TEORIA DOS GRAFOS NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DO IFES: ANÁLISE DA DISCIPLINA "MODELAGEM NA EDUCAÇÃO BÁSICA"

Lauro Chagas e Sá
Instituto Federal do Espírito Santo
lauro_sa@live.com

Resumo
O desenvolvimento de teorias matemáticas que relacionam elementos de conjuntos discretos é bastante recente se comparado à história da "matemática contínua". Exemplo disso é a Teoria dos Grafos, formulada já no século XVIII e que ainda assim foi "redescoberta muitas vezes". Nas últimas décadas, pesquisas da área de Educação e Educação Matemática sugerem a abordagem da Teoria dos Grafos no Ensino Fundamental e Médio, como viés para discussão de problemas de matemática aplicada ao cotidiano escolar. Nesse cenário, no ano de 2009, o Currículo Básico da Escola Estadual do Espírito Santo, passou a prever o ensino da Teoria dos Grafos nos dois últimos anos do Ensino Médio. Face a essa inclusão curricular, emerge a necessidade de se discutir este tópico durante a formação inicial de professores. Este trabalho apresenta e discute propostas para inserção da Teoria dos Grafos no ensino superior, tomando como exemplo a disciplina de Modelagem na Educação Básica, presente na matriz curricular do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo – Campus Vitória.

Palavras Chave: Inclusão Curricular; Teoria dos Grafos; Formação Inicial de Professores; Ensino Superior.

1. Introdução

O desenvolvimento de teorias matemáticas que relacionam elementos de conjuntos discretos é bastante recente se comparado à história da "matemática contínua". Exemplo disso é a Teoria dos Grafos, formulada já no século XVIII e que ainda assim foi "redescoberta muitas vezes" (HARARY, 1973, *apud* BOAVENURA NETTO, 2006, p. 2). Além disso, o desenvolvimento dessa teoria foi impulsionada somente no século XX, pelos problemas de otimização no campo da pesquisa operacional, já que, até então, suas aplicações eram feitas em áreas disjuntas, como circuitos elétricos e química orgânica.

Nas últimas décadas, pesquisas da área de Educação e Educação Matemática (BRIA, COSENZA, CAMPOS, 2000; MUNIZ JUNIOR, 2007; MALTA, 2008;

DEGGERONI, 2010) sugerem a abordagem da Teoria dos Grafos no Ensino Fundamental e Médio, como viés para discussão de problemas de matemática aplicada ao cotidiano escolar. Nesse cenário, no ano de 2009, o Currículo Básico da Escola Estadual do Espírito Santo (ESPÍRITO SANTO, 2009), passou a prever o ensino da Teoria dos Grafos nos dois últimos anos do Ensino Médio: na forma de introdução conceitual para o segundo ano e como ferramenta para resolução de problemas no terceiro ano. Podemos dizer, como Malta (2008, p.11), que "a Teoria dos Grafos apresenta aspectos pertinentes que merecem espaço no currículo da Escola Básica". Contudo, para que essa abordagem possa ser efetivada de forma adequada, é importante que os professores tenham conhecimento específico e pedagógico acerca do tema em questão.

Em oficina realizada durante o Encontro de Interação do Multicurso Matemática[1], em agosto de 2012, aplicou-se um questionário exploratório com 94 professores de ensino médio da rede estadual do Espírito Santo. Constatou-se, por meio deste questionário, que 77% dos professores presentes não estudaram Grafos durante sua formação inicial e 87% nunca abordaram este conteúdo durante suas aulas de matemática. Nessa oportunidade, verificou-se também que o desconhecimento da teoria e de atividades que contemplem esse conteúdo são os principais argumentos utilizados pelos professores que não abordam Grafos em suas aulas.

Face às informações apresentadas, iniciou-se no ano de 2012 uma pesquisa de Iniciação Científica e de Conclusão de Curso que vislumbra a inserção da Teoria dos Grafos na formação inicial do professor de matemática. A proposta de inclusão é aplicada aos cursos de Licenciatura em Matemática de forma a assegurar ao futuro docente conhecimentos para se trabalhar com Grafos em suas aulas de matemática. Sua problemática relaciona-se com o processo de inclusão curricular em um curso de licenciatura em matemática e busca responder as seguintes questões: como abordar a Teoria dos Grafos em um Curso de Licenciatura em Matemática? Em quais disciplinas de um curso de Licenciatura em Matemática este tópico pode ser discutido? Com qual abordagem? Para responder alguns desses questionamentos, estabelece-se como plano de fundo a matriz curricular do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo – Campus Vitória (Ifes-Vitória), no qual o autor deste trabalho está inserido.

