UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE MAPLE NO PROBLEMA DE CÁLCULO: MODELAGEM MATEMÁTICA DE UM VOLUME DE REVOLUÇÃO.

Carlos Henrique da Silva Nascimento
Universidade federal do Tocantins
carlos_henrique_nacimento@hotmail.com

Daniella Oliveira Lopes
Universidade Federal do Tocantins
danioliveiralo@hotmail.com

Paulo Cléber Mendonça Teixeira
Universidade Federal do Tocantins
clebermt@uft.edu.br

Resumo
O presente trabalho é resultado de uma atividade desenvolvida na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II no Curso de Engenharia de Alimentos. Foi investigado como a utilização do software Maple na resolução do problema no Ensino do Cálculo. Para exemplificar esse trabalho, a atividade proposta consistiu em calcular o volume de um objeto (sólidos de revolução). Para desenvolver a atividade foi necessária a utilização de uma equação de regressão linear, usando o método dos mínimos quadrados, tanto para a obtenção da curva de contorno como para o cálculo do volume, com o objetivo de mostrar a eficácia do software no ensino do Cálculo.

Palavras Chave: Cálculo; Volume; Maple.

1. Introdução

A Matemática é uma disciplina muito importante e que está presente em muitas situações do dia-a-dia, portanto é de grande importância aprender e saber ensinar Matemática. As disciplinas de Cálculo têm altos índices de rendimento insatisfatório, evasão e reprovação. O que podemos observar é que muitos alunos questionam o porquê de se estudar Cálculo e onde podem ser aplicados os conteúdos que aprendemos na Universidade, e de acordo com Caldeira (2005) a Modelagem Matemática pode ser vista como um forte instrumento para que os alunos possam ter uma visão mais clara da importância que a Matemática desempenha na vida das pessoas, visto que suas aplicações esclarecem os conteúdos matemáticos que devem ser trabalhados em cada ano, pois trabalha os conteúdos matemáticos, buscando as relações destes com o dia-a-dia, sua aplicação, utilização e importância.

De acorco Taneja (1997), no que se refere ao processo ensino-aprendizagem, os sofwares exercem grande influência no desenvolvimento intelectual dos alunos.

O software Maple possuí uma grande potencialidade em relação ao ensino tópicos do Cálculo, ele oferece vários recursos como capacidade de computação algébrica, numérica e gráfica, capacidade de manipulação de fórmulas e números e uma linguagem de programação de alto nível.

Este trabalho foi feita uma revisão literária de artigos que abordam a utilização do software Maple na resolução de problemas no ensino da modelagem matemática de diversos assuntos do conteúdo de cálculo. Também foi necessário fazer um aprofundamento no estudo do *software Maple*, e pesquisas em livros que abordem a utilização do *Maple* no ensino de assuntos da disciplina de Cálculo, para a resolução do problema. Em particular, foram apresentados cálculos envolvendo regressão linear e volume de sólido de revolução.

2. Modelagem Matemática

A modelagem Matemática pode ser vista como uma estratégia de ensino e uma metodologia interdisciplinar, que proporciona aos alunos trabalhar com situações problemas que envolvem a realidade e que abordam diversos assuntos nos diversos campos da sociedade (LUNA, SOUZA e SANTIAGO, 2009).

Ao se trabalhar com a Modelagem Matemática, o professor passa a desempenhar o papel de medidor entre o conhecimento matemático elaborado e o conhecimento cultural do aluno. Isso é evidenciado, pois, segundo Bassanezi (2002),

> A modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas caminhar seguindo etapas aonde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado. Com a modelagem o processo de ensino aprendizagem não mais se dá no sentido único do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno com seu ambiente natural, (p.38).

