

## MINICICLO DE APRENDIZAGEM EXPANSIVA EM SISTEMA SERES-HUMANOS-COM-MÍDIAS E O FAZER MATEMÁTICA ONLINE

*Daise Lago Pereira Souto*

*UNESP - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"*

*UNEMAT - Universidade do Estado de Mato Grosso*

*daiselago@gmail.com*

*Marcelo de Carvalho Borba*

*UNESP - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"*

*mborba@rc.unesp.br*

### **Resumo:**

O objetivo desta comunicação é apresentar uma perspectiva de análise das transformações do "fazer" Matemática Online, a qual estamos chamando de: *Miniciclo de Aprendizagem Expansiva em sistema Seres-humanos-com-mídias*. Para fundamentarmos teoricamente tal perspectiva mostramos a ressonância entre a ferramenta analítica denominada Ciclo de Aprendizagem Expansiva e a visão epistemológica apoiada no construto Seres-humanos-com-mídias. Nossa discussão é apoiada no exame de dados empíricos, produzidos em um curso de extensão para professores de matemática, que foi desenvolvido totalmente a distância Online. Os resultados indicam que, em conjunto, ferramenta analítica e visão epistemológica, se harmonizam e se complementam. A visão epistemológica destacou o papel da mídia no processo de produção de conhecimento, enquanto o *Ciclo de Aprendizagem Expansiva* situou essa produção em um cenário mais amplo. Esta ferramenta analítica especificou o olhar para a aprendizagem e suas transformações, detalhando o que é compreendido como produção de conhecimento nos trabalhos apoiados na noção de *Seres-humanos-com-mídias*.

**Palavras-chave:** Metodologia de pesquisa; Teoria da Atividade; Seres-humanos-com-mídias; Educação a Distância Online.

### **1. Introdução**

A possibilidade de produzir-se matemática em ambientes virtuais de aprendizagem foi, por algum tempo, considerada algo impossível ou inimaginável. Mas, aos poucos, estudos como os de Santos (2006); Zulatto (2007); Malheiros (2008), entre outros, romperam com este tipo de pensamento reducionista. Atualmente já parece algo normal o uso de ambientes *online* na aula presencial, e já se discute a possibilidade da internet estar modificando ou substituindo a sala de aula (Borba, 2009, 2012).

O número de pesquisas que tratam desse tema, apesar de ter crescido, ainda é tímido. Contudo, seus resultados trazem contribuições importantes e, de forma geral, indicam que o contexto *online* se diferencia em vários aspectos da sala de aula presencial, implicando em mudanças na produção matemática.

Estudar tais mudanças tem se mostrado um desafio, principalmente no que diz respeito a dificuldade de se encontrar ferramentas analíticas que abarquem as particularidades dessa modalidade de Educação. Essa problemática nos motivou a esboçar uma perspectiva de análise que, acreditamos, pode contribuir para a compreensão das transformações que ocorrem durante o processo de produção Matemática *online*. Para tanto, nos apoiamos nas ideias de Engeström (1987), estudioso da Teoria da Atividade (T.A.) e de Borba (1993, 1999), Educador Matemático e autor do construto Seres-humanos-com-mídias (S-H-C-M).

Para explicar suas próprias ideias sobre o desenvolvimento e a natureza coletiva de uma atividade (ou sistema de atividade), Engeström (*ibidem*) elabora uma proposta que tem sido utilizada como uma ferramenta predominantemente intervencionista: o Ciclo de Aprendizagem Expansiva, que envolve a criação e/ou transformação do conhecimento, revelada na transformação qualitativa do próprio sistema de atividade e, que tem como foco a solução de problemas concretos (práticos) em ambientes organizacionais de trabalho. Ele permite que os participantes da atividade se tornem capazes de analisar; elaborar; testar e implementar uma solução em situações nunca antes previstas.

O sentido de coletividade proposto por Engeström vai ao encontro de nossas ideias, para esse autor a unidade de análise é o sistema de atividade (sujeitos, artefatos, objeto, comunidade regas e divisão do trabalho), englobando mais do que apenas um conjunto de humanos. Para nós, as transformações que ocorrem no processo de produção de conhecimento, se devem, além da influência do ator humano, à presença ou até mesmo à ausência de tecnologias e, portanto, elas também devem ser consideradas atrizes nesse processo. Mas não apenas isso, humanos e tecnologias devem ser vistos como um coletivo que forma uma unidade que produz conhecimento em conjunto. Para sustentar nosso pensamento, nos apoiamos na visão epistemológica do construto teórico seres-humanos-com-mídias, que destaca o papel das tecnologias (ou mídias) como reorganizadoras do pensamento.

Ao buscarmos ligações entre a nossa visão de conhecimento sustentada pelo construto seres-humanos-com-mídias e a proposta do Ciclo Expansivo de Aprendizagem, já estamos mostrando, de forma ampla, a nossa compreensão sobre metodologia. A qual se fundamenta em autores como Lincoln e Guba (1985); Araújo e Borba (2004) e Guba e Lincoln (1990) que indicam que deve haver uma harmonia entre os procedimentos, a visão de conhecimento e as perspectivas teóricas defendidas pelo pesquisador.

