Neste trabalho são apresentados dois *quadrados mágicos* construídos em papelão e EVA, cuja utilização tem como objetivos fortalecer o entendimento de adições de números naturais e abordar a história da matemática na sala de aula. Esses materiais foram utilizados por estudantes de 7º e 9º anos que cursam o ensino fundamental em escola pública, localizada no município de Blumenau, auxiliados pelos bolsistas do projeto CAPES/PIBID/Matemática da Universidade Regional de Blumenau. O texto traz algumas informações históricas que foram apresentadas aos estudantes antes da realização das atividades, o modo de construir o quadrado mágico de Dürer e as regras de construção de Euler.

**Palavras-chave:** Quadrados mágicos; Dürer; Euler.

### 1. Introdução

O material didático *Quadrados mágicos* desperta o interesse de crianças que encontram dificuldade na realização de adições de números naturais e não apreciam realizar cálculos em seus cadernos copiando exercícios do quadro.

A principal característica dos *quadrados mágicos* reside no fato de que a soma dos números que estão localizados nas linhas, nas colunas e nas diagonais ser sempre a mesma.

Este valor constante é chamado *constante mágica* e pode ser obtido somando todos os números que compõem o *quadrado mágico* e dividindo pela sua ordem. Assim, para cada *quadrado mágico* pode ser calculada a respectiva *constante mágica*. Por exemplo, em um quadrado mágico de ordem 3 (formado por três linhas e três colunas) são organizados nove algarismos e sua soma é

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45.$$

Dividindo essa soma pela ordem 3 é obtido o valor 15, que é a *constante mágica* de um quadrado de ordem 3. De um modo geral, a constante mágica é calculada por meio da fórmula:  $(1 + 2 + \dots + n^2) / n$ . Podem ser utilizados conceitos de progressão aritmética, sendo a constante mágica calculada a soma dos  $n$  termos:  $S_n = (a_1 + a_n) n/2$ .

Neste trabalho são apresentados dois quadrados mágicos: um, de ordem 4, que aparece na obra *A Melancolia* de Albrecht Dürer e outro, de ordem 5, cuja construção segue as regras elaboradas por Euler .

## 2. Lendas e histórias sobre quadrados mágicos

Atualmente existem poucos documentos originais sobre os primórdios da civilização chinesa porque naquela época os registros eram feitos em bambu, material perecível, sendo que muitos livros foram destruídos, em 213 a.C., por ordem do imperador Shi-Huang-ti. Uma antiga lenda sobre o surgimento do *quadrado mágico* é relatada por Boyer (1996, p. 134): “foi supostamente trazido para os homens por uma tartaruga do Rio Lo nos dias do lendário Imperador Yii, considerado um engenheiro hidráulico”. Um ente divino, um dos quatro seres celestiais, a tartaruga, teria trazido em suas costas a figura feita com os algarismos de um a nove na forma de um quadrado. No antigo texto chinês onde aparece o quadrado, inscrito nas costas da tartaruga, os números, “são indicados por nós em cordões: nós pretos representando números pares (simbolizando imperfeição), nós brancos representando números ímpares (perfeição).” (CAJORI, 2007, p. 124).

*Os quadrados mágicos* foram sendo levados para diversas regiões, chegando ao Japão, Índia e Oriente Médio, geralmente relacionados com propriedades místicas. Ainda hoje os *quadrados mágicos* servem de amuleto no Tibete, na Índia e em grande parte do sudeste da Ásia. Surgiram na Arábia durante o século IX e na Índia durante o século XI e foram encontrados em escritos hebreus do século XII e na Europa no século XV.

O primeiro *quadrado mágico* que surgiu na Europa foi elaborado por Albrecht Dürer na obra intitulada *A Melancholia*. Segundo Eves (1995, p.318) “nota-se que o ano em que a gravura foi feita, em 1514, aparece nas duas celas centrais da linha de baixo.”

Leonardo Euler (1707-1788) interessou-se pelos *quadrados mágicos* e estudou os métodos para a construção destes curiosos arranjos numéricos.

### 3. Quadrado mágico de Dürer: ordem 4

O material didático consiste em: (1) um tabuleiro, com quatro colunas e quatro linhas, construído com um dos lados de uma caixa de papelão; (2) dezesseis peças, recortadas em EVA, em forma de quadrado, numeradas de 1 a 16.