A Modelagem Matemática possibilita uma aprendizagem ampla, geral e sem restrições, uma vez que utiliza de outras áreas do conhecimento. Ela permite que o aluno faça pergumtas, crie e resolva problemas e interprete suas soluções. Segundo Bassanezi (2002, p.31), “a Modelagem eficiente permite fazer previsões, tomar decisões, explicicar e entender, enfim participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças”. Por meio da Modelagem Matemática o aluno torna-se mais consciente da itlidade da matemática para resolver e analisar problemas do dia a dia, pois se pode trabalhar atividades na qual poderão ser abordados conceitos já aprendidos pelos alunos ou construir novos conceitos no desenvolvimento da atividade.

3. Apresentação do MAPLE

O MAPLE é um sistema gráfico que integra a capacidade de se fazer cálculo e visualização gráfica em um ambiente interativo bastante agradável, onde os problemas e suas soluções são expressos em uma linguagem matemática familiar. O programa em questão possui ferramentas eficientes para a resolução de problemas, tanto na engenharia como na educação básica.

Desenvolvido por *Waterloo University Inc.*, Canadá, e pelo instituto ETH, de Zurique, Suíça, o *Maple* é um sistema de computação algébrica, numérica e gráfica, desenhado para uso profissional na resolução de problemas que exigem métodos matemáticos. Convém observar que esse sistema não é desenhado especialmente para atingir objetivos pedagógicos, mas é projetado para atender às necessidades do profissional na resolução de problemas. É certo que a utilização adequada desse sistema pode contribuir muito para o processo de ensino aprendizagem significativo.

O *software Maple* possui uma grande potencialidade em relação ao ensino de tópicos do Cálculo, ele oferece vários recursos como capacidade de computação algébrica, numérica e gráfica, capacidade de manipulação de fórmulas e números e uma linguagem de programação de alto nível. Portanto, utilizando o *software Maple*, os conceitos vistos em sala de aula são apresentados de maneira computacional, tornando o processo de aprendizagem mais prazeroso do que no ambiente que geralmente o professor utiliza em sala de aula.

4. Desenvolvimento

Na primeira parte do projeto foi feita uma introdução, aonde, trabalhou-se os conteúdos teóricos fazendo uma explanação sobre cálculo relacionado ao Volume de um Solido de Revolução. Além de realizamos um debate sobre os conceitos relacionados a cálculo do volume. Trabalhamos a forma geométrica ser estuda os alunos envolvidos nesta pesquisa, eram do Curso de Engenharia de Alimentos, do Campus de Palmas da Universidade Federal do Tocantins, do 2ª semestre da disciplina de Cálculo II, alguns alunos envolvidos conforme Figura 01.

Figura 01. Alunos trabalhando no Projeto.

Descrição do problema: Que forma geométrica vai estudar?

A forma do material tem uma significativa importância para o estudo. A princípio devemos caracterizar o sólido geométrico, dentre eles, podemos citar os corpos com o formato redondo, conhecido como cilindros. Eles possuem duas bases, uma superior e outra inferior com o formato de um circulam. Para o estudo foi escolhida um copo em forma de um cilindro, conforme Figura 02.

Figura 02. Copo em forma de Cilindro

Na primeira etapa, foram resgatados os conceitos geométricos que os alunos já possuem e foram introduzidos outros conceitos, como Método dos Mínimos Quadrados, na Regressão Linear.

Segundo Flemming (2011) define o volume do sólido, fazendo uma região plana girar em torno de uma reta no plano, obtemos um sólido, que é chamado sólido de revolução. A reta ao redor da qual a região gira é chamada eixo de revolução, Figura 03.

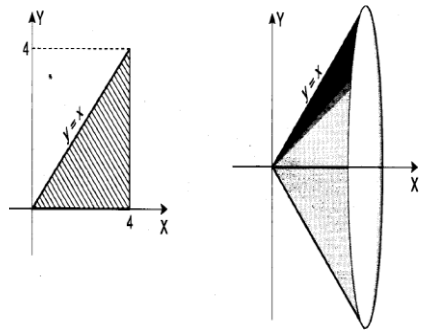

Figura 03 – Eixo de Revolução

Definição: Seja y = f(x) uma função contínua não negativa em [a,b]. Seja R a região sob o gráfico de f de a até b. O volume do sólido T, gerado pela revolução de R em torno do eixo dos x, é definida por:

$$V = \pi \int_a^b \left[f(x) \right]^2 dx \qquad (01)$$

O trabalho iniciou com a medição do objeto através de fita métrica e com auxilio do paquímetro determinando a medida da altura e do raio, conforme Figura 04.