Não estamos interessados em uma representatividade numérica, queremos construir um novo horizonte para a análise das transformações do processo de produção intelectual de conjecturas e refutações que objetivam a solução de exercícios, problemas ou tarefas matemáticas em conjunto com ferramentas de internet e demais tecnologias que venham a ser associadas, o qual entendemos como o *"fazer" Matemática Online*. Nossa ideia é (re)interpretar o conceito de Ciclo de Aprendizagem Expansiva desconsiderando seus aspectos intervencionistas e focando na análise de episódios que ocorrem em pequenos espaços de tempo, estamos falando de Miniciclos de Aprendizagem Expansiva (M.A.E.).

Para tanto, estruturamos essa comunicação da seguinte forma: iniciamos apresentando o conceito de Ciclo de Aprendizagem Expansiva elaborado por Engeström (1999) a partir de seus estudos sobre a Teoria da Atividade e a necessidade de se compreender as relações que ocorrem dentro de contextos coletivos. A seguir, discutimos as ideias do constructo Seres-humanos-com-mídias, que propõe que o sujeito do conhecimento é fruto de trocas recíprocas e reúne as potencialidades de humanos e mídias e, ao mesmo tempo, já mostramos uma ligação entre essas ideias com a vertente da T.A., a qual estamos nos apoiando. Na sequência, apresentamos e discutimos dados empíricos para elaborarmos nossa proposta de análise do *"fazer" Matemática Online*. Por fim, procuramos, de uma forma mais linear, apresentar o nosso pensamento reorganizado, colocando em destaque os principais aspectos da perspectiva de análise que estamos propondo: Miniciclo de Aprendizagem Expansiva em sistemas Seres-humanos-com-mídias.

## **2. Ciclos de Aprendizagem Expansiva**

O desenvolvimento da escola histórico-cultural da psicologia soviética, muito influenciado pelas ideias de Vygotsky, enfatizava a necessidade de se construir teorias e metodologias que propiciassem estudos sobre o modo como os seres humanos tanto transformam quanto são transformados pelos artefatos que medeiam sua relação com o mundo (DANIELS, 2011).

Uma das vertentes teóricas que foram construídas a partir dessa escola foi a Teoria da Atividade, que tem diferentes abordagens, originadas, principalmente, pelas mudanças de opiniões entre seus estudiosos em relação à unidade de análise. Dentre essas abordagens está o trabalho de Engeström (1987), o qual considera que tal unidade deve ser coletiva. Para ele, a unidade de análise de uma atividade é, minimamente, composta de sujeitos,

artefatos, comunidade, regras, divisão do trabalho e objeto, que estão organizados de forma sistêmica.

Engeström (2001) explica a Teoria da Atividade com o auxílio de cinco princípios: o primeiro envolve justamente a unidade de análise e, como já dissemos, para ele é coletiva. O segundo discute a multivocalidade da atividade, em que esse autor argumenta que um sistema de atividade, por ser coletivo, é sempre heterogêneo e apresenta múltiplas vozes. O terceiro princípio indica que o sistema de atividade deve ser visto à luz de sua história, pois é construído e transformado de forma irregular ao longo do tempo e só podem ser compreendidos em toda sua complexidade, se a história do sistema puder ser estudada.

O quarto princípio aborda o papel das contradições internas como fonte de mudança e desenvolvimento. As contradições são tensões locais ou estruturais historicamente acumuladas nos sistemas de atividade que podem gerar conflitos, que seriam discordâncias, choque de opiniões ou falta de aceitação do outro, mas também renovam tentativas de mudar a atividade.

O quinto princípio anuncia a possibilidade transformações expansivas que são definidas por Engeström (1999) como: reconceitualizações dos elementos do sistema de atividade, particularmente, do objeto. O autor afirma que tais transformações são movimentos contínuos de construção e resolução de tensões e contradições em um sistema que envolve objeto, artefatos e os motivos dos participantes envolvidos.

Com o intuito de favorecer as compreensões acerca do desenvolvimento histórico, das contradições e transformações da unidade de análise, ou seja, do sistema de atividade Engeström (1999) elabora uma ferramenta que tem sido utilizada de forma predominantemente intervencionista: o Ciclo de Aprendizagem Expansiva.

Ele inicia, geralmente, quando os participantes - sujeitos, comunidade - da atividade da atividade movimentam-se em direção ao objeto - espaço-problema -. Nesse percurso interagem com uma diversidade de fatores mediadores - artefatos, regras, divisão de trabalho - o que pode ocasionar questionamentos ou críticas à prática corrente. O ciclo começa avançar quando são feitas análises da situação e das possíveis soluções, é quando se deve concentrar os esforços para a busca de um novo modelo ou uma nova ideia que explique e ofereça uma solução para o espaço-problema. Parte-se então para a experimentação deste modelo ou desta ideia, com o intuito de verificar suas potencialidades e limitações. Encontrado o melhor modelo, solução ou ideia, é hora de

implementar por meio de aplicação prática. Segue-se então a reflexão avaliativa sobre nova representação, a partir da qual a nova prática se consolida.

