

## MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA

*Greicy Kelly Rockenbach da Silva  
Universidade Federal do Paraná  
greicyrockenbach@gmail.com*

### **Resumo:**

Após observações e monitorias realizadas em turmas de ensino fundamental e médio surgiu a questão: Como é aplicar um conteúdo em que se utiliza a Modelagem Matemática como estratégia de ensino? Foram definidos como objetivo descrever e analisar como é feito o planejamento, quais são os procedimentos necessários e as dificuldades no uso da Modelagem. Para isso foi formulado um projeto cujo tema era: “Operadoras de Telefonia Celular”, no qual foi explorado o conceito de função. Esse trabalho foi desenvolvido em uma turma de 9º ano, em cinco aulas, e para obter os detalhes do desenvolvimento do projeto, as aulas foram filmadas e após transcritas para que pudessem ser analisadas. Apesar da utilização da Modelagem ser mais trabalhosa em certos aspectos, é compensador o envolvimento dos alunos com as atividades, apesar de tanto professor quanto alunos precisarem de adaptação a essa forma de ensinar e aprender.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática; Estratégia de Ensino; Funções.

### **1. Introdução**

Esse relato tem como finalidade apresentar parte de uma pesquisa desenvolvida para o Trabalho de Conclusão de Curso-TCC, em que o objetivo era analisar como é aplicar um conteúdo em que se utiliza a Modelagem Matemática como metodologia de ensino. Descrever e analisar desde seu planejamento as dificuldades que um professor enfrenta para desenvolver tal metodologia, quais os procedimentos que devem ser feitos, quais atitudes são tomadas no decorrer das atividades, enfim como é todo o processo de ensino através da Modelagem Matemática.

A partir de observações e monitorias realizadas nas escolas para disciplinas de estágio obrigatório e para o PIBID- Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência, foi observado que geralmente é mostrado somente os algoritmos para os alunos, deixando de trabalhar os conceitos, a relação com outras disciplinas, a relação existente entre os próprios tópicos dos conteúdos de Matemática, deixando assim de ampliar os conhecimentos dos alunos. Diante disso, busca-se conhecer como é aplicar um conteúdo em que se utiliza uma metodologia diferenciada, no caso a Modelagem Matemática, onde tem como objetivo desenvolver vários desses aspectos citados anteriormente.

## 2. Modelagem na Educação Matemática

A necessidade de ensinar conteúdos matemáticos de tal forma que os alunos tenham uma aprendizagem significativa, uma aprendizagem que possibilite o desenvolvimento do seu raciocínio, nos leva a procurar alternativas, uma possibilidade é através da Modelagem Matemática como metodologia de ensino.

Para Bassanezi (1999, p.15), a Modelagem “...consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos, resolvê-los e então, interpretar suas soluções na linguagem do mundo real, é um processo dinâmico e atraente.”

Barbosa acrescenta mais itens que estão envolvidos no processo de Modelagem,

...o ambiente de modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo.

(BARBOSA, 2004, p. 3)

A Modelagem Matemática, como metodologia de ensino-aprendizagem, para Biembengut (2003, p.18) “...parte de uma situação/tema e sobre ela desenvolve questões, que tentarão ser respondidas mediante o uso de ferramental matemático e da pesquisa sobre o tema.”

A utilização da Modelagem Matemática como estratégia de ensino, tem alguns objetivos,

aproximar outra área de conhecimento da Matemática; enfatizar a importância da Matemática para a formação do aluno; despertar o interesse pela Matemática ante a aplicabilidade; melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos; desenvolver a habilidade para resolver problemas; e estimular a criatividade.

(BIEMBENGUT, 2003, p.18)

E alguns argumentos apontados por Barbosa (2004, p.2) “...motivação, facilitação da aprendizagem, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sociocultural da Matemática.”

É de consenso, entre os especialistas, que a utilização da Modelagem no ambiente de ensino, não é uma tarefa fácil, diante de alguns obstáculos como, cumprimento do planejamento, reação das pessoas envolvidas no ambiente escolar (alunos, pais, pedagogos), e a própria insegurança do professor. Mas como ressalta Barbosa (2009), essas reações são normais, já que existe uma longa tradição e uma expectativa consolidada sobre

como deve ser uma aula de Matemática. A notícia boa é que para todas ou boa parte dessas dificuldades encontradas há uma solução.

