CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS E ARTÍSTICAS COM POLIMINÓS

Gabriela Aparecida Parreira
Universidade de Brasília
gabriela_apar@yahoo.com.br

Ana Maria Redolfi Gandulfo
Universidade de Brasília
gandulfo@uol.com.br

Agda Jéssica de Freitas Galletti
Universidade de Brasília
aj.mat@hotmail.com

Francisca Priscila Ferreira da Silva
Universidade de Brasília
priscilafs.df@hotmail.com

Jessica de Abreu Barbosa
Universidade de Brasília
jessica.xml@hotmail.com

Lenise de Abreu Cardoso
Universidade de Brasília
leniseac@gmail.com

Resumo
Construções geométricas e artísticas com poliminós é uma proposta de minicurso para o XI ENEM, que trata de práticas escolares, destinado a professores da Educação Básica. O principal objetivo consiste em apresentar os poliminós como ferramentas para a construção e exploração de conceitos e propriedades geométricas das figuras, tais como perímetro, área, simetrias, semelhanças, preenchimentos do plano e do espaço, dissecção e equicomposição de figuras, bem como para a avaliação de conhecimentos. Na abordagem dinâmica dos temas serão usados diversos recursos didáticos tais como polígonos, poliminós planos e espaciais, agrupações de cubos, tabuleiros, entre outros, para incentivar a criatividade e a realização de experiências com caráter lúdico. Todos os materiais e as correspondentes soluções das atividades serão colocados à disposição dos professores participantes. Com este minicurso procura-se despertar o interesse por atividades que facilitam a compreensão da geometria, promover a interdisciplinaridade e contribuir para a melhoria da qualidade do ensino.

Palavras-chave: geometria; poliminós; material didático.

1. Introdução

As novas tendências em Educação Matemática propõem estratégias de ação que impulsionem o desenvolvimento de capacidades e habilidades no ensino-aprendizagem da geometria. Bressan et al mencionam as seguintes habilidades: visuais, de construção, de comunicação, de pensamento e de transferência (Bressan, 2006, p. 17).

A visualização é definida como "a atividade do raciocínio ou processo cognitivo fundamentada no uso de elementos visuais ou espaciais, tanto mentais como físicos, utilizados para resolver problemas ou provar propiedades" (Gutiérrez, 1996).

Na metodologia ativa abordam-se diversas experiências lúdicas e o processo de ensino fundamenta-se na atividade criativa do aluno, na sua atividade investigativa, nas suas descobertas, tendo os alunos como os próprios construtores de seus conhecimentos e ao professor como o orientador desse processo.

Os modelos pedagógicos têm importante papel no ensino-aprendizagem da geometria, oferecem muitas e variadas possibilidades na hora de experimentar, são utilizados na explicação dos fenôenos naturais, na verificação empírica dos conceitos e na resolução de problemas. "Modelos são aqueles materiais pedagógicos que servem diretamente para observar e precisar conceitos e aprofundar propiedades que, de outra forma, seriam difíceis de imaginar" (Alsina, 1998).

As experiências desenvolvidas neste minicurso foram testadas em cursos de formação continuada de professores da Educação Básica e em minicursos para alunos e para profesores da Educação Básica em escolas públicas de Brasília, DF.

Os conhecimentos geométricos básicos são bem conhecidos; metodologicamente buscamos unificar a linguagem matemática nas explorações e construções dos conteúdos formais em questão**.** Mostramos as efetivas aplicações dos pentaminós na matemática escolar, as suas conexões interdisciplinares e promovemos o desenvolvimento de experiências lúdicas em sala de aula.

2. Resenha histórica

Os poliminós foram apresentados com esse nome por Solomon W. Golomb em 1953, numa reunião do Clube de Matemática, enquanto era aluno de graduação na Universidade de Harvard. Foram popularizados pela coluna de Martin Gardner no Jornal Scientific American que publicou inicialmente parte desse material em Maio de 1957 e retomou o tema sucessivas vezes. Posteriormente, S. W. Golomb reuniu seus trabalhos sobre o tema no livro Polyominoes, publicado primeiramente em 1965.