A medida que o ciclo se desenvolve o pesquisador deve, além de observar e identificar as tensões, intervir e provocar as transformações qualitativas do sistema. Esses ciclos têm sido utilizados como referencial de interpretação em estudos com períodos relativamente longos (meses, anos), mas esses ciclos maiores podem envolver diversos ciclos menores que geralmente duram poucos dias ou horas que também devem ser considerados como potencialmente expansivos (ENGESTRÖM, 1999).

### **3. O constructo Seres-humanos-com-mídias: uma visão de conhecimento**

Para nós, o conhecimento não é descoberto, nem transmitido, e sim produzido nas inter-relações entre seres humanos e as tecnologias. Essa compreensão converge para visão epistemológica proposta por Borba (1999), em que a unidade básica de produção de conhecimento se forma a partir do desenvolvimento de um pensamento coletivo de seres-humanos-com-mídias.

Esse conceito de unidade coletiva é construído a partir da ideia de que diferentes tipos de mídias têm ao longo da história, condicionado a produção de diferentes tipos de conhecimentos (LÉVY, 1993), os seres humanos ao interagirem com elas, reorganizam o pensamento (TIKHOMIROV, 1981), de acordo com múltiplas possibilidades e restrições que essas mídias oferecem. Portanto, a presença ou a ausência de uma mídia influencia o tipo de conhecimento produzido, e mais, o uso ou o surgimento de uma determinada mídia, não invalida ou extingue outra. Nessa perspectiva a produção de conhecimento não deve ser considerada atributo de um agente único, e sim, do produto de relações mútuas entre as estruturas do pensamento, as ferramentas do intelecto fornecido pela cultura e as mídias.

Essa é a ideia central desse construto, que mostra em suas entrelinhas a noção de moldagem recíproca (BORBA, 1993, 1999). Segundo a qual, os *feedabcks* dados por uma determinada mídia influenciam no raciocínio de quem interage com elas, em outras palavras, a mídia molda o ser humano. Além disso, os seres humanos também a moldam na medida em que a utilizam. Um exemplo é forma como os estudantes utilizam um determinado software que muitas vezes é diferente da maneira como a equipe que o desenvolveu havia pensado. Por outro lado, a equipe que desenvolve um software procura elaborar um *design* levando em consideração a forma como os estudantes têm utilizado.

A noção de moldagem recíproca proposta por Borba (1993, 1999) tem uma ligação com a Teoria da Atividade, de acordo com a qual o homem apesar de fazer parte da natureza - pois é um ser natural, criado pela natureza e submetido às suas leis - se diferencia dela na medida em que é capaz de transformá-la conscientemente segundo suas necessidades, estabelecendo relações de trocas, que provocam transformações recíprocas, em que o homem constrói e transforma a si mesmo e a própria natureza, criando novas condições para sua existência. Em outras palavras, sujeito e objeto do conhecimento não são dissociáveis, uma vez que se relacionam de modo recíproco, um dependente do outro, formando um polo único que se constitui pelo processo histórico-social.

#### **4. Miniciclo de Aprendizagem Expansiva em sistema Seres-humanos-com-mídias**

Ao abordarmos o desenvolvimento de um Miniciclo de Aprendizagem Expansiva, precisamos tornar claro que nossa unidade de análise, o sistema de atividade, possui pelo menos uma característica bem particular, porque estruturamos nossa interpretação a partir da visão epistemológica associada ao construto S-H-C-M, essa é a ideia que procuramos realçar no título dessa seção. A particularidade de sistemas Seres-humanos-com-mídias, está relacionada aos duplos papéis que uma mídia pode desempenhar em sistemas desse tipo (SOUTO; ARAÚJO, 2013; SOUTO, 2013). Essa observação é importante porque abre novas possibilidades para compreensão do objeto durante o desenvolvimento do M.A.E..

O Miniciclo<sup>1</sup> que trouxemos para ilustrar nossas ideias se desenvolveu durante a edição de 2011 do Curso "Tendências em Educação Matemática"<sup>2</sup>, que foi realizado totalmente a distância *Online*. Ele é destinado a professores de Matemática e, naquele ano a proposta de trabalho foi organizada em duas partes: discussão sobre algumas Tendências em Educação Matemática e o estudo das cônicas, realizado em grupos. É uma parte do estudo da hipérbole, realizado por um desses grupos, que vamos analisar.

Desde o início do estudo das cônicas o grupo se surpreendeu com o potencial do *software* e em momento algum abriu mão de explorá-lo.

*Thais (03/05/2011 20h50min20s BRT) Olha Virginia... tambem<sup>3</sup> tenho que confessar que estou mexida com essas construções [...] fiquei tentada a procurar teorias as respeito, mas decidi que*

---

<sup>1</sup> Para simplificarmos a escrita, quando nos referirmos ao Miniciclo de Aprendizagem Expansiva utilizaremos apenas a palavra miniciclo ou a sigla M.A.E. como já vínhamos fazendo.