[1] O Multicurso é um programa de formação continuada, desenvolvido pela Fundação Roberto Marinho, que mescla educação presencial, por meio de grupos de estudos e encontros de interação, com a aprendizagem em rede, em plataformas virtuais.

Este artigo é um recorte da pesquisa e apresenta reflexões realizadas e conclusões obtidas em relação à inserção da Teoria dos Grafos na disciplina de Modelagem na Educação Básica. Os dados que serão apresentados foram coletados por meio de análise documental da ementa da disciplina juntamente com entrevistas realizadas com professores que já lecionaram essa disciplina. Também estão expostos neste artigo exemplos de problemas encontrados durante levantamento bibliográfico, já que também é objetivo da pesquisa fornecer aos professores condições de contemplar o tema Grafos em suas aulas na licenciatura. Antes, porém, situamos o leitor em relação à Teoria dos Grafos, à história do curso de licenciatura do Ifes-Vitória e à disciplina de Modelagem Matemática na Educação Básica.

2. Uma breve Introdução[2] à Teoria dos Grafos

A Teoria dos Grafos foi formulada em 1736, quando o matemático suíço Leonard Euler resolveu *O problema das Sete Pontes de Konisberg*. Entretanto, levando em consideração os mais de cem anos que distam o estudo de Euler dos próximos estudos sobre esse tema, podemos dizer, como Harary (1973, *apud* BOAVENURA NETTO, 2006, p. 2) que esta teoria redescoberta muitas vezes. Vale ressaltar que, além de serem realizados um século após a resolução de Euler, os estudos seguintes foram realizados de em áreas extremamente distintas, como em circuitos elétricos, em 1847, e química orgânica, dez anos mais tarde.

O advento dos computadores e desenvolvimento de aplicações na área de pesquisa operacional proporcionou um aumento explosivo do número de trabalhos sobre Teoria dos Grafos. Esse crescimento resultou em grande diversidade em relação à nomenclatura e à notação utilizada, que podem variar de acordo com o grupo de pesquisadores em questão. Dessa forma, neste trabalho, entende-se grafo como sendo uma estrutura matemática definida por $G=(V,E)$[3] formada por um conjunto finito não vazio V e um conjunto E de subconjuntos de dois elementos de V, cujo os elementos de V são denominados vértices (ou nós) de G e os elementos de E são arestas de G.

[2] Outras definições e teoremas sobre grafos podem ser encontrados em Lovász, Pelikán e Vesztergombi (2005) e Jurkiewicz (2007).
[3] A notação G=(V,E) vem do inglês, onde os V significa vertex (vértices) e E significa edges (arestas).

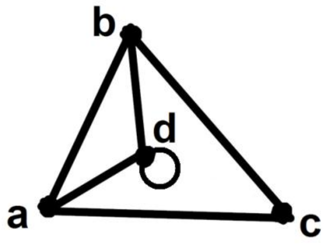

Figura 1: Grafo G_1

Cabe ressaltar que um grafo pode ser apresentado como uma matriz ou por meio de representação gráfica. Esta última é mais recorrente e é na qual cada aresta está associada a linhas que interligam os pontos, ou seja, os vértices (figura 1).

3. O processo de construção do curso de Licenciatura em Matemática do Ifes – Campus Vitória.

O curso de Licenciatura em Matemática do, até então, Centro Federal de Educação Tecnológica do Espírito Santo começou a ser criado no ano de 2007 por uma comissão de quatro professores da Coordenação de Matemática juntamente com um profissional da área pedagógica. Segundo Pinto (2011), as diferentes concepções sobre a Matemática e formação do professor de matemática para a escola básica geraram certos tencionamentos durante os debates. Entretanto, houve consenso de que "um projeto não garante a identidade do curso, sendo necessária realização de estudos de formação continuada com todos os professores" (PINTO, 2011, p. 4). Após esse momento, a comissão concluiu o primeiro projeto de curso, em outubro de 2007, que foi norteado por quatro eixos, a saber: conteúdos específicos, conteúdos dos fundamentos da educação, conteúdos de natureza da prática pedagógica e estágio curricular.