Para Barbosa (2009), o impacto que as atividades com Modelagem pode causar nas pessoas é passageira, pois a partir do momento em que os alunos se envolvem com Modelagem, os pais e supervisores passam a ter uma reação positiva.

Quanto à insegurança do professor,

Vale ressaltar que um curso, uma palestra ou um artigo contendo definições e/ou resultados positivos de trabalhos realizados não são suficientes para se pôr em prática, num primeiro momento, a modelação, com todas as turmas e alunos de que o professor dispõe. Habilidade e segurança só se ganham com a experiência. Uma experiência que deve ser feita de forma gradual...  
(BIEMBENGUT, 2003, p. 29).

Em geral, basicamente é proposto que a Modelagem pode ser encaminhada da seguinte maneira: escolher um tema ou situação de interesse comum dos alunos; criar problema(s) acerca do tema escolhido; responder o problema através de conhecimentos matemáticos e da pesquisa sobre o tema; concluir, validando o modelo (resolução) com o problema inicial.

Barbosa (2009) propõe que é possível organizar de três maneiras o ambiente de Modelagem, com diferentes divisões de responsabilidades entre professor e alunos. No primeiro caso o professor elabora o problema e coleta os dados, restando assim para os alunos, juntamente com a orientação do professor, a resolução do problema proposto. No caso 2 o professor elabora o problema e a coleta de dados e resolução do problema é de responsabilidade do professor e dos alunos. No terceiro e último caso, professor e alunos são responsáveis pela elaboração do problema, pela coleta dos dados e resolução do problema.

### **3 Projeto operadoras de telefonia celular**

As aulas que foram aplicadas para essa pesquisa, foram desenvolvidas no Colégio Estadual Helena Kolody, em Colombo-Paraná, com uma turma de 9º ano, no período da manhã, composta por 35 alunos.

Como metodologia de pesquisa, as aulas foram filmadas para obter com riqueza de detalhes todos os procedimentos feitos, e para após serem transcritas e analisadas baseando-se nos objetivos definidos.

#### **3.1 Planejamento**

A aplicação estava planejada para quatro aulas de 50 minutos cada, onde na primeira aula ocorreria a introdução do tema: operadoras de telefonia celulares, a partir da reportagem intitulada: “Quase 90% dos clientes não fazem o plano de telefonia celular adequado”, que serviria também para orientar as próximas etapas. Para a primeira aula estava previsto também a escolha do(s) problema(s) pelos alunos. A segunda e terceira aula ficaria para a resolução do problema, e na quarta e última aula a socialização das respostas e a conclusão do assunto. Apesar dos alunos serem os responsáveis pela escolha do problema, o objetivo era desenvolver uma ideia intuitiva de funções do 1º grau.

### **3.2 Primeira aula**

Foi iniciado apresentando para os alunos o tema que seria trabalho nas quatro aulas, e em seguida a leitura da reportagem. Solicitei que eles fizessem uma primeira leitura sozinhos. Quando perguntei se já haviam terminado duas alunas já se prontificaram em ler o texto.

Após a leitura em conjunto, houve uma conversa sobre como estavam usando o celular, qual operadora utilizavam e o porque utilizavam aquela operadora e quais eram as informações que mais lhe interessavam. A maioria utilizava a mesma operadora, com a justificativa de que era a mais barata para mandar mensagem (SMS), quando questionados se faziam ligações, os alunos disseram que sim e que aquela operadora não era a melhor para efetuar ligações na opinião deles. Outro questionamento feito, aos alunos, foi se conheciam os valores das outras operadoras, não souberam ao certo afirmar que a operadora que eles utilizavam era a melhor de acordo os gastos de cada um.

Pela discussão, constatei que os alunos não conheciam muito os valores das outras operadoras e quais as vantagens e desvantagens de cada uma. Notei que já tinha conseguido envolver os alunos com o assunto, como faltava apenas quinze minutos para o termino da aula, solicitei que formassem grupos de até quatro alunos e que formulassem um ou mais problemas.