<sup>2</sup> É uma ação extensionista, que tem sido coordenada pelo segundo autor dessa comunicação, desde o ano 2000.

<sup>3</sup> Os dados produzidos são importados diretamente do ambiente virtual. Assim, optamos em manter os possíveis erros de português ou de digitação que eventualmente podem surgir.

*não ia, para conseguir chegar nas minhas próprias construções [com o software] nesse processo até parece que estamos construindo o conceito novamente.;.. rrsrrs*

Thais é docente do ensino superior e trabalha com esse conteúdo há algum tempo. É importante observar essa experiência, pois seu comentário no excerto acima mostra que a abordagem do tema com o GeoGebra imprimiu movimentos - "mexeu" com ela - que possibilitaram rever, reavaliar, reconstruir de seus próprios conceitos. Esses movimentos podem ser interpretados como reorganizações do pensamento (TIKHOMIROV, 1981; BORBA, 1999). Como Thais estava concordando com sua colega Virginia, conjecturamos que essas reorganizações eram parte comum no pensamento de ambas. Em seu comentário também fica clara a determinação em explorar o aplicativo baseada no conhecimento que ela já possui sobre o tema.

Esse comportamento inicial, juntamente com as informações do contexto em que o curso se desenvolveu, nos dão alguns indicativos sobre o sistema de atividade do grupo: os sujeitos são as próprias professoras que compõem o grupo. O ambiente *online* em que as discussões ocorreram, principalmente o *chat*, sugere que o multiálogo<sup>4</sup> (BORBA; MALHEIROS; AMARAL, 2011) faz parte das regras desse sistema, assim como as próprias normas embutidas na proposta de estudo, como tempo máximo para finalização do estudo, local de encontro do grupo, entre outros. Por outro lado, o ambiente *online* indica também, que as relações entre os sujeitos e o objeto da atividade são mediadas pela própria *EadOnline* e, portanto, ela ocupa o papel de artefato. O anseio de encontrar soluções como o *software*, sugere que ele também está desempenhando o papel de artefato. São essas as características iniciais do sistema de atividade em análise, cujo Miniciclo de Aprendizagem Expansiva (M.A.E.) se desenvolveu durante uma parte do estudo da hipérbole, especificamente na realização da questão de letra "i": "Determine o centro, os eixos e os focos da hipérbole  $\frac{(x-2)^2}{9^2} - \frac{(y-2)^2}{7^2} = 1$ ".

*Thais (10/05/2011 20h9min25s BRT) Bianca, segundo meus testes... veja bem, temos aquele centro (c,d) que neste caso é o (2,2). se traçarmos a reta y=2, nela, encontraremos o "vértice" de cada parte da hiperbole. Nos meus testes, parece que a distância deste vertice ao centro é que é a*

*Bianca (10/05/2011 20h11min4s BRT) vcs concordam que temos como focos nessa letra i) F1(-14,2) e F2(18,2). eu não sei como mostrar ou demonstrar isso...*

*Elza (10/05/2011 20h11min43s BRT) Acho que não captei*

*Thais (10/05/2011 20h12min42s BRT) Bianca... esta parecendo, mas ainda tenho duvidas....*

*Thais (10/05/2011 20h13min8s BRT) desconsidere o que eu disse sobre o a... já furou nos meus testes*

*Bianca (10/05/2011 20h14min20s BRT) eu tb tenho dúvidas...*

---

<sup>4</sup> Multiálogo é a forma que o diálogo se estabelece em um chat, no qual várias pessoas "conversam" ao mesmo tempo, em diferentes diálogos. (BORBA; MALHEIROS; AMARAL; 2011)

*Thais (10/05/2011 20h15min23s BRT) Não desconsidera não... isso acontece se o  $b=0$ . Elza... eu (e acredito que a Bianca) estamos fazendo testes no geogebra para tentar descobrir quais as relações do a e do b na equação. É isso Bianca?*

O diálogo entre Thais, Bianca e Elza mostra que os testes que elas procuram fazer em conjunto com o *software* reforça a ideia de que ele contribuiu para a reorganização desse pensamento que é coletivo (BORBA,1999). Tal reorganização provocou dúvidas e questionamentos, o que pode ser um indicativo do início do M.A.E.. Mas, essas incertezas, não marcam por si só, o início de um miniciclo, elas devem revelar além de uma análise crítica da situação, uma tensão (contradição interna) no sistema de atividade.

No caso em discussão, esse movimento de crítica e tensão estão implícitos no comentário inicial, em que Thais explica que deseja chegar as próprias construções com o *software*, pois acredita que com ele é possível construir o conceito novamente. Entendemos que a análise crítica compartilhada nessa situação, está relacionada ao não uso desse tipo de aplicativo em oportunidades anteriores.

