RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES QUADRÁTICAS PELOS CAMINHOS DA GEOMETRIA

Vandreza Rodrigues
Universidade Regional de Blumenau – bolsista – CAPES/PIBID/Matemática
vandreza.r@hotmail.com

Ana Carolina Schroeder
Universidade Regional de Blumenau – bolsista – CAPES/PIBID/Matemática
sanyschr13@hotmail.com

Marijane Linhares
Universidade Regional de Blumenau – bolsista – CAPES/PIBID/Matemática
mari.lgili@gmail.com

Ana Carolina Gadotti
Universidade Regional de Blumenau – bolsista – CAPES/PIBID/Matemática
Gadotti.ana@gmail.com

Resumo:
Os materiais didáticos *Bumba-meu-boi* e *Completando quadrados* têm como objetivo facilitar o entendimento de *produtos notáveis* e *resolução de equações quadráticas* por meio de figuras geométricas. O quebra-cabeça *Bumba-meu-boi* tem como objetivo montar um quadrado com vinte e cinco pequenos quadrados. Para auxiliar o encaixe das peças que formam a tela *Bumba-meu-boi* de Cândido Portinari, no verso, os quadradinhos possuem quatro cores diferentes. Confeccionado em EVA, o material didático *Completando quadrados* consiste em retângulos e quadrados coloridos dispostos de modo a formarem um quadrado. Esse material tem como objetivo contribuir a compreensão de um dos produtos notáveis, $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$, pois um engano cometido por estudantes é considerar $(x + y)^2 = x^2 + y^2$. O quebra-cabeça pode ser usado como introdução ao tema *produtos notáveis* e também como uma revisão deste conteúdo para o estudo da resolução de equações quadráticas pelo método do *completamento de quadrados*. Esse material foi utilizado por estudantes de 7º e 9º anos que cursam o ensino fundamental em escola pública, localizada no município de Blumenau, auxiliados pelos bolsistas do projeto CAPES/PIBID/Matemática da Universidade Regional de Blumenau. Além da descrição dos materiais didáticos, neste texto também se encontram informações históricas, sobre os primórdios da álgebra, as quais foram apresentadas para os estudantes.

Palavras-chave: Produtos notáveis; completamento de quadrados; Portinari.

1. Introdução

Os temas *produtos notáveis* e *resolução de equações quadráticas* podem ser abordados apenas usando símbolos matemáticos. A abordagem geométrica destes conteúdos, com o apoio de material didático, pode contribuir para um melhor entendimento. A seguir estão descritos dois materiais que relacionam procedimentos algébricos com figuras geométricas, visando minimizar as dificuldades encontradas por estudantes.

A utilização do quebra-cabeça *Bumba-meu-boi* possibilita integrar matemática e arte, podendo ser investigada a obra de Cândido Portinari. Com material didático *Completando quadrados* podem ser abordados tópicos de história da álgebra, mostrando que a matemática é uma criação humana produzida por diferentes culturas no decorrer do tempo.

2. Quebra-cabeça *Bumba-meu-boi*

O quebra-cabeça *Bumba-meu-boi* tem como objetivo contribuir para a compreensão do produto notável $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, pois um engano cometido por estudantes é considerar $(a + b)^2 = a^2 + b^2$. A reprodução da tela de Portinari *Bumba-meu-boi*, cuja forma é quadrada, é dividida em vinte e cinco pequenos quadrados. Estando misturados, é difícil a montagem da figura principalmente pela presença de muitas cores e pelas deformações criadas pelo pintor na representação dos personagens.

No verso deste quebra-cabeça estão colados vinte e cinco pequenos quadrados de mesmo tamanho e de quatro cores diferentes. O quebra-cabeça pode ser organizado por cor: (1) quatro quadradinhos verdes no formato de um quadrado; (2) seis quadradinhos amarelos na forma de um retângulo; (3) nove quadradinhos vermelhos formando um quadrado; (4) seis quadradinhos de cor laranja na forma de um retângulo. Pode ser observado que 4 + 6 + 6 + 9 = 25. Esta soma pode ser reescrita:

$(2 + 3)^2 = 2^2 + (2 \text{ x } 3) + (2 \text{ x } 3) + 3^2$

$(2 + 3)^2 = 2^2 + 2\,(2 \text{ x } 3) + 3^2$

Generalizando: $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$.

Virando as peças, reunidas por cor, a reprodução da tela de Portinari pode ser encontrada facilmente. Com esta atividade, é enfocada a divisão de um quadrado em dois retângulos e dois quadrados, contribuindo para o entendimento de que é um erro considerar $(x + y)^2$ como sendo igual a $x^2 + y^2$.