As regras para a construção do quadrado mágico de Dürer estão a seguir:

1ª) Distribuem-se os números de 1 a 4 na primeira linha, 5 a 8 na segunda linha, 9 a 12 na terceira linha e 13 a 16 na última linha.

2ª) Inverte-se as diagonais em relação ao centro, obtendo na primeira linha 16, 2, 3 e 13; na segunda linha 5, 11, 10 e 8; na terceira linha 9, 7, 6 e 12 e na última linha 4, 14, 15 e 1. O quadrado mágico já está formado, com as somas das diagonais, horizontais e verticais resultantes na constante mágica igual a 34:  $(1 + 4^2) 4 / 2 = 34$ .

3ª) Invertendo as posições das duas colunas interiores, a constante mágica continua sendo 34 e na última linha, no centro, está a data da realização da obra *A Melancholia*.

Para estimular a realização de cálculos matemáticos, podem ser conferidas as características interessantes do quadrado mágico de Dürer apontadas por Eves (1995, p.318):

- (a) A soma dos quadrados dos números das duas linhas superiores é igual à soma dos quadrados dos números das duas linhas inferiores.
- (b) A soma dos quadrados dos números da primeira e terceira linhas é igual à soma dos quadrados dos números da segunda e quarta linhas.
- (c) A soma dos números das diagonais é igual à soma dos números fora das diagonais.
- (d) A soma dos quadrados dos números das diagonais é igual à soma dos quadrados dos números fora das diagonais.
- (e) A soma dos cubos dos números das diagonais é igual à soma dos cubos dos números fora das diagonais.

### 4. Quadrado mágico de ordem 5: método de Euler

O material didático consiste em: (1) um tabuleiro, com cinco colunas e cinco linhas construído usando um dos lados de uma caixa de papelão; (2) vinte e cinco peças, recortadas em EVA, em forma de tartaruga, numeradas de 1 a 25.

O método de Euler foi escolhido para a realização das atividades com as crianças. A *constante mágica* pode ser calculada:  $(1 + 5^2) 5 / 2 = 65$ . A seguir estão descritas as etapas a serem seguidas:

- 1ª) Coloca-se a tartaruga 1 em qualquer célula do quadrado.
- 2ª) Move-se a tartaruga 2 duas casas para cima e uma para direita.
- 3ª) Com o mesmo movimento colocam-se as demais peças.
- 4ª) Se com o movimento, sairmos do quadrado pela parte superior, continuamos na parte inferior.
- 5ª) Se com o movimento chegarmos a uma casa ocupada, colocamos a peça que está sendo movimentada na casa abaixo do ponto de partida.

## 5. Considerações Finais

A utilização do material didático *Quadrados mágicos* possibilita revelar o lúdico da Matemática. O material didático, colorido e atraente, estimula as crianças para o exercício de cálculos mentais. A movimentação das peças móveis permite rápida correção da utilização equivocada do algoritmo de construção do *quadrado mágico*. A obtenção do mesmo resultado numérico, ao serem efetuadas as somas dos algarismos de todas as colunas, linhas e diagonais, despertou a curiosidade das crianças, levando-as a realizar muitos cálculos para a verificação de tal característica dos *quadrados mágicos*.

Durante a explanação dos aspectos históricos da criação dos *quadrados mágicos* ocorreram ricos diálogos sobre superstição, uso de amuletos e a necessidade de respeitar as diferentes crenças existentes na humanidade para ocorrer a convivência pacífica entre os povos. A abordagem de tópicos de História da Matemática contribui para que os estudantes compreendam essa ciência como tendo sido construída por diversas civilizações em diferentes períodos de tempo.

## 6. Agradecimentos

As autoras agradecem a CAPES e a Universidade Regional de Blumenau a concessão das bolsas de iniciação à docência PIBID que possibilitaram a realização do estudo do suporte teórico, a construção do material didático e a realização das atividades com estudantes do ensino fundamental.

## **7. Referências**

BOYER, Carl. *História da matemática*. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

CAJORE, Florian. *Uma História da Matemática*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2007.

EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Campinas: Ed. da UNICAMP, 1995.