O primeiro problema com pentaminós foi publicado por Henry Ernest Dudeney, em 1907, na sua obra Canterbury Puzzles.

3. Os poliminós

Poliminós são agrupações de quadrados congruentes justapostos com ao menos um lado inteiramente comum. Na formação de figuras únicas prevalece a regra que se um poliminó pode ser obtido de outro mediante uma rotação ou uma reflexão então ambas figuras são consideradas iguais.

Os poliminós são classificados segundo o número de quadrados que compõem cada figura: monominó (1), dominó (2), triminó (3), tetraminó (4), pentaminó (5), hexaminó (6), ..., n-minó (formado por um número n de peças)

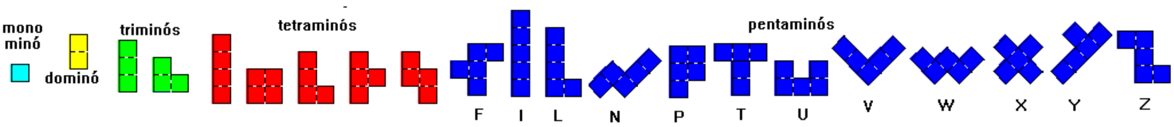

fig. 1

Os poliminós mais conhecidos são os pentaminós; para efeitos de identificação essas figuras são associadas com letras do alfabeto, como na fig. 1.

Nas construções seguintes os poliminós podem ser usados indistintamente na posição exibida na fig. 1 ou o verso da figura.

Atividade 1. Construir todos os hexaminós.

4. Polígonos: propriedades e construções

Atividade 2. Classificar os poliminós da fig 1 pelo número de lados.

Atividade 3. i) Classificar os tetraminós em figuras convexas e não convexas.

ii) Construir polígonos convexos usando todos os triminós.

iii) Construir polígonos convexos ou polígonos não convexos com um número predeterminado de peças.

iv) Construir polígonos não convexos com um número prefixado de lados, utilizando pentaminós e triminós.

Atividade 4. i) Construir quadrados com o menor número de cópias de cada triminó.

ii) Construir quadrados com o menor número de cópias de cada tetraminó, se possível.

Atividade 5. i) Construir quadrados com quatro tetraminós diferentes.

ii) Construir quadrados com cinco pentaminós diferentes.

Atividade 6. Construir quadrados com todos os pentaminós e quatro monominós.

5. Perímetro

O comprimento do lado de cada quadrado dos poliminós é igual a uma unidade, 1u.

Atividade 7. Determinar o perímetro de cada um dos tetraminós.

Atividade 8. i) Formar um retângulo 3u x 8u com seis tetraminós congruentes.

ii) Formar retângulos 4u x 6u com seis tetraminós congruentes.

iii) Formar retângulos 4u x 8u com oito tetraminós congruentes.

iv) Formar retângulos 5u x 8u com dez tetraminós congruentes.

Atividade 9. Podem ser usadas diferentes peças do mesmo tipo e algumas delas repetidas.

i) Construir um quadrado 4u x 4u com tetraminós.

ii) Construir retângulos 3u x 8u, 4u x 5u, 4u x 6u com tetraminós.

Atividade 10. Construir com alguns pentaminós, usando peças diferentes, os seguintes retângulos: 3u x 5u, 3u x 10u, 3u x 15u, 4u x 5u, 5u x 6u, 5u x 8u, 5u x 9u, 5u x 10u.

Atividade 11. Construir com os pentaminós, utilizando todas as peças, os seguintes retângulos: 3u x 20u, 4u x 15u, 5u x 12u, 6u x 10u.

Atividade 12. i) Construir com todos os pentaminós um retângulo 5u x 13u, deixando no interior uma cavidade na forma de um dos pentaminós.

ii) Repetir a construção de (i) para cada um dos outros onze pentaminós na cavidade.