Figura 04. Objeto de medição.

Os dados da medição foram dispostos em uma Tabela 1, considerando x a medida de um a um, conforme Figura 05. Com os dados da tabela, poderíamos encontrar a curva de contorno do copo, foi obtido através da utilização de uma Regressão Linear, usando o Método dos quadrados Mínimos, a qual nos permitiu escolher uma curva que melhor se adaptasse ao contorno do objeto escolhido.

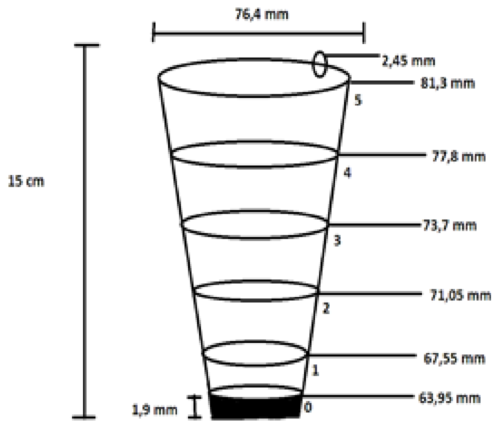

Figura 05. Medição do Copo

Tabela 1. DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Alturas (cm)	**Diâmetros (mm)**	**Raio (mm)**
0	63,95	29,52
3	67,55	31,32
6	71,05	33,07
9	73,7	34,4
12	77,8	36,45
15	81,3	38,02

Bassanezi (2002,P.58) define ajuste linear se for da forma:

$$y(x) = f(m,b) = mx + b \qquad (02)$$

Neste caso, devemos encontramos valores dos parâmetros m e b que tornam mínimo o valor da soma dos quadrados dos desvios.

$$b = \frac{1}{n}\left[\sum_{i=1}^{n} y_i - m\sum_{i=1}^{n} x_i\right] \quad e \quad m = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \qquad (03)$$

A Regressão Linear contribui como subsidio teórico, pois para encontrar os modelos matemáticos do Volume de Revolução nos baseamos na sua definição. Para o desenvolvimento do modelo, foi utilizado o processo de modelagem que se dá na evolução de conceitos empregados para resolver o problema.

Utilizando a fórmula (02) da equação da regressão linear, utilizando o método do quadrado mínimo, substituindo a equações (03), obtermos:

$$y = \left(\frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}\right) x + \frac{1}{n}\left[\sum_{i=1}^{n} y_i - m\sum_{i=1}^{n} x_i\right] \qquad (04)$$

Como queremos encontrar o Volume, substituindo a equação dada por (04) em (01), encontramos o modelo procurado:

$$V = \pi \int_{x_1}^{x_2} \left[\left(\frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}\right) x + \frac{1}{n}\left[\sum_{i=1}^{n} y_i - m\sum_{i=1}^{n} x_i\right]\right]^2 dx \qquad (05)$$

Que é o modelo procurado para encontrar o volume do copo.

5. Seqüências Didáticas – MAPLE

Uma nova metodologia é a sequência didática que é um esquema experimental de situações e problemas desenvolvido por seções, a partir de um estudo preliminar, caracterizando os objetivos, controle e resolução das atividades, análise didática e prérequisitos de cada problema para que o aluno possa resolver aos poucos cada uma das simulações (SAMPAIO, 2003).

