XI ENEM
Encontro Nacional de Educação Matemática
Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas
Curitiba, PR - 18 a 21 de julho de 2013
Sociedade Brasileira de Educação Matemática 25 anos

INVENÇÃO EM UMA EXPERIMENTOTECA DE MATEMÁTICA: PROBLEMATIZAÇÕES E PRODUÇÃO MATEMÁTICA

Fernanda de Oliveira Azevedo
Universidade Federal de Juiz de Fora
azevedof.oliveira@gmail.com

Resumo:
O presente trabalho busca apresentar duas atividades desenvolvidas no âmbito do projeto de Treinamento Profissional "Experimentoteca de Matemática: experiência, aprendizagem e produção matemática". Estas atividades aconteceram durante os encontros entre a bolsista do Treinamento profissional – autora deste texto – e escolares oriundos da rede municipal de Juiz de Fora (MG). A proposta do texto é apresentar a produção matemática realizada pelos escolares em duas das atividades desenvolvidas: uma utilizando jogo e outra, investigação matemática. Com estas duas atividades, colocamos em evidência as possibilidades de produção matemática a partir de abordagens didático-metodológicas, no caso o jogo e atividades investigativas, que possibilitam problematizações realizadas pelos escolares no processo de produção de conhecimento matemático.

Palavras-chave: experiência; produção matemática; problematização.

1. Introdução

O projeto de Treinamento Profissional intitulado "Experimentoteca de Matemática: experiência, aprendizagem e produção matemática" é desenvolvido no Núcleo de Educação, Ciência, Matemática e Tecnologia (NEC) da Universidade Federal de Juiz de Fora. Ele atende, semanalmente, um grupo de escolares das séries finais do Ensino Fundamental da rede municipal de Juiz de Fora (MG), desde o ano de 2010. Após esses encontros, são realizadas reuniões para a produção de relatórios descrevendo o andamento das atividades e colocando em reflexão os acontecimentos das tardes de atendimento. Além desses encontros, ocorre a organização de um grupo de estudos, composto pelos alunos bolsistas do Treinamento Profissional, de Iniciação Científica e de Trabalho de Conclusão de Curso e a professora orientadora. Nesse grupo de estudos os temas centrais são: tendências e perspectivas em Educação Matemática, saberes matemáticos escolares, cognição, aprendizagem, experiência, conhecimento, processos de subjetivação e modos de existir, pensamento inventivo e, por último, a aprendizagem como invenção de si e do mundo.

Os escolares atendidos pelo projeto de Treinamento Profissional, doravante TP, são apontados pela escola em situação de fracasso escolar, inclusive em Matemática. O projeto de TP atua na tentativa de possibilitar a esses escolares uma experiência com a matemática, que se diferencie daquela já vivida e que os categorizou no fracasso. A opção por atividades que utilizem abordagens metodológicas como jogos e atividades investigativas sugere a proposta de abrir possibilidade para que eles experienciem[1] a Matemática como produção de um conhecimento e que, no movente dessa experiência, eles tenham, também, a possibilidade de se constituírem de outra maneira, podendo habitar outros lugares que não o do fracasso. Nos atendimentos, os escolares sentem-se incomodados e provocados a inventarem problemas, o que os leva a buscar regularidades matemáticas e estratégias a serem utilizadas em situações que vão se apresentando no decorrer do desenvolvimento das atividades. Dessa forma, junto a uma perturbação e desassossego, há uma produção de um pensar matemático, o que possibilita a produção de um "algo novo", não atrelado a um reconhecimento de antigas formas, o que os leva a se conceberem de outros modos, para além e aquém do já reconhecido fracassado em matemática. Nessa perturbação do pensar, inventam-se modos de produzir matemática.

Paralelamente ao atendimento ao grupo de escolares, são desenvolvidas pesquisas que se concretizam através de projetos de Iniciação Científica, visando o estudo de processos cognitivos e de análises de dificuldades e de potencialidades desses escolares diante do envolvimento com atividades propostas. Essas ações do projeto visam propiciar aos bolsistas de Treinamento Profissional, alunos em processo de formação docente inicial, a possibilidade de problematizar as concepções de Matemática que permeiam as práticas educativas, as políticas cognitivas assumidas nessas práticas e a compreensão de como se produz conhecimento.