Decorridos os dois primeiros semestres letivos, cerca de um terço do número de alunos já havia abandonado o curso ou trancado sua matrícula. Nem o oferecimento de bolsas de estudos, como monitoria dentro da instituição, de projetos de iniciação científica de iniciação à docência, conseguiu manter o número de alunos matriculados. No fim do quarto semestre de curso, o índice de evasão já havia alcançado 50%. Iniciou-se, assim, um processo de reformulação do projeto do curso e busca de aprofundamento da reflexão sobre a relação entre conteúdo específico e conteúdos de natureza pedagógica.

O ano de 2010 marcou o início de uma nova fase do curso de licenciatura em matemática do já Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo. A primeira mudança aconteceu em relação ao horário das aulas do curso, que antes eram no turno matutino, das 7h ao meio dia, e passaram a ser realizadas no noturno, com 4 horas diárias, a partir das 18h30min. Com a redução da carga horária do curso, juntamente com a necessidade de reflexão sobre a relação entre conteúdo específico e conteúdos de natureza pedagógica, a matriz curricular do curso foi alterada. As mudanças deram-se por meio de exclusão e inclusão de disciplinas e por meio de alteração na carga horária de algumas disciplinas. Ainda que com modificações, as disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática permaneceram agrupadas em conteúdos específicos, conteúdos dos fundamentos da educação, conteúdos de natureza da prática pedagógica e estágio curricular.

4. A disciplina de Modelagem na Educação Básica

A disciplina de Modelagem na Educação Básica está presente na Licenciatura em Matemática do Ifes Campus Vitória desde sua primeira matriz curricular, elaborada em 2007. Este componente curricular pertence ao eixo Prática Pedagógica e é ofertado, atualmente, para as turmas do sexto período.

Caracterizada como uma disciplina de Prática Pedagógica, o principal objetivo da disciplina de Modelagem é propiciar um ambiente de ensino e aprendizagem da matemática por meio de aplicações e do uso de técnicas de modelagem (INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO, 2009). Dessa forma, pertencem à ementa desta disciplina tópicos como o que é a modelagem matemática, a modelagem na formação do professor e a modelagem na sala de aula.

Outros tópicos de figuram na ementa da disciplina de Modelagem na Educação Básica são os modelos contínuos, como o modelo linear, o modelo exponencial, o modelo logístico e os modelos que envolvem equações diferencias. Em contrapartida, o único item que poderia contemplar a teoria dos grafos nesta disciplina é “modelos de programação linear”. Com herança dos estudos de funções no Ensino Médio acrescidos de discussões realizadas durante o curso de graduação, os licenciandos em matemática tendem a possuir certa facilidade em entender e formular modelos contínuos. Essa capacidade proporciona uma redução da modelagem matemática ao uso de funções. Assim, torna-se importante que a modelagem seja discutida na formação inicial também sob uma perspectiva discreta.

5. Grafos como Modelos Matemáticos

De forma mais ampla, podemos definir um modelo matemático como um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado. Dessa forma, pode-se considerar que todo grafo é um modelo posto que algumas definições de grafos, como a de Barbosa (1974, p. 204), partem de "um conjunto X finito e uma relação R em X".

São apresentadas abaixo quatro atividades no contexto da modelagem matemática. Estas atividades podem ser agrupadas de acordo com sua finalidade ou com seu público alvo:

- Quanto à finalidade, a classificação se faz entre atividades que usam modelos discretos e atividades de modelagem. Enquanto estas requerem interpretação, formulação e análise de um problema, aquelas já apresentam modelos prontos a serem analisados pelos alunos.
- Quanto à área de destinação, as atividades dividem-se de acordo com a dificuldade na interpretação do enunciado ou na resolução do problema. Este trabalho também apresenta atividades mais complexas, pois é importante que os alunos do curso de matemática conheçam essa teoria desde um nível mais acessível à Educação Básica[4] até em níveis mais aprofundados, como aplicações de Engenharia.