A tensão identificada nesse início de trabalho do grupo também está ligada ao *software*. Daniels (2003) explica que as atividades são sistemas abertos, por isso, a introdução de algo novo, como por exemplo, um novo instrumento, pode ir de encontro a um elemento antigo (por exemplo as regras ou divisão do trabalho) e, desse modo, provocar tensões. O elemento novo, do sistema em análise, é o próprio *software*, suas possibilidades, ao que parece, colidiram com as formas usuais que professoras participantes organizavam o seu próprio trabalho caracterizando, assim, uma tensão, que aliada as observações que pontuamos acima, nos dão forte indicativos de que o M.A.E. começa a se desenvolver.

O que impulsiona o desenvolvimento de um miniciclo são as próprias tensões que vão surgindo e marcando novas fases.

*Thais (10/05/2011 20h38min57s BRT) tem muito parametro!!!!!!é difícil manter um e alterar os outros... e aí Bianca??? Alguma ideia? geometricamente parece que eu consegui... mas não consigo aliar estes numeros com a equação*

O excerto acima, revela uma nova tensão que marca a fase seguinte ao início do M.A.E.. O trabalho com o GeoGebra foi realizado na base da "tentativa e erro", o que não se mostrou uma tarefa fácil para o grupo, principalmente no que diz respeito a compreensão das relações entre as representações Algébricas e Geométricas. De acordo com Engeström (1999), uma tensão também pode ocorrer quando novos procedimentos são propostos ou implementados formalmente. Nessas duas formas, que sugerem mudanças, sempre haverá o risco da falta de aceitação, da resistência, se isso acontecer a tensão pode



causar um conflito. Por outro lado, são as tensões também podem ser fonte de potência e inovação. A dificuldade em compreender as relações entre as representações Algébricas e Geométricas com *software* se agravou porque a proposta de estudo trouxe para o sistema um procedimento que não era padrão dominante na prática docente desse grupo de professoras, gerando uma nova tensão, que a exemplo da primeira que marcou o início do M.A.E., se mostrou uma mola propulsora para o avanço do miniciclo e conseqüentemente das mudanças qualitativas do sistema, ou seja, das transformações expansivas.

Nessa fase do miniciclo, o processo de moldagem recíproca (BORBA, 1999) alcança o ponto mais alto e, a nosso ver, pode dar pistas do objeto, que é um alvo móvel e uma fonte de instabilidade, algo que nunca está inteiramente acabado (ENGSTRÖM, 1999), dificultando sua determinação. De acordo com Engeström (ibidem), o objeto é entendido como "a matéria-prima" ou o "espaço-problema" para o qual o sistema de atividade é dirigido.

Os excertos anteriores, mostram, de forma parcial, o processo de moldagem recíproca, pois os *feedbacks* do *software*, nas palavras de Borba, (1999), reorganizaram o pensamento, moldando as ações do ser humano, contudo não foi possível encontrar excertos que mostrassem a moldagem do software pelos participantes.

Considerando, então, as críticas reveladas, as dúvidas, os questionamentos, a tensão inicial do sistema e o processo de moldagem recíproca, podemos dizer que uma boa aproximação do objeto, nesse instante, é: estudar a hipérbole com o GeoGebra. Está subentendido que há uma moldagem do software pelos professores, embora tenhamos que desenhar outros estudos para mostrar essa faceta.

É também nessa fase que a dinâmica de trabalho muda, o processo de "*pensar com*" o GeoGebra se intensifica, testar, simular, experimentar, se tornam procedimentos comuns e indispensáveis. Esse comportamento é típico da informática como uma tecnologia da inteligência<sup>5</sup> (LÉVY, 1993), a manipulação de parâmetros dá ao aprendiz uma espécie de intuição sobre as relações de causa e efeito. Borba e Villarreal (2005) afirmam que uma nova tecnologia da inteligência resulta em um novo coletivo que produz conhecimento que, por sua vez, é qualitativamente diferente do conhecimento produzido por outros coletivos. Essa afirmação pode ser constatada nos movimentos do M.A.E., a estratégia das professoras foi explorar o recurso arrastar do *software* para analisar simultaneamente o comportamento das duas representações - Algébrica e Geométrica-, nesse caso o coletivo

---

<sup>5</sup> As tecnologias da inteligência são: oralidade, escrita e informática (LÉVY, 1993).

pensante formado foi de professoras-com-GeoGebra. Esse tipo de procedimento, dinâmico e simultâneo, não seria possível, por exemplo, com o coletivo professoras-com-lápis-e-papel.