2. Uma Experimentoteca de Matemática: atividades

[1] Gendlin confere ao termo experenciar o sentido de um processo, uma atividade em funcionamento, um fluxo concreto, aperceptivo, sentido, que não se equivale a definições e esquemas lógicos, que são somente abstratos. Para Larossa, experiência é aquilo que nos acontece ou nos toca, sendo assim intransponível e individual.

Várias atividades foram desenvolvidas nos encontros, realizadas no âmbito do Treinamento Profissional. Optamos por apresentar duas delas: uma envolvendo a Torre de Hanói e outra, a respeito da condição de existência de triângulos. A Torre de Hanói[2], considerada um jogo, foi um dos recursos tomado em nossos encontros. O atendimento aos estudantes iniciou com a apresentação da

Figura 11

Torre de Hanói e de suas regras. Eles começaram a jogar com duas peças. Logo, todos os escolares conseguiram transferir as peças para o último pino, com três movimentos. Com três peças, houve dois números de movimentos. Três escolares conseguiram com sete e dois escolares com onze. Outras tentativas foram realizadas, porém não foi possível movimentar as três peças da pilha, do primeiro ao último pino, com uma quantidade de movimentos inferior a sete. Diante disso, os escolares perceberam que havia um número mínimo de movimentos, o que foi assumido pelo grupo. Em um momento do encontro, foi dito pela bolsista que havia uma fórmula utilizada para calcular essa quantidade mínima de movimentos, mas o grupo continuou realizando outras tentativas com as peças da Torre de Hanói, não mostrando interesse em conhecer tal fórmula. Depois de algum tempo, todos conseguiram com sete movimentos.

Com quatro peças foi um pouco mais trabalhoso para o grupo. Ainda assim, com algumas tentativas, eles conseguiram os quinze movimentos.

Os escolares fizeram experimentações com cinco peças (Figura 1). As quantidades de movimentos com cada número de peças foram discutidas pelo grupo durante a atividade. Ao final, foi construído a partir dessa discussão um quadro com o número de movimentos que cada escolar havia realizado para transferir todas as peças para o último

[2] A Torre de Hanói é considerada um jogo composto por três pinos e um variado número de peças de tamanhos diferentes, podendo ter também formatos distintos umas das outras. As peças são empilhadas no primeiro pino, da maior para a menor. O objetivo é transferir a torre para o último pino. Para isso, ela deve ser movimentada com o auxílio dos outros dois pinos, uma peça de cada vez, não sobrepondo uma peça maior a uma peça menor. Há ainda a ideia, que não foi anunciada na apresentação da Torre de Hanói aos escolares, de que existe um número mínimo de movimentos que pode ser realizado para cada número de peças, sendo esse número mínimo dado pela enésima potência de dois menos um, sendo n o número de peças que compõe a Torre. Ou seja, o número de movimentos mínimos m a serem realizados na Torre de Hanói composta por n peças é estabelecido por $m = 2^n - 1$.

pino e destacado o número mínimo de movimentos para cada quantidade de peças da Torre (Figura 2)[3].