O quadro a seguir classifica os problemas apresentados neste trabalho de acordo com os critérios apresentados acima:

		Quanto à finalidade	
		Atividades que usam modelos discretos	Atividades de modelagem
Quanto à área de destinação	Educação Básica	*Desenhando na ponta do lápis*	*O Problema das Pontes de Konisberg*
	Ensino Superior	*Problemas de fluxo máximo em rede*	*O problema de destinação de funcionários*

Quadro 1: Classificação dos problemas apresentados, de acordo com a finalidade e com a área de destinação.

5.1 *Desenhando na ponta do lápis*

[4] A fim de endossar a discussão sobre questões propostas para a Educação Básica, foram escolhidas atividades que já foram aplicadas com alunos do segundo ano do Ensino Médio, em experiências anteriores.

O problema “Desenhando na ponta do lápis” resume-se na construção de determinados desenhos sem que a ponta do lápis seja retirada do papel. A Teoria dos Grafos surge neste problema como uma ferramenta que permite ao aluno analisar a possibilidade de desenhar uma figura. Como as figuras são apresentadas a priori, esta atividade caracteriza-se como uso de modelo discreto, já que o objetivo principal é fazer uma análise dos desenhos propostos.

Em experiência anterior, foi observado que esta atividade apresentou-se como uma das mais instigantes (SA e PALMEIRA, 2012), pois ao ler a provocação “Você seria capaz de desenhar as figuras abaixo sem tirar o lápis do papel?”, muitos alunos mal terminam de ler o enunciado e já tentam desenhar. A fim de exemplificação, a figura a seguir será discutida, de acordo com a proposta realizada na Educação Básica.

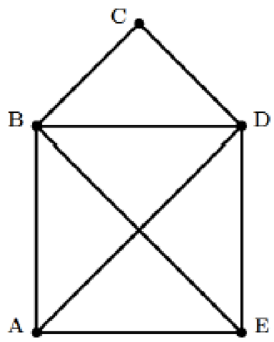

Figura 2: Desenhando a Casa na ponta do lápis

Com o auxílio deste primeiro desenho, os alunos verificaram, através do empirismo, que só é possível fazer este desenho iniciando pelos pontos A e E. Além disso, os alunos verificaram que a possibilidade de se desenhar aquela figura está relacionada ao número de arestas que partem de cada vértice. Ao discutirem sobre essa questão, os alunos faziam uso da expressão “número de arestas que partem”, que é o significado de grau de um vértice. Generalizando as observações, os próprios alunos formularam uma teoria, chamada de “teoria do desenho”, que é a aplicação do Teorema dos Caminhos Eulerianos, aplicada a situação do desenho:

> Se um grafo tem todos os vértices com grau par, é possível desenhá-lo partindo de qualquer ponto. Se o desenho apresenta vértices de grau ímpar, podemos desenhá-lo desde que iniciemos a reprodução por um desses vértices de grau. Se um grafo possui mais de dois vértices com grau ímpar, não é possível desenhá-lo (SA e PALMEIRA, 2012).

5.2 *O Problema das Pontes de Konisberg*

Na cidade de Konisberg (atualmente Kaliningrado, na Rússia) havia sete pontes cruzando o Rio Pregel, conforme o mapa apresentado na Figura 3. Muitos moradores dessa cidade se questionavam sobre a existência de um caminho no qual alguém pudesse sair de algum ponto da cidade, percorrer as sete pontes uma única vez e voltar ao ponto inicial. Essa dúvida ficou no ar até que Leonard Euler, em 1736, resolveu esse problema inaugurando um novo ramo da matemática: a Teoria dos Grafos. Para solucionar o problema, Euler criou um desenho que esboçasse a cidade. Para tanto, ele representou as pontes por linhas e as porções de terra (ilhas e margens) por pontos, conforme apresentado na Figura 3. Esse foi o primeiro Grafo da história.

Figura 3: Mapa com as Pontes de Konisberg.