Um *feedback* dado pelo recurso arrastar do *software* em um movimento de experimentar, influenciou no raciocínio (BORBA; VILLARREAL, 2005) de Thais sugere que as assíntotas da hipérbole devam ser investigadas:

*Thais (12/05/2011 20h25min25s BRT) vcs sabem o que é a assíntota da hiperbole?? como podemos encontrá-la aqui?? será que o b não esta relacionado com ela?? pois é... por isso minha suspeita que devemos investiga-la*

*Bianca (12/05/2011 20h30min41s BRT) gurias...vou buscar algo p ajudar na internet...*

*Thais (12/05/2011 20h30min48s BRT) vejam esse site...*

*<http://www.algosobre.com.br/matematica/geometria-analitica-hiperbole.html>*

*Bianca (12/05/2011 20h41min48s BRT) olhem esse site:*

*[http://alfaconnection.net/pag\\_avsm/geo0504.htm](http://alfaconnection.net/pag_avsm/geo0504.htm)*

*Thais (12/05/2011 20h42min51s BRT) Gente... agora ficou fácil... decifrado. Ao traçarmos a assintota, podemos traçar uma perpendicular que em A à reta  $y=d$ . ops... tem um erro ai. vou escrever tudo de uma vez e mando como encontrar os focos, usando as ferramentas do GeoGebra, e tendo a equação da hiperbole. Bianca... o primeiro passo era encontrar o algoritmo... agora precisamos estudá-lo... rsrrrs a saga ainda não terminou. usei o dado que tinha no site.... que é a figura que coloquei no começo do word... mas os porques, vou ter que pensar...*

O excerto acima registra que o grau de dificuldade e o tempo, que a cada instante ficava mais escasso, geraram a necessidade de buscar ajuda na internet. Nesse caso, interpretamos que a internet desempenhou um duplo papel no sistema de atividade do grupo: artefato e comunidade.

As lentes teóricas de Engeström (1999) esclarecem que em um sistema de atividade são os artefatos que medeiam as relações entre os sujeitos e o objeto. Como ambiente virtual, a internet mediou as relações entre as professoras e o estudo da hipérbole com o GeoGebra, nesse caso pode ser considerada um artefato. Por outro lado, vimos que ela pode servir de veículo para busca por informações, nesse caso, estaria desempenhando o papel de comunidade sem deixar de ser artefato. Já que um dos papéis da comunidade é situar o sistema de atividade dentro do contexto sociocultural daqueles que compartilham o mesmo objeto.

Ao verificarmos que uma mídia, como a internet, pode desempenhar o papel de comunidade, percebemos que a multivocalidade desse sistema de atividade se amplia, pois engloba não apenas os indivíduos que fazem parte do sistema e compartilham o mesmo objeto, mas também as múltiplas vozes daqueles externos ao sistema, mas que de alguma forma ou em algum momento se relacionam com ele. A construção de uma página na internet é impregnada dos diferentes valores, histórias, convenções, posicionamentos,

enfim diferentes vivências de seus idealizadores e, na medida em que é fonte de consulta para os sujeitos transmitem todos esses aspectos socioculturais ao sistema. Metafóricamente podemos dizer que das mídias também emergem múltiplas "vozes".

Em determinados momentos do M.A.E., observamos movimentos voltados para uma forma de trabalho que parece mais individualizada, como aconteceu no diálogo anterior, em que Thais se comprometeu em sistematizar as ideias e elaborar uma solução com o GeoGebra. Isso não significa que não houve um pensamento coletivo. Pois de acordo com Lévy (1993, p.135), *"fora da coletividade, desprovido de tecnologias intelectuais, 'eu' não pensaria"*, ou nas palavras de Borba e Villarreal (2005), as tecnologias estão impregnadas de humanidade, assim como, os seres humanos estão impregnados de tecnologias, não existindo uma separação possível, e nesse sentido o pensamento é sempre coletivo.

O M.A.E., assim como os ciclos de aprendizagem expansiva são movimentos cíclicos e recorrentes, isso não significa que ele não tenha sua etapa finalizada, mas sim que o conhecimento produzido em determinado miniciclo poderá voltar a ser novamente (re)construído em outros miniciclos. Esses movimentos de ir e vir estão intimamente ligados ao tipo de coletivo pensante formado no sistema de atividade, pois diferentes mídias condicionam a produção de diferentes tipos de conhecimentos (BORBA; VILLARREAL, 2005). No caso em análise o M.A.E. encaminha-se para o seu final quando Thais enfatiza que é imprescindível estudar, compreender, justificar, enfim argumentar sobre a solução encontrada. A seguir o anexo do e-mail que Thais enviou com as considerações sobre a solução encontrada e na sequencia a construção.

Conhecemos a equação de reta  $\frac{(x-c)^2}{a^2} - \frac{(y-d)^2}{b^2} = 1$

O ponto  $(c,d)$  indica o centro da nossa hipérbole; traçamos a reta  $y=d$ ; encontramos a intersecção da hipérbole com a reta  $y=d$ ; encontrando os pontos A e B, que distam a do centro  $(c,d)$ ; em A traçamos uma reta t perpendicular à  $y=d$ ; traçamos as assíntotas  $y-d = -\frac{b}{a}(x-c)$  e  $y-d = \frac{b}{a}(x-c)$

A intersecção de uma assíntota e da reta t, chamamos de G. Há a formação de um triângulo retângulo AOG, cuja hipotenusa OG é a distância do centro ao foco. Então basta usar a ferramenta de construir uma circunferência conhecendo o raio com centro em O e raio distancia[OG] e temos os dois focos determinados.