Construir dois retângulos 5u x 6u com os doze pentaminós.

Atividade 13. Construir um retângulo 5u x 7u com os pentaminós I, N, T, V, W, Y e Z e com os cinco pentaminós restantes formar um quadrado 5u x 5u.

6. Construção de polígonos congruentes

Atividade 14. Construir um polígono pela justaposição de dois pentaminós e achar o polígono congruente formado pela justaposição de outros dois pentaminós diferentes.

i) Construir um polígono com L e N e o polígono congruente formado por V e Z.

ii) Achar dois polígonos congruentes, um formado por P e Y e o outro por W e X.

iii) Achar dois polígonos congruentes, um formado por U e Y e o outro por V e X.

Atividade 15. i) Determinar dois pentaminós tais que justapostos formam um polígono congruente ao formado pelos pentaminós I e L.

ii) Achar dois pentaminós tais que justapostos formem o mesmo polígono que F e T.

iii) Achar dois pentaminós tais que justapostos formem o mesmo polígono que I e U.

Atividade 16. i) Construir um retângulo 5u x 6u com os pentaminós I, L, T, W, Y e Z.

ii) Com os outros seis pentaminós construir um retângulo congruente ao (i).

Atividade 17. Separar os pentaminós em três conjuntos: Y N L P, F W T I e X U V Z. Formar três polígonos congruentes com os conjuntos de pentaminós.

7. Área

A superfície de cada quadrado dos poliminós mede uma unidade de área, 1 u².

Atividade 18. Usando um número fixo de pentaminós diferentes construir polígonos equivalentes e com diferentes perímetros.

Atividade 19. i) Usar pentaminós para construir retângulo com área medindo 50 u².

ii) Usar pentaminós para construir retângulo com área medindo 55 u².

Atividade 20. Com todos os pentaminós construir uma cerca com borda externa retangular e achar a área da superfície no interior da cerca.

Atividade 21. Construir uma cerca com todos os pentaminós e determinar a área do maior retângulo que pode ser cercado com as doze peças.

Atividade 22. i) Com todos os pentaminós construir uma cerca com borda externa e borda interna retangulares.

ii) Achar a área do retângulo interior da cerca.

Atividade 23. Construir uma cerca com todos os pentaminós e determinar a área do maior polígono que pode ser cercado pelas doze peças.

8. Simetrias

Atividade 24. Determinar quais poliminós da fig.1 tem centro de simetria.

Atividade 25. Determinar quantos e quais são os eixos de simetria, se existirem, de cada um dos pentaminós.

*Atividade 26. Todos o*s polígonos da fig. 2 foram construídos com os doze pentaminós.

i) Determinar quais polígonos da fig.2 têm centro de simetria.

ii) Determinar quantos e quais são os eixos de simetria, se existirem, de cada um dos polígonos da fig. 2.

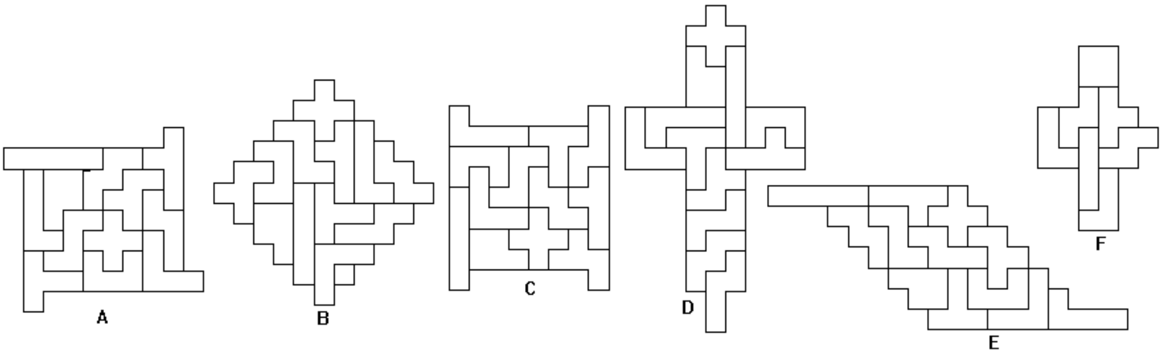

fig. 2

9. Semelhanças

Atividade 27. i) Construir um polígono semelhante ao F com I, L, N P, T,U, V, X e Z.