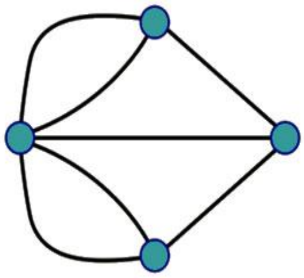
Figura 4: Grafo que representa a cidade de Konisberg.

Similar ao Problema das Pontes de Konisberg, utilizou-se em experiência anterior, (SA e SILVA, 2012) um problema no qual os alunos deveriam ajudar os graduandos do curso de Arquitetura e Urbanismo da Universidade Federal do Espírito Santo (Ufes) a atravessar as seis pontes que dão acesso à capital capixaba. Para isso, os alunos só poderiam observar o mapa abaixo e criar um modelo que lhes permitissem inferir se seria possível tal trajeto, considerando que os alunos partem da Ufes.

Figura 5: Mapa da ilha de Vitória com marcador na Ufes

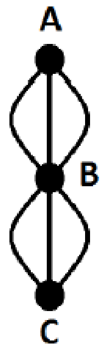

Figura 6: Grafo que representa a região da Grande Vitória.

O desafio deste problema está principalmente na elaboração do modelo matemático para essa situação. Como não se trata de uma função, esta atividade coloca os alunos (tanto de licenciatura quanto da educação básica) em uma posição desconfortável, mostrando-lhes a existência de outro campo da matemática em que não se é possível modelar com funções.

A experiência vivenciada na abordagem destes problemas em sala de aula nos leva a refletir que a proposta de se trabalhar a Teoria dos Grafos no Ensino Médio é válida. Verificamos que o problema das pontes de Vitória foi o que mais provocou os alunos durante a realização da dinâmica. Acreditamos que a forma com que foi proposto o problema e a proximidade com a realidade contribuiu para a grande aceitação e engajamento dos alunos frente à proposta apresentada.

5.3 *Problemas de fluxo máximo em rede*

Uma rede pode ser definida como um grafo orientado, ou seja, um grafo no qual as arestas são representadas por setas. O objetivo de um problema de fluxo máximo é desenvolver um esquema de transporte que maximize a quantidade de material enviada entre dois vértices. O ponto de origem é chamado de fonte e o ponto de destino é chamado de sumidouro. Podem existir também localidades intermediárias entre a fonte e o sumidouro, chamadas junções. Por exemplo, a figura abaixo possui A como fonte, D como sumidouro e B e C como junções.

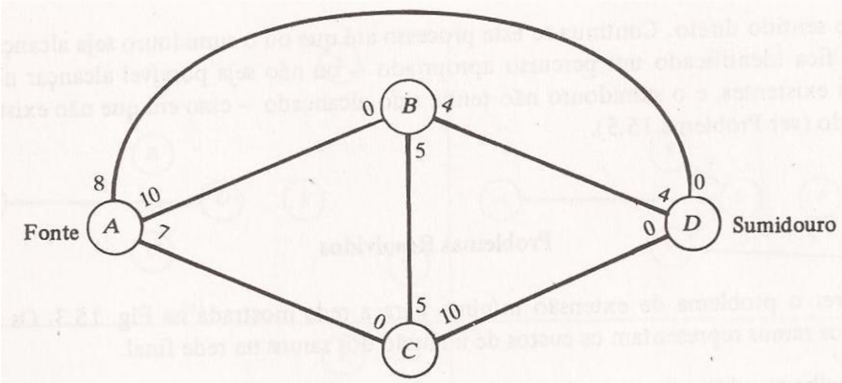

Figura 7: Exemplo de rede (BRONSON, 1985, p. 181)

A dificuldade inicial na identificação de um percurso entre a fonte e o sumidouro com capacidade positiva pode ser superado com um algoritmo simples. Para exemplificar esse método, tomaremos como plano de fundo uma situação hipotética na qual o Serviço de Parques Nacionais deseja fomentar uma área inexplorada por meio da construção de rodovias que ligue os vilarejos da região. Evidentemente, é interessante que determinado um sistema de estradas que somem a menor distância, a fim de reduzir o gasto com a pavimentação. Consideramos também que as estradas a serem pavimentadas já existem, ou seja, que não se pretende criar novos trajetos.