Figura 1 - Hipérbole - anexo e-mail Thais

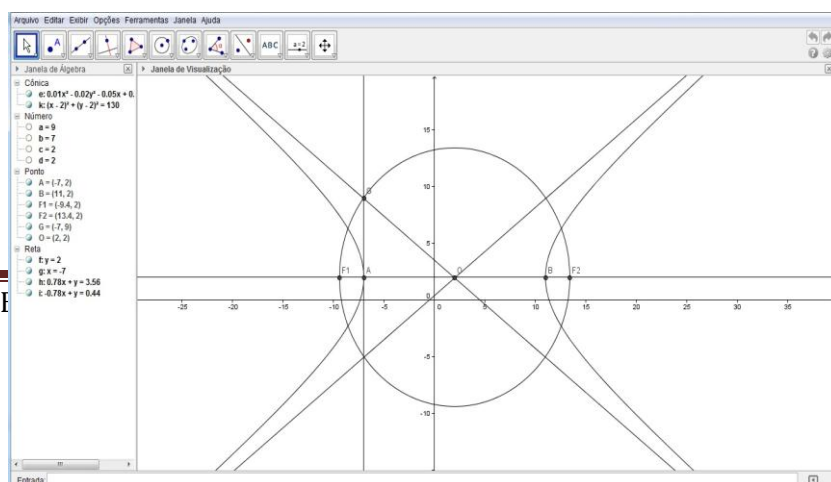


Figura 2 - Solução hipérbole como GeoGebra - letra i

Uma forma de verificarmos se um M.A.E. foi finalizado é observarmos se transformações expansivas ocorreram, com por exemplo a transformação do objeto em produto, ou ainda a reconceitualização de outros elementos da atividade. De maneira complementar, Borba e Villarreal (2005) ao focarem no papel da mídia, enfatizariam que houve transformação no conhecimento produzido, na medida em que novos participantes do coletivo, humanos ou mídias, se incorporaram a eles.

O resultado final do trabalho do grupo, estampado nas figuras 1 e 2, mostra que a transformação expansiva ocorreu, porque o produto gerado na reconceitualização do objeto foi: a construção das relações entre as representações algébricas e geométricas. Em outras palavras, o conhecimento sobre a hipérbole que as professoras tinham antes do início do M.A.E, já não é mais o mesmo e isso se deve, em grande parte, ao GeoGebra, que trouxe novas possibilidades para o estudo da hipérbole nunca antes pensadas pelas professoras. O experimentar e visualizar do *software* transformou a maneira do grupo pensar e expressar o conhecimento produzido. Os movimentos nesse miniciclo se mesclam com as ideias discutidas em Borba e Villarreal (2005), principalmente quando verificamos que as tensões do sistema não teriam surgido com a mídia lápis-e-papel já as professoras sentiram a necessidade de, a partir de uma equação algébrica, encontrar os lugares geométricos do centro, eixos e focos da hipérbole, para isso era necessário trabalhar com as duas representações ao mesmo tempo, verificando que implicações as mudanças de uma gerava na outra. Quando esse tipo de questão é resolvida com lápis-e-papel, geralmente, a solução é apenas algébrica, e quando uma representação geométrica é esboçada sua construção é totalmente controlada por quem a faz, não surgem durante o processo discrepâncias entre as representações que possam interferir no raciocínio.

Além do *software* contribuir para que essas tensões aflorassem no sistema, se mostrou ativo no movimento de fazer dessas tensões fontes de potencia para inovações no sistema. Por isso, o *software*, deve ser considerado um ator no "*fazer*" Matemática Online, mas não um coadjuvante, e sim, um protagonista que atuou junto com as professoras (BORBA; VILLARREAL, 2005).

## 6. Resultados da pesquisa

O nosso objetivo desta comunicação foi apresentar uma perspectiva de análise das transformações do "*fazer*" Matemática *Online*, a qual estamos chamando de: Miniciclo de Aprendizagem Expansiva em sistema Seres-humanos-com-mídias. Para fundamentarmos teoricamente tal perspectiva buscamos uma ressonância entre a ferramenta analítica denominada Ciclo de Aprendizagem Expansiva e a visão epistemológica baseada no construto Seres-humanos-com-mídias. Nossa discussão foi apoiada no exame de dados empíricos, produzidos em um curso de extensão para professores de Matemática, que foi desenvolvido totalmente a distância *Online*.

O Miniciclo de Aprendizagem Expansiva em sistemas Seres-humanos-com-mídias que estamos propondo se desenvolve em períodos curtos de tempo, como indica Engeström (1999), no entanto, suas etapas, fases ou movimentos se diferenciam um pouco da proposta desse autor. Acreditamos que os diferentes papéis que as mídias podem ocupar em sistemas como o que analisamos, influenciaram no comportamento do M.A.E..

A análise mostrou que o início do Miniciclo de Aprendizagem Expansiva foi marcado por dúvidas, questionamentos e autocríticas. A confirmação de que esse era o primeiro impulso para o desenvolvimento do M.A.E, foi a constatação de um tensão originada pela inserção do *software* no sistema. Sendo, também, esse mesmo aplicativo um protagonista na evolução do miniciclo, os *feedbacks* dele provocaram reorganizações no pensamento das professoras que, com ele, experimentavam e analisavam conjecturas e assim, aos poucos, num movimento coletivo e colaborativo, os conceitos eram (re)construídos.