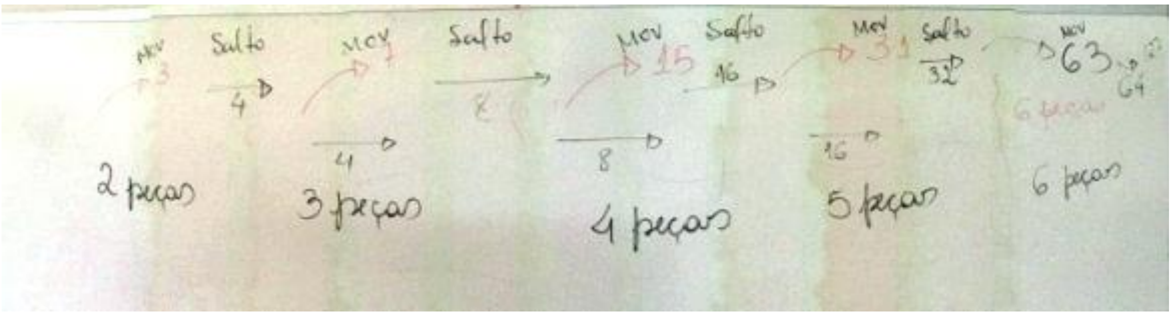

Figura 2

Então, foi lançada ao grupo a proposta de, a partir desse registro, estimar o número de movimentos necessários ao se jogar com seis peças. Não era possível exercitar nas Torres, já que elas só possuíam cinco peças. O grupo começou a buscar regularidades na tabela. A primeira regularidade percebida por eles foi a diferença entre o número de movimentos, chamada por eles de "salto[4]", entre duas quantidades consecutivas de peças. O salto de duas para três peças era a diferença entre sete (número de movimentos com três peças) e três (número de movimentos com duas peças), ou seja, era igual a quatro. Entre três e quatro peças era a diferença entre quinze (número de movimentos com quatro peças) e sete (número de movimentos com três peças), sendo igual a oito. Entre quatro e cinco peças era a diferença entre trinta e um (número de movimentos com cinco peças) e quinze (número de movimentos com quatro peças), ou seja, era igual a dezesseis. Assim, concluíram que cada número de saltos era igual à soma do número de saltos que o antecedia com esse mesmo valor, ou seja, o dobro do número de saltos anterior (Tabela 1).

---

3 Como esse quadro se baseia no número mínimo de movimentos com cada quantidade de peças da Torre de Hanói, será omitida, a partir dessa nota, a expressão número mínimo de movimentos. Assim, quando for lido número de movimentos com n peças, deve-se entender que se fala do número mínimo de movimentos com n peças.

4 Assim como na nota anterior, quando for lido "salto de n para (n+1) peças" deve-se entender que se fala da diferença entre o número mínimo de movimentos de n e o número mínimo de movimentos de (n+1) peças.

Tabela 1

de	para	número dos saltos
duas peças	três peças	quatro
três peças	quatro peças	oito, que é o dobro do número do salto anterior, que é quatro
quatro peças	cinco peças	dezesseis, que é o dobro do número do salto anterior, que é oito

Sendo assim, o salto de cinco para seis peças seria igual trinta e dois (o dobro de dezesseis) e de seis para sete peças, igual a sessenta e quatro (o dobro de trinta e dois).

Os escolares observaram, também, que o número de movimentos com três peças (sete) correspondia à soma do número de movimentos com duas peças (três) e com o salto de duas para três peças (quatro). Perceberam que o número de movimentos com quatro peças (quinze) correspondia a soma do número de movimentos com três peças (sete) e com o salto de três para quatro peças (oito). Acontecia o mesmo caso com o número de movimentos com cinco peças (trinta e um), que correspondia ao número de movimentos com quatro peças (quinze) e com o salto de quatro para cinco peças (dezesseis), o que apresenta a Tabela 2 .

Tabela 2

quantidade de peças	número de movimentos
três peças	sete
quatro peças	quinze
cinco peças	trinta e um

Por fim, através dessa discussão o grupo de escolares pôde prever qual seria o número de movimentos quando a Torre de Hanói fosse composta com seis e sete peças, sendo sessenta e três e cento e vinte e sete, respectivamente (Tabela 3).

Tabela 3

quantidade de peças	**número de movimentos**
três peças	sete
quatro peças	quinze
cinco peças	trinta e um
seis peças	sessenta e três
sete peças	cento e vinte e sete

Nesse encontro, o grupo de escolares criou uma maneira de olhar para os registros construídos a partir da discussão de uma atividade que lhes foi proposta, buscando encontrar neles regularidades que os possibilitasse a discursar a respeito daquela produção matemática disparada através da Torre de Hanói. Desse modo, puderam falar não apenas do número de movimentos com duas, três, quatro e cinco peças, quantidades que compunham a Torre de Hanói que manipulavam. Foi possível que falassem, também, do número de movimentos com seis e sete peças. Além disso, a produção matemática do grupo se deu sem recorrer à potenciação e ao antecessor de um número inteiro, objetos matemáticos contidos na fórmula tradicional que oferecem o número mínimo de movimentos para cada quantidade de peças, citados anteriormente. Logo, o grupo criou uma nova forma de falar para tratar daquelas regularidades, produzindo matemática ao invés de apenas reproduzi-la.