Após cada grupo formular o(s) problema(s), eles escolheram resolver o problema do segundo grupo: “Qual operadora tem taxas mais baratas para falar com outras operadoras?” Ficou combinado que os alunos iriam trazer para a próxima aula as informações sobre as taxas de cada operadora.

Uma dúvida que surgiu durante essa aula, era como fazer ligação de celular para outros países, como eu não sabia exatamente a resposta, me comprometi em trazer nas próximas aulas.

### 3.3 Segunda aula

Para esta aula estava destinado para os alunos iniciarem a resolução do problema:

- ✓ Qual operadora tem taxas mais baratas para falar com outras operadoras? (Represente as taxas de cada operadora por fórmulas)

Essa segunda parte “Represente as taxas de cada operadora por fórmulas”, acrescentei para iniciar posteriormente, a desenvolver nos alunos uma ideia de funções do 1º grau e também por ser utilizado no segundo problema. Foi escolhida a palavra “fórmula” por ser conveniente para o entendimento dos alunos, antes de ser formalizado o conceito de funções.

Nesta aula propus também aos alunos outro problema, devido ao problema escolhido por eles ser simples.

- ✓ Considerando as promoções de cada operadora, se um cliente faz em média, 5 ligações para cada operadora (de 4 minutos cada), qual seria a melhor operadora para ele? (Represente por fórmulas, as taxas de cada operadora e depois substitua os dados).

Nesta aula a maioria dos alunos não cumpriu com o combinado de trazer as informações sobre a taxa de cada operadora, pois muitos não têm acesso à internet. Já esperava que isso pudesse ocorrer e levei para cada grupo, as informações das operadoras.

No decorrer da aula, fui orientando e os auxiliando de grupo em grupo. Alguns alunos tiveram dúvidas de como relacionar as variáveis, segue o diálogo com um dos grupos, para resolver o primeiro problema:

- Aluna: Professora é para a gente criar uma tarifa?
- Professora: Não, a tarifa já está pronta, na folha que eu entreguei para vocês.
- Professora: O nosso problema é: “Qual operadora tem taxas mais baratas para falar com outras operadoras?” e eu quero que vocês criem uma fórmula para cada operadora que represente o valor total da ligação para outras operadoras.
- Professora: Como vocês podem fazer para calcular o valor de uma chamada.
- Aluna: Antes de ligar, eu vejo quanto de crédito eu tenho, e depois que acaba eu vejo quanto foi.

- Professora: Ok, mas aqui, para representar por uma fórmula, o valor total de uma ligação.
- Professora: Vamos fazer para a Tim, a taxa é R\$1,59 para outra operadora.
- Aluna: Nossa, por minuto?
- Professora: Sim, por minuto.
- Professora: Então como que vai ser calculado o valor total dessa chamada?
- Professora: Se vocês fizerem uma ligação de três minutos, por exemplo, quanto vai custar?
- Aluna: R\$1,59 vezes 3.
- Professora: Então, aqui como não temos um tempo fixo, podemos colocar uma variável.
- Aluna: o x.
- Professora: Então o valor será R\$1,59 vezes o x, que vocês falaram, essa será a fórmula que representa esse problema.
- Aluna: Então vai ficar R\$1,59 vezes x igual a x.
- Professora: Igual a x não.
- Aluna: Sim, porque a gente não sabe o resultado.
- Professora: Não, porque o x varia... O que você está dizendo vai ficar assim: o tempo da ligação é igual a R\$1,59 vezes o tempo da ligação.
- Aluna: Ah tá.
- Aluna: Então eu coloco R\$1,59 vezes x igual a...
- Professora: O valor total da ligação que vocês podem representar por V ou pelo que vocês quiserem.
- Aluna: Mas eu tenho que descobrir o valor de x?
- Professora: Não, vamos só deixar representado pela fórmula por enquanto.

### 3.4 Terceira aula

Nesta aula os alunos resolveram o segundo problema. Eles apresentaram dificuldades com a interpretação do problema, na maioria dos grupos foi necessário explicar o que o problema estava pedindo.