ii) Calcular a razão de semelhança entre F e o polígono construído em (i).

iii)Construir um polígono semelhante ao I com F, L, N, P, T, U, V, W e Z.

iv) Construir um polígono semelhante ao L com F, I, N, P, T, U, V, W e Z.

v) Construir um polígono semelhante ao N com I, L, P, T, U, V, W, Y e Z.

Atividade 28. i) Fixar o pentaminó P e escolher nove pentaminós dentre os onze restantes para formar um polígono semelhante a P.

ii) Repetir o procedimento de (i) com os pentaminós T, U, V, W, X, Y e Z.

Atividade 29. i) Com os pentaminós I e P construir um decágono.

ii) Com T e W construir um decágono congruente ao polígono de (i).

iii) Com os oito poliminós restantes construir um polígono semelhante aos de (i) e (ii).

iv) Achar a razão de semelhança desses polígonos.

Atividade 30. i) Fixar o pentaminó P e construir com os doze pentaminós um polígono P´com a forma de P e de tamanho maior.

ii) Calcular a razão de semelhança, no caso que P e P´ sejam polígonos semelhantes.

10. Dissecção e equicomposição de polígonos

Por definição, todos os poliminós do mesmo tipo são figuras equicompostas. Por exemplo, todos os pentaminós são figuras equicompostas por estar construídos pelo mesmo número de quadrados congruentes.

Na dissecção de cada um dos polígonos da fig. 2 obtemos os doze pentaminós. Também, todos os polígonos representados na fig 2 são polígonos equicompostos.

11. Construção de mosaicos

Atividade 31. Formar mosaicos monoédricos com cada um dos poliminós da fig 1.

Atividade 32. Formar mosaicos monoédricos com cada um dos hexaminós.

12. Visualização espacial

Atividade 33. Determinar com quais dos pentaminós da fig. 1 pode ser construída uma caixa cúbica sem tampa.

Atividade 34. Indicar com quais dos hexaminós da fig. 3 pode ser construído um cubo.

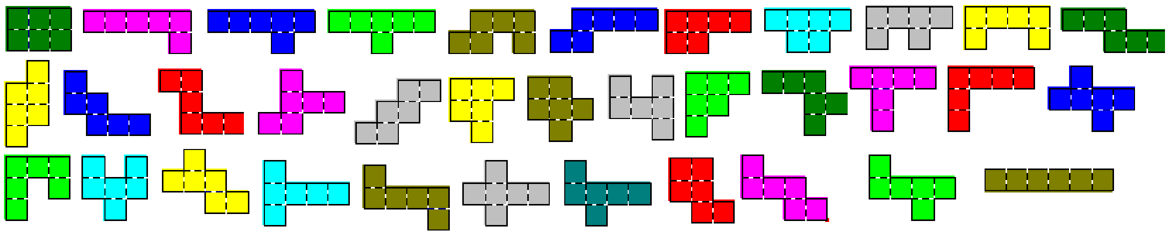

fig. 3

13. Arte

Atividade 35. i) Construir um quadrado com todos os pentaminós e com o tetraminó quadrado 2u x 2u no centro.

ii) Construir um quadrado com todos os pentaminós e com o tetraminó quadrado 2u x 2u num canto.

iii) Construir um quadrado com todos os pentaminós e com quatro monominós numa das diagonais.

iv) Construir um quadrado com todos os pentaminós e com quatro monominós distribuídos simetricamente nas duas diagonais.

Atividade 36. Construir as seguintes figuras com todos os pentaminós.