6. Resolução do Problema

Os principais procedimentos seguidos para a realização dos dados, foi utilizando os dados da Tabela 1, podemos encontrar o volume do copo, utilizando nossa modelagem matemática, para facilitar os cálculos podemos montar uma Tabela 2 mais completa, para completar os calculos dos somatorio que aparecem nas fórmulas b e m

Tabela 2. DADOS DOS SOMATORIOS

	Xi (cm)	*Yi (cm)*	*Xi ²*	*Xiyi*
	0	*0,2952*	*0*	*0*
	3	*0,3132*	*9*	*0,9396*
	6	*0,3307*	*36*	*1,9842*
	9	*0,344*	*81*	*3,096*
	12	*0,3645*	*144*	*4,374*
	15	*0,3802*	*225*	*5,703*
$\sum$	***45***	***2,0278***	***495***	***16,0968***

Utilzazando os dados da Tabela 02, para fazer a resolução do problema sobre o volume de revolução.

7. Utilizando o Maple

Formula do Volume do Eixo de Revolução:

> V=Pi*int(f(x)^2,x=a..b);

$$V = \pi \left(\int_a^b f(x)^2 \, dx \right)$$

Resolução da atividade – Este exercício será resolvido construindo o gráfico da função e o sólido de revolução e, em seguida, calculando a integral.

Inicialmente, a função *f* dada é definida e em seguida o seu gráfico é apresentado.

> with(student):

> with(plots):

Para encontrar a função f(x) utilizaremos a regressão linear.

> (Sum(X*i=(0+3+6+9+12+15),X=1..6));

$$\sum_{X=1}^{6} (X\,i = 45)$$

> (Sum(Yi=(0.2952+0.3132+0.3307+0.344+0.3645+0.3802),X=1..6));

$$\sum_{X=1}^{6} (Yi = 2.0278)$$

> (Sum(X*i^2=(0^2+3^2+6^2+9^2+12^2+15^2),X=1..6));

$$\sum_{X=1}^{6} \left(X\,i^2 = 495\right)$$

>

(Sum(X*iYi=(0*0.2952+3*0.3132+6*0.3307+9*0.344+12*0.3645+15*0.3802),X=1..6));

$$\sum_{X=1}^{6} (X\,iYi = 16.0968)$$

> m=(6*16.0968-(45*2.0278))/(6*495-(45)^2);

$$m = 0.00564000000$$

> b=(1/6*(2.0278-(0.00564)*45));

$$b = 0.295666666$$

> F(x)=(0.00564000*x+0.2956666667);

$$F(x) = 0.005640000000x + 0.295666666$$

Construção do gráfico de f(x).

> plot(f(x),x=0..15);

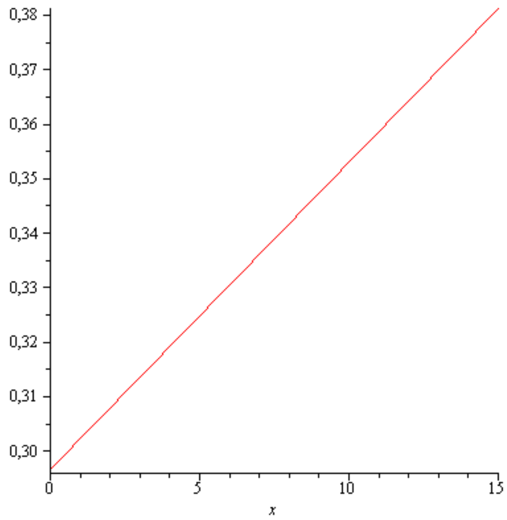

Figura 3. Gráfico da função f(x) = 0.00564x + 0.2966

A seguir, é construído o gráfico de revolução em torno do eixo *x* dando o seguinte comando:

plot3d([r,f(r)*cos(t),f(r)*sin(t)],r=0..15,t=0..2*Pi,grid=[30,30];