Outra atividade proposta aos escolares e que apresentaremos neste texto propunha uma atividade investigativa em que eles deveriam construir um triângulo qualquer utilizando fios de macarrão espaguete cru[5]. Para isso, precisariam quebrar aleatoriamente um fio de macarrão em três partes, que seriam utilizados como os lados da figura, e investigar quando era possível a criação de um triângulo com aqueles pedaços. Nas primeiras tentativas, o grupo de escolares quebrava os fios de macarrão em três pedaços de tamanhos próximos. Com esses três pedaços de macarrão, sendo utilizados como lados, construíam triângulos com lados de medidas próximas. As tentativas seguiam, quando, então, um problema foi instigado: construírem triângulos com medidas de lados diferentes. Seguiram as tentativas, até que um escolar partiu um pedaço bem maior que os outros dois

[5] Para essa atividade foram disponibilizados fios de macarrão espaguete cru, réguas, lápis, borrachas e cadernos caso se mostrasse necessário para algum registro durante a atividade.

e, dessa forma, fixando um lado, os outros dois não se encontravam, como na imagem da Figura 3.

Figura 3

Assim, os discentes concluíram que os tamanhos dos pedaços de fio de macarrão que eram utilizados como lados determinavam a possibilidade de construir ou não triângulos com eles. Com isso, passaram a explorar mais diretamente os tamanhos dos pedaços de fio de macarrão, com os quais era possível construir triângulos e, também, os pedaços com os quais não era possível, medindo-os com régua ou comparando os tamanhos dos pedaços, colocando-os lado a lado. Através dessa investigação, uma regularidade foi sendo produzida: ao compararem os tamanhos dos três pedaços, dois a dois, com os quais era possível construir um triângulo, os estudantes concluíram que o tamanho de dois pedaços juntos sempre era maior que o tamanho do terceiro pedaço. Quando um dos três pedaços com os quais se pretendia construir um triângulo era maior que os outros dois pedaços juntos, do mesmo fio de macarrão, a construção não era possível.

Assim, por meio dessa atividade investigativa, o grupo atendido pelo TP pôde construir outra regularidade. Nesse caso, foi quanto à condição de existência de triângulos, sem, no entanto, ter sido apresentado a eles conceitos de desigualdade numérica ou diferença entre a medida de segmentos de reta. Ainda, sem mostrá-los os elementos que constituem um triângulo. Como já foi dito, no desenvolvimento dessa atividade, ao apresentarem uma tendência de partir o fio de macarrão em três pedaços de medidas praticamente iguais, os escolares foram instigados a criar um problema – fazerem triângulos com medidas de lados diferentes, abrindo-se um campo para as conjecturas – ao suporem que a possibilidade de construir um triângulo se relacionava ao tamanho dos pedaços de macarrão que serviriam de lados. Também, chegaram a uma conclusão, a partir das tentativas realizadas, produzindo um conhecimento matemático, ao pensarem quando é possível a construção de um triângulo, sendo dadas as medidas de seus lados.

3. Considerações Finais

O grupo de escolares recebido no TP, desde sua reestruturação no ano de 2010, quando se deu início a um atendimento regular, é apontado pela escola como alunos em situação de fracasso escolar, inclusive em Matemática. Através das atividades desenvolvidas nesse projeto, é proposta outra experiência escolar com a matemática, que se diferencia da tradicional, na qual os problemas são dados de antemão e resolvidos acessando um saber já dado. Sendo assim, é sugerida a produção de um conhecimento matemático a partir de atividades que possam disparar problematizações e, também, a criação de problemas. Apresentamos, neste texto, duas das atividades desenvolvidas pelos escolares, nas quais puderam explorar, investigar e produzir regularidades matemáticas num movimento de produção de um conhecimento. Entendemos que, deste modo, podemos propiciar outro lugar para que estes escolares possam se conceber, um lugar que desconstrua os discursos que os nomeiam enquanto fracassados. Com isto, podemos possibilitar mudanças nos modos de viver e de estar perante a própria matemática escolar.

4. Agradecimentos

Agradeço à escola que indicou os discentes a participar dos encontros realizados no TP, aos próprios estudantes que compõem o grupo atendido nesse projeto e à Universidade Federal de Juiz de Fora, pela concessão das bolsas de Treinamento Profissional para o desenvolvimento dessa prática.

5. Referências

GENDLIN, E. T. **Experiencing and the creation of meaning**. Evanston, IL: Northwestern University Press, 1997 (Original publicado em 1962)

KASTRUP, Virgínia. **A invenção de si e do mundo:** uma introdução do tempo e do coletivo no estudo da cognição. Campinas: Papirus, 1999.

LARROSA, Jorge. **Notas sobre a experiência e o saber de experiência**. 2002. In: http://www.anped.org.br/rbe/rbedigital/RBDE19/RBDE19_04_JORGE_LARROSA_BONDIA.pdf