3. Resolução de equações quadráticas pelo *método do completamento de quadrados*

O tema resolução de equações quadráticas pelo *método do completamento de quadrados* é uma possibilidade pedagógica que segue a orientação dos Parâmetros Curriculares Nacionais para os anos finais do Ensino Fundamental: "[...] a própria história dos conceitos pode sugerir caminhos de abordagem deles, bem como os objetivos que se pretendem alcançar com eles." (BRASIL, 1998, p. 43). Assim, para o estudo da resolução de equações quadráticas, foi seguido o método descrito por Mohammed ibn-Musa al-Khowarizmi no livro, escrito em Bagdá por volta de 825, denominado *Hisab al-jabr w'al-muqabalah*.

O *método do completamento de quadrados* se relaciona com o pensamento geométrico, que predominava no início do que hoje conhecemos pelo nome *álgebra*, derivado de *Al-jabr*, palavra árabe usada no título do livro acima citado. "Esse título foi traduzido literalmente como "ciência da reunião e da oposição" ou, mais livremente, como "ciência da transposição e do cancelamento."(EVES, 1995, p. 266).

Ao ser traduzido para o latim, este livro ficou sendo conhecido como *Liber algorismi* (Livro de Al-Khowarizmi). As atuais palavras *algarismo* e *algoritmo* são derivadas do nome Al-Khowarizmi. Nas suas origens remotas, *álgebra* se referia a equações e é esse o enfoque dado na educação básica escolar. Em uma segunda fase, na atualidade, a *álgebra moderna* é o estudo das estruturas matemáticas abstratas, como, por exemplo, grupos (BAUMGART, 1992; BOYER, 1996; EVES, 1995; CAJORI, 2007).

O *completamento de quadrados* é um modo alternativo de resolução de equações quadráticas para estudantes que encontram dificuldade no entendimento do simbolismo algébrico. O *completamento de quadrados*, por ser efetuado por meio de figuras geométricas, possibilita apenas a obtenção de soluções positivas, uma vez que são interpretadas como medidas de lados.

Para resolver a equação $x^2 + 6x = 55$, o material didático, construído com EVA, é colado no quadro em etapas. Inicialmente, é colado o quadrado representando x^2 e ao seu lado o retângulo que representa 6x, sendo explicado que a soma das duas áreas é 55. Em seguida o retângulo 6x é substituído por dois retângulos, cada qual com área 3x, sendo um deles colado junto à base do quadrado e o outro ao seu lado. Fica evidente que falta um pequeno quadrado para que a figura tenha a forma de um quadrado. Assim, para completar o quadrado é necessária a adição de 9 unidades. A soma das áreas é 55 + 9 = 64.

Usando símbolos:

$$x^2 + 6x = 55$$

$$x^2 + 6x + 9 = 55 + 9$$

$$(x + 3)^2 = 64$$

A obtenção da solução positiva $x = 5$ se relaciona com o método geométrico e a utilização do simbolismo algébrico na escrita das equações possibilita o cálculo $x = -11$.

No verso das figuras recortadas estão desenhadas linhas que formam 64 pequenos quadrados de mesmo tamanho. Deste modo, por meio da contagem, pode ser melhor compreendido o processo de resolução da equação pelo *método do completamento de quadrados*.

4. Considerações Finais

Esse material foi utilizado por estudantes de 7º e 9º anos que cursam o ensino fundamental em escola pública, localizada no município de Blumenau, auxiliados pelos bolsistas do projeto CAPES/PIBID/Matemática da Universidade Regional de Blumenau. A resolução de equações quadráticas por meio método do *completamento de quadrados* possibilitou um melhor entendimento na exploração de problemas práticos relacionados com cálculo de áreas. Nessas situações, a resolução por meio de regras algébricas pode produzir uma raiz negativa, que é solução da equação, mas é descartada porque não é a solução do problema prático. Usando o método geométrico, os estudantes compreenderam o fato de um número negativo, apesar de ter sido obtido por meio de fórmulas e cálculos corretos, não pode ser aceito como resposta de um problema relacionado com áreas.

5. Agradecimentos

As autoras agradecem a CAPES e a Universidade Regional de Blumenau a concessão das bolsas de iniciação à docência PIBID que possibilitaram a realização do estudo do suporte teórico, a construção do material didático e a realização das atividades com estudantes do ensino fundamental.

6. Referências

BAUMGART, John K.. *História da álgebra*. São Paulo: Atual, 1992.

BOYER, Carl. *História da matemática*. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais:* terceiro e quarto ciclos: Matemática. Brasília: Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

CAJORE, Florian. *Uma História da Matemática*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2007.

EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Campinas: Ed. da UNICAMP, 1995.

GOTTARDI, Jeferson André. *História da matemática como recurso pedagógico no ensino fundamental*. 2011. Dissertação (Mestrado)-Universidade Regional de Blumenau. Blumenau, 2011.