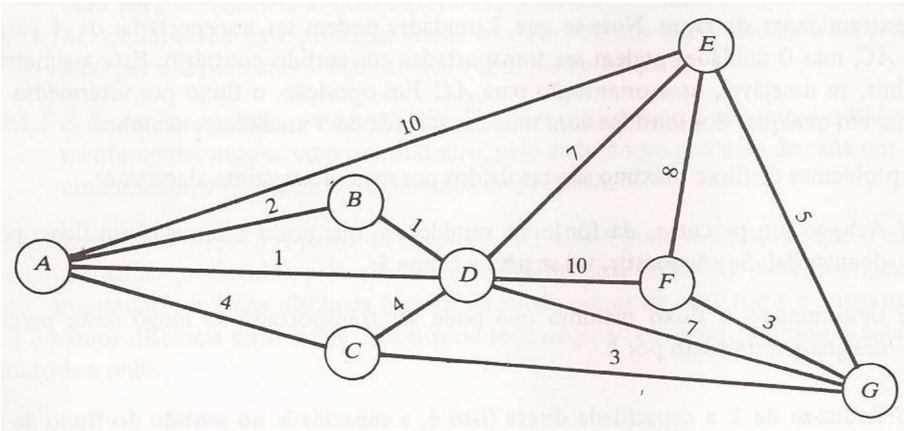

Figura 8: Modelo de rede a ser analisado pelo Serviço de Parques Nacionais (BRONSON, 1985, p. 182)

Supondo que os vértices A, B, C, D, E, F e G representam os vilarejos da região e que as arestas simbolizem as estadas existentes que podem ser pavimentadas, cujo comprimento é expresso em milhas, escolhe-se A como vértice inicial e observa-se todas as arestas que incidem nele. Como AD é o menor, inclui-se esta aresta na solução, conforme mostrado na Figura 9(a). Observa-se, em seguida, todas as arestas que tem extremidade A ou D e seleciona-se a menor. Uma vez que DB é o menor, acrescenta-se esta aresta à Figura 9(a) e obtém-se a Figura 9(b). Considera-se as arestas que liguem A, B ou D a uma outra extremidade e seleciona-se a menor. Como as arestas sob interesse são AC ou DC, que possuem comprimento 4, escolhe-se arbitrariamente uma delas, formando a Figura 9(c). Repetindo esse raciocínio, obtém-se as figuras 9(d) até 9(f), sendo esta última a solução do problema.

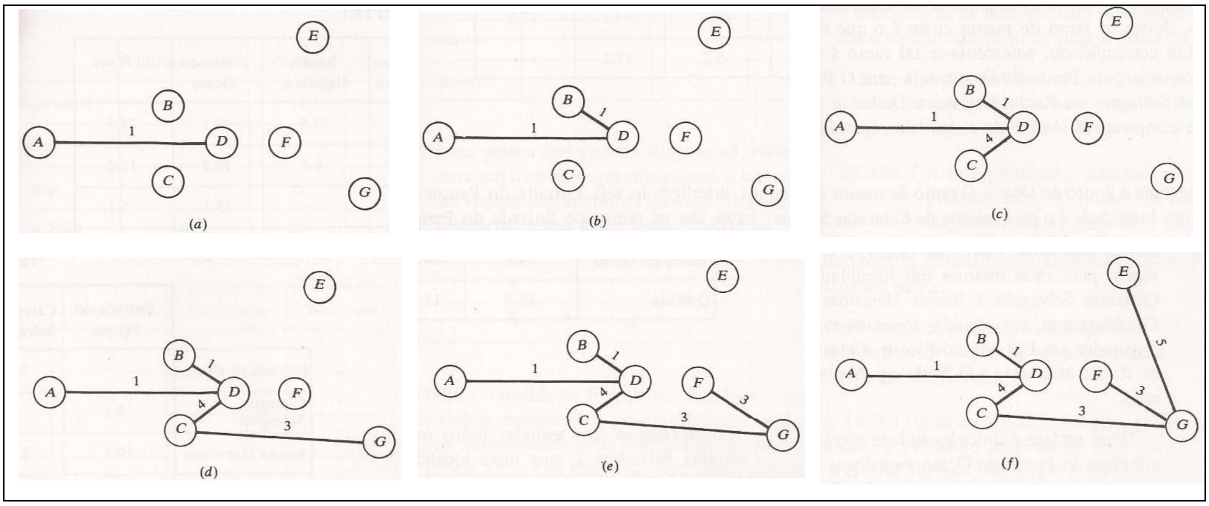

Figura 9: Etapas para resolução do problema de redes (BRONSON, 1985, p. 183)