Neste dia a professora regente por perceber que os alunos estavam envolvidos com as atividades, cedeu mais uma aula caso precisasse. Aceitei, pois assim seria possível concluir melhor, formalizando o conceito de funções e finalizar com alguns problemas sobre esse conteúdo.

### 3.5 Quarta aula

Foram socializadas as resoluções e informações. Três alunos de diferentes grupos resolveram uma parte do problema dois no quadro, porém não quiseram explicar, então expliquei a resolução de cada um.

Nesta aula também foi explicado como fazer ligação de celular para outros países, pergunta que uma aluna fez durante a primeira aula.

Para complementar as ideias desenvolvidas nos problemas, foi formalizado o conceito de funções do 1º grau, em que com alguns exemplos utilizando o contexto de ligações de telefonia celular, foi trabalhada a ideia de relação entre duas grandezas, à caracterização da função (antes chamada apenas de fórmula), variável dependente e variável independente, e por fim, foi mostrada uma relação entre conjuntos, onde continha números negativos, para terem uma ideia mais abrangente do conteúdo de funções, tendo em vista que no contexto das aulas só foi trabalhado com números positivos.

### 3.6 Quinta aula

Para verificar se os alunos tinham compreendido alguns aspectos sobre funções, foram passados dois problemas convencionais:

- ✓ Sabendo que uma ligação de um cliente Tim para outro cliente Tim custa R\$0,25, quantas ligações são possíveis realizar com R\$4,50 de crédito? Lembrando que a função  $f(x)=0,25 \cdot x$  representa o valor total da ligações.
- ✓ Considerando que a função  $f(a)=1,46 \cdot a$  representa o valor de uma ligação de vivo para fixo, com  $a$  em minutos, quanto daria uma ligação com duração de 24 minutos?

## 4. Análise dos dados

A aplicação do projeto foi planejada para quatro aulas, pois a professora regente da turma tem um planejamento a seguir. Porém a professora considerou produtivas as aulas e cedeu mais uma aula para completar melhor o trabalho.

O planejamento das aulas é um dos pontos que traz insegurança, pois não se sabe ao certo o que vai ocorrer, principalmente quando é escolhido deixar para os alunos

formularem a problemática inicial, acredito que essa é a etapa mais “delicada”, visto que é a que norteará o resto do trabalho. A escolha do tema das aulas é outro ponto preocupante, pois surgem dúvidas, se os alunos vão se interessar, se iram se motivar a pesquisar sobre o tema tratado.

É necessário o professor ler bastante, se preparar sobre o tema proposto, pois mesmo sendo ele que orientará as atividades, a conversa com os alunos, os interesses dos alunos, as questões levantadas por eles é que influenciará também no encaminhamento do restante do trabalho.

Na primeira aula, a participação da turma surpreendeu, após uma primeira leitura sozinhos, duas alunas se prontificaram, sem eu perguntar, em ler o texto. De um modo geral a turma foi participativa, o que facilitou a aplicação das aulas.

Para a segunda aula ficou combinado com alunos para eles trazerem para a aula as informações (taxas das operadoras) para resolverem o problema, porém como já esperado a maioria não trouxe, pois muito deles não tem acesso à internet. Nesse contexto, é ilustrada a importância do professor-aplicador conhecer a realidade dos alunos, se preparar para esses imprevistos, pois sem essas informações que os alunos deveriam trazer seria impossível dar continuidade ao trabalho.

No problema que os alunos escolheram: “Qual operadora tem taxas mais baratas para falar com outras operadoras?”, acrescentei para os alunos representarem por fórmulas as taxas de cada operadora. Os alunos não sabiam ao certo como resolver isso, porém sabiam o que era uma fórmula, já haviam aprendido equação do 2º grau anteriormente, acredito que estavam inseguros por estarem acostumados a resolverem outros tipos de exercícios, assim foi necessário orientá-los a respeito disso.

Na quarta aula que era destinada a finalização dos problemas iniciais, os alunos foram resolver no quadro suas soluções, porém não se sentiram seguros para explicar aos demais o que tinham feito. Se por um lado no início do trabalho eles se sentiram a vontade na discussão da reportagem, aqui eles apresentaram insegurança para explicar os cálculos realizados, mesmo com a insistência do professor-aplicador, o que parece é que os alunos não tinham total domínio sobre suas resoluções.