Inicialmente, o Geogebra ocupava o papel de artefato no sistema, mediando as relações entre os sujeitos e o objeto. Esse último, considerado um elemento complexo e problemático de ser identificado, por ser algo móvel e em constante evolução, teve no processo parcial de moldagem recíproca, uma contribuição importante, que ocorreu quando pontuamos, na análise dos dados, que o GeoGebra moldou os seres humanos. Nesse instante, o estudo da hipérbole com *software*, a nosso ver, se aproximou do que pode ser entendido como objeto do sistema de atividade.

Com a evolução do M.A.E., a experimentação e análise de conjecturas se fundiam em movimentos de reorganização que revelaram uma tensão (ou contradição interna) que

se mostrou como uma possibilidade expansiva: como compreender as relações entre as representações Algébricas e Geométricas com o GeoGebra? Essa tensão, que em nossa opinião, é estrutural e tem sido historicamente construída, foi provocada pelos novos procedimentos da proposta de estudo e renovou os estímulos do grupo. Aos poucos, essa tensão transformou-se expansivamente, à medida que as professoras buscavam com o aplicativo, enfrentar e superar esse obstáculo. A evolução dessa transformação, no sistema, foi marcada por interações com o *software*, em que os processos de reorganização do pensamento e a moldagem recíproca (BORBA, 1999) se mostraram ativos. Podemos, então, dizer que ambos contribuíram para a compreensão dos movimentos do Miniciclo de Aprendizagem Expansiva.

Em geral, um M.A.E. se encerra quando acontece uma transformação expansiva. Mas o que caracteriza uma transformação como essa nesse tipo de sistema? Seria a mesma definição de Engeström, o qual nos diz que elas ocorrem quando elementos da atividade são reconceitualizados, de modo particular, quando o objeto é transformado em produto? Essas e outras questões que envolvem a natureza desse tipo de transformação em sistema Seres-humanos-com-mídias que queremos discutir, mas por limitações de espaço, optamos em abordá-las em uma outra oportunidade, por hora, nos limitamos as análises desse caso específico.

O M.A.E foi finalizado quando as professoras encontram uma solução que foi discutida e justificada, resultando, nesse caso, em uma nova forma de expressão do pensamento coletivo que foi organizado e reorganizado - materializada na construção final do grupo (Fig. 1 e 2) - que aliou as duas representações - Álgebra e Geométrica.

Em síntese, um Miniciclo de Aprendizagem Expansiva em sistema Seres-humanos-com-mídias desenvolvido em um ambiente virtual de aprendizagem, em que se objetiva o *fazer* Matemática, é iniciado com dúvidas e questionamentos decorrentes de uma tensão, que pode ser uma desejo ou uma necessidade de solucionar uma situação nunca antes prevista. Ele começa sua evolução a partir da reorganização do pensamento provocada pelas respostas do *software* às ações dos aprendizes. Nesse processo evolutivo uma nova fase começa a ser desenhada, a dinâmica do trabalho pode mudar, movimentos de reorganização se intensificam nos testes, experimentações e simulações de conjecturas. Nessa fase podem emergir novas tensões, que uma vez transformadas em fonte potência para a inovação originam as transformações expansivas, que por sua vez indicam o final do

M.A.E..Quando se trata do *fazer* matemática, tais transformações podem ser evidenciadas nas argumentações e justificativas para as soluções encontradas.

Por fim, verificamos que a visão epistemológica apoiada na noção de *Seres-humanos-com-mídias*, trouxe para esse M.A.E. um olhar que colocou em destaque o papel da mídia no processo de produção de conhecimento, enquanto o *Ciclo de Aprendizagem Expansiva* situou essa produção em um cenário mais amplo. Além disso, esse último, especifica o olhar para a aprendizagem e suas transformações, detalhando o que é compreendido como produção de conhecimento nos trabalhos apoiados na noção de *Seres-humanos-com-mídias*.

## 7. Referências

ARAÚJO, J. L.; BORBA, M.C. construindo pesquisas colaborativamente em educação matemática. In: BORBA, M.C.; ARAÚJO, J. L. **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte, Autêntica, 2004.

BORBA, M.C.; **Students understanding of transformations of functions using multi-representational software**. 1993, 372f. Tese (Doctor of Philosophy) – Faculty of the graduate school of Cornell University.

\_\_\_\_\_. Tecnologias Informáticas na Educação Matemática e Reorganização do Pensamento. In: BICUDO, M. A.V.; **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. V. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking**: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. v. 39, New York: Springer, 2005.

BORBA, M.C.; MALHEIROS, A.P. SANTOS; AMARAL, R.B. **Educação a distância online**. 3ª edição. Belo Horizonte - MG. Autêntica. 2011.

BORBA, M.C. **