Problemas como o apresentado nesta seção podem ser encontrados em situações reais, principalmente na área das engenharias. Dessa forma, discutir questões desse tipo é importante para conduzir os licenciandos em matemática a situações onde a matemática está viva em forma de ferramenta para resolução de problemas. Não é de nosso interesse discutir a introdução de algoritmos, como o utilizado neste problema, na educação básica. Entretanto, é interessante que os futuros professores de matemática conheçam a matemática discreta em suas diversas manifestações e aplicações, para que tenham conhecimento da importância de se ensinar tal conteúdo.

5.4 *O problema de destinação de funcionários*

O problema de destinação de funcionários, apresentado em Friedmann e Lozano (2007), discute a designação de funcionários para atendimento de algumas áreas de forma que a decisão tomada atenda, da melhor forma possível, às preferências dos funcionários e do presidente da empresa.

Neste problema, as preferências foram organizadas em tabelas, nas quais as opções foram assinaladas de 1 a 5, sendo o número 1 designado a primeira escolha ou a escola mais desejada. Vale ressaltar que a modelagem apresentada a seguir foi proposta por um aluno de licenciatura em matemática.

		Cidades				
		A	B	C	D	E
Funcionários	Ana	1	5	2	3	4
	Carlos	5	2	4	1	3
	Fábio	2	1	3	5	4
	Graziela	2	3	5	4	1
	Patrícia	4	3	1	2	5

Tabela 1: Preferência do Presidente da Empresa

		Cidades				
		A	B	C	D	E
Funcionários	Ana	1	5	4	2	3
	Carlos	3	2	1	4	5
	Fábio	1	3	2	4	5
	Graziela	2	5	4	3	1
	Patrícia	2	3	4	1	5

Tabela 2: Preferência dos Funcionários

Este exemplo é modelado com auxílio de um grafo denominado bipartido, cujo conjunto de todos os vértices é formado pela união disjunta de dois conjuntos de vértices, que neste caso são os conjuntos de funcionários e de cidades. Para resolver este problema, busca-se, então, um emparelhamento que agrade da melhor forma possível à vontade de todos.

Após observar que não há uma escolha que atenda às primeiras preferências dos funcionários e do presidente ao mesmo tempo, o aluno da licenciatura, que era leigo em computação, construiu uma tabela que indicava o somatório das escolhas (presidente + funcionários) e criou dois métodos para tomar a decisão. Após comparação dos resultados, o aluno concluiu que o melhor acoplamento que poderia ser feito era o que designava Ana para a cidade A, Carlos para a B, Fábio para a C, Patrícia para a D e Graziela para a E.

Apesar de não fazer uso da representação gráfica de um grafo, o caso da destinação de funcionários apresenta-se como uma importante problemática que discute aspectos relativos à modelagem em geral, como a criação de métodos particulares para resolução e a avaliação de métodos como etapa da modelagem. Neste exemplo, o aluno da licenciatura precisa trabalhar com incertezas sobre uma solução e sobre sua participação ativa na escolha ou elaboração do método de resolução.

6. Algumas considerações

O histórico acerca da licenciatura em matemática do Ifes Campus Vitória nos permite refletir que o desenvolvimento de uma licenciatura vai muito alem da prescrição curricular manifestada nas ementas das disciplinas e no Projeto Político Pedagógico do curso. É interessante que gestores e responsáveis estejam atentos às demandas internas e externas e permaneçam da responsabilidade na formação de futuros professores.

Neste trabalho, foram apresentadas quatro situações-exemplos nas quais a modelagem matemática e a Teoria dos Grafos se manifestam de diferentes modos e com diferentes aprofundamentos. Tais exemplos apontam que a Teoria dos Grafos pode ser discutida em diferentes momentos com os alunos da educação básica. Problemas como o da Ponte de Konisberg aproximam os estudantes ao contexto em que a teoria foi estabelecia. Em contrapartida, a atividade com o problema da ponta do lápis no papel discute modelos e teoremas de forma descontraída e acessível.