Nesta aula também foi formalizado o conceito de funções. A meu ver, essa aula foi a mais proveitosa, pois durante a explicação foi perceptível que o conteúdo estava sendo

compreendido, que estava passando a fazer sentido a fórmula que eles estavam construindo anteriormente.

Na quinta aula foi passado para os alunos dois problemas convencionais, para verificar se haviam compreendido cálculos básicos em funções, a maioria deles resolveram, alguns apresentaram dúvidas onde deveriam substituir a variável, mas com essa aula foi possível sanar eventuais dúvidas que os alunos poderiam ter.

Utilizando a metodologia Modelagem Matemática, o trabalho e o papel do professor mudam, pois é necessário acompanhar e orientar vários grupos, não há como apresentar uma aula expositiva quando os alunos estão resolvendo os problemas, cada grupo apresenta uma dúvida, e se encontram em diferentes etapas da resolução. Além disso é necessário organizar as sequencias do que deverá ser feito, estabelecer vários critérios para o trabalho, limitar para o trabalho não perder o foco.

Os alunos se envolveram, foram mais ativos nas aulas, tendo em vista que o tema das aulas era um assunto acessível a eles, tendo argumentos para discutir, treinando assim a habilidade de argumentação.

Apesar disso os alunos apresentaram insegurança com relação à metodologia utilizada, como se não estivessem aprendendo Matemática, alguns alunos foram perguntar para a professora regente da turma como iria ficar o conteúdo para a prova.

## **5. Considerações finais**

Tendo em vista o objetivo desta pesquisa, verificamos que apesar de no início ser difícil, pois os alunos não acostumados com a metodologia se sentem perdidos, é necessário continuar para que se acostumem a sair da “rotina” da aula tradicional. Nesse contexto, a vantagem é que os alunos participam mais nas discussões, pois o assunto faz parte de suas vidas, é acessível a eles, tendo base para argumentações.

Para o professor, a maior preocupação é em relação aos encaminhamentos das atividades que compõe todo o trabalho. Se o tema irá envolver os alunos, se os problemas formulados pelos alunos irão ser adequados para dar continuidade ao trabalho.

O momento mais satisfatório do trabalho com operadoras de telefonia celulares foi na formalização, para os alunos, sobre o conceito de funções, antes estavam trabalhando apenas com a ideia intuitiva, com dúvidas se aquilo que estavam manipulando estava matematicamente correto. Durante a explicação do que é função e todas as componentes

envolvidas, utilizando o contexto do tema, a reação dos alunos foi a de “fazer sentido” no que estavam resolvendo anteriormente. Comparando com uma aula tradicional, os alunos se envolvem mais com a explicação, já esclarecem suas dúvidas, pois já manipularam aqueles conceitos.

No geral, apesar da utilização da Modelagem Matemática ser mais trabalhosa em certos aspectos, é compensador ver os alunos mais envolvidos, isso conseqüentemente motiva o professor, ficando a intenção de querer utilizar novamente essa estratégia de ensino-aprendizagem.

## 6. Agradecimentos

À professora Elisângela de Campos pela orientação no Trabalho de Conclusão de Curso-TCC, que resultou nesse relato de experiência.

## 7. Referências

BARBOSA, J. C. Integrando Modelagem Matemática nas práticas pedagógicas. **Educação Matemática em Revista**, v.14, n°26, p. 17-25, 2009.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por Que? Como? **Veritati**, n°4, p. 73-80, 2004.

BASSANEZI, Rodney Carlos. Modelagem Matemática Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores. **Biomatemática**, Campinas, v. 9, p.9-21, 1999

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. 3° ed. São Paulo: Contexto, 2003. 127 p.

PERRONE, Monalisa. **Quase 90% dos clientes não fazem o plano de telefonia celular adequado**. Disponível em <<http://g1.globo.com/jornal-hoje/noticia/2012/04/quase-90-dos-clientes-nao-fazem-o-plano-de-telefonia-celular-adequado.html>> Acesso em 21 ago. 2012.