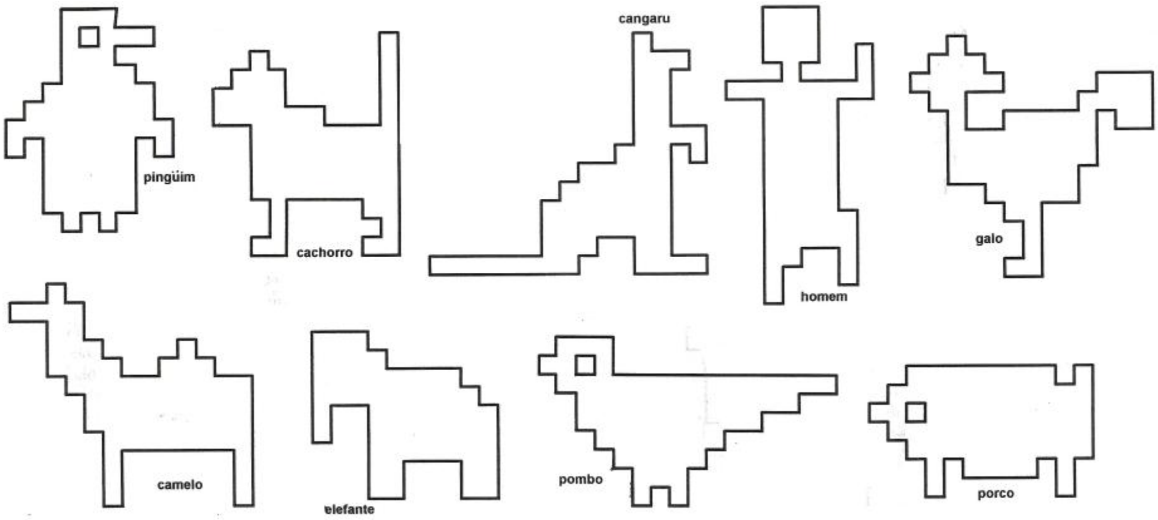

fig. 4

14. Considerações finais

A variedade de construções e problemas que podem ser resolvidos com o uso de pentaminós é muito ampla e não pode ser desenvolvida totalmente num minicurso. Mas as atividades acima podem ser adaptadas aos diferentes níveis de escolaridade e as necessidades dos temas tratados no ensino, para promover a inclusão de trabalhos com materiais lúdicos e manipuláveis apresentamos todo este material. As descrições dos modelos pedagógicos e todas as soluções das atividades serão fornecidas aos professores participantes.

Com este minicurso procura-se promover os pentaminós como importantes ferramentas de enriquecimento da matemática escolar que favorecem a aquisição de técnicas e habilidades de percepção visual e a compreensão dos conceitos, motivam o desenvolvimento de experiências, promovem o trabalho colaborativo e transformam as aulas, que resultam dinâmicas e atrativas, também fomentar as atividades lúdicas na sala de aula e a melhoria da qualidade de ensino.

15. Referências

ALSINA, C. et al. *Enseñar matemáticas.* Barcelona: Graó, 1998.

ALSINA, C., BURGUÉS, C., FORTUNY, J. M. *Materiales para construir la Geometria.* Madrid:Síntesis, 1991. 168 P.

COFRÉ, A., TAPIA, L. *Matemática recreativa en el aula.* México: Alfaomega, 2006.

GOLOMB, S.W. *Polyominoes.* Princeton: Princeton University Press, 1996.

HOLDEN, A. *Shapes, space and symmetry*. New York: Dover, 1991.

KAPPARFF, J. *Connections. The geometric bridge between art and science*. New York: McGraw-Hill, 1991. 470p.

MARTIN, G.E. *Polyominoes.* A guide to puzzles and problems in tiling. 2ª ed. New York: MAA, 1996. 186p.

RECIO, A.M. et all. *Una metodologia activa y lúdica para la enseñanza de la geometria*. Madrid: Síntesis, 1989. 144p.

RICOTI, S. *Juegos y problemas para construir ideas matemáticas.* Buenos Aires: Novedades Educativas, 2006.