A pesquisa na qual este trabalho está inserido discute também a abordagem da Teoria dos Grafos em outras disciplinas da licenciatura em matemática do Ifes Campus Vitória, como Geometria, Análise Combinatória e Organização e Reflexão do Trabalho Escolar (ORTE). Entretanto, a disciplina de modelagem apresenta-se como importante viés para discussão de problemas de matemática aplicada ao cotidiano escolar.

O potencial da Modelagem para a formação inicial de professores de matemática está atrelado à qualidade das ações planejadas e das situações propostas. Disciplinas como os componentes de Cálculo e de Física permite uma reflexão sobre modelos funcionais contínuos. Contudo, é importante desenvolver um trabalho que contemple também a matemática discreta, para que a modelagem não se reduza ao uso de funções.

7. Agradecimentos

Agradeço aos Membros do Grupo de Pesquisa em Práticas Pedagógicas de Matemática (Grupem-Ifes) pelas contribuições ao longo do trabalho desenvolvido e agradeço, em especial, à professora Sandra Aparecida Fraga da Silva que orienta este estudo e que contribuiu significativamente para escrita deste trabalho.

8. Referências

BARBOSA, R. M. **Combinatória e Grafos**. São Paulo: Nobel, 1974.

BOAVENTURA NETTO, P. O.. **Grafos**: Teoria, Modelos e Algoritmos. 4.ed. São Paulo: E. Blücher, 2006.

BRIA, J., COSENZA, C. A. N., CAMPOS, G. H. B. **Grafos no Ensino Fundamental e Médio: Matemática, Interdisciplinaridade e Realidade**. Boletim GEPEM - Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática, v. 36, p. 11-35. 2000.

BRONSON, R. **Pesquisa Operacional**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil 1985.

DEGGERONI, R. **Uma introdução à teoria dos Grafos no Ensino Médio**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

ESPÍRITO SANTO (ESTADO). Secretaria da Educação. **Currículo Básico Escola Estadual** - Ensino médio: área de Ciências da Natureza. Vitória: SEDU, 2009.

FRIEDMANN, C. V. P.; LOZANO, A. G.. Modelagem e modelos discretos: uma necessidade do ensino atual. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAUJO, J. L.. **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira**: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007.

INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO. **Projeto do Curso de Licenciatura em Matemática**. Vitória: Ifes, 2009.

JURKIEWICZ, S.. **Grafos**: Uma introdução. Programa de Iniciação Científica da OBMEP 2007. N. 5. Parte integrante da coleção de 2007. Disponível em <http://www.obmep.org.br/export/sites/default/arquivos/apostilas_pic2010/Apostila5-grafos.pdf>. Acesso em: 26 de maio de 2012.

LÓVASZ, L.; PELIKÁN, J.; VESZTERGOMBI, K.. **Matemática discreta**: elementar e além. Tradução de Ruy de Queiroz. Rio de Janeiro: SBM, 2003.

MALTA, G. H. S. **Grafos no ensino médio**: uma inserção possível. 158f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Porto Alegre, 2008.

MUNIZ JUNIOR, I. **Encontrando, minimizando e planejando percursos**: uma introdução à teoria dos grafos no ensino médio. 134f. Dissertação (Mestrado) – Centro

Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Rio de Janeiro, 2007.

PINTO, A. H. Construção da identidade da licenciatura em Matemática. In: **Anais do XIII CIAEM-IACME**, 2011, Recife.

SÁ, L. C. ; PALMEIRA, C. A. . Primeiras atividades didáticas para o ensino de Grafos no Ensino Médio. In: III Jornada de Iniciação à Docência., 2012, Vitória. **Anais da III Jornada de Iniciação à Docência**, 2012.

SA, L. C.; SILVA, S. A. F.. De Konisberg a Vitória: o problema das pontes da capital capixaba em uma atividade didática sobre grafos. In: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), **Anais da VI Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática.** Campinas: SBM, 2012.