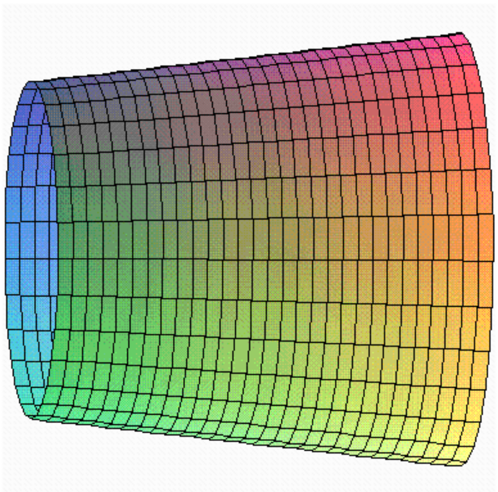

Figura 4 – Gráfico de revolução da função *f* f(x) = 0.00564x + 0.2966 em torno do eixo x

A seguir, o volume do gráfico é obtido dando o seguinte comando:

> V:=Pi*Int(f(x)^2,x=0..15);

$$V := \pi \left(\int_0^{15} (0.00564x + 0.29667)^2 \, dx \right)$$

> value(V);

$$1.732456364\pi$$

Logo, o volume desejado de V é:

> evalf(V);

$$5.44267218'$$

Portanto, utilizando o MAPLE na modelagem matemática, encontramos o volume do copo que é de 5,503796977, que apresentou um erro de aproximadamente de 5%, do valor real.

8. Considerações Finais

Quando escolhemos o tema **“**UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE MAPLE NO PROBLEMA DE CÁLCULO: MODELAGEM MATEMÁTICA DE UM VOLUME DE REVOLUÇÃO**”,** tínhamos como objetivo investigar o volume de revolução, um tema da disciplina de Cálculo, no Curso de engenharia de Alimentos. Esta pesquisa, inicialmente de aparência despretensiosa, despertou o interesse em buscar o conhecimento da Matemática não só como conteúdo, mas também como uma maneira para resolver o problema em questão utilizando MAPLE.

Ao pensarmos a Modelagem Matemática como um método de ensino conseguiu associar a nossa modelagem com vários conteúdos de Matemática com a ferramentas computacionais, e esse conecimento pode ser aproveitado para um melhor desempenho na resolução do problemas que fazem o uso de ferramenta matemático.

Verificamos também, que embora toda a modelagem fosse calculada algebricamentre, podermos calcular fazendo um programa, onde teriamos a resolução mais perto do valor real.

Isso mostra que se devem apontar vários caminhos para que, em algum momento, possam ser planejadas atividades em que a essência da Modelagem Matemática revele-se, um ambiente eletrônico à nossa rotina não significa uma adesão, mas pressupõe recebê-lo criticamente, seus riscos e possibilidades. Só assim podemos transformá-lo em ferramenta pedagogica.

9. Agradecimentos

Pró-Reitoria de Assuntos Estudantis e Comunitários (Proest), da Universidade Federal do Tocantins, pelo Programa Bolsa Permanência, onde o aluno conseguiu desenvolver a pesquisa.

10. Referências

BASSANEZI, R. C. **Ensino aprendizagem com modelagem matemática.** São Paulo: Contexto, 2002.

FLEMMING, D. V., GONÇALVES, M. B. **Cálculo A: funções, limites, derivação, integração**. 7ª ed.São Paulo: Pearson, 2007.

LUNA; A. V. A.; SOUZA, E. G.; SANTIAGO. A.R.C.M. **A Modelagem Matemática nas séries Iniciais: o gérmem da criticidade,** ALEXANDRIA: Revista de educação em Ciências e Tecnologia, v.2, n.2, p.135-157, jul. 2009 ISSN 1982-5153.

SAMPAIO, Cínthia Soares; **A Utilização de métodos computacionais no estudo de tópicos do CálculoDiferencial e Integral. Monografia de Iniciação Científica,** UESC, orientador André Negamine. – Ilhéus, 2003.

TANEJA, Inder Jeet; ***Maple* V: Uma abordagem computacional no ensino de Cálculo**. – Florianópolis: Ed. da UFSC, 1997.

Site oficial de representação do software Maple. Disponível em: <http://www. maplesoft.com/products/Maple/index.aspx>. Acesso em: 01 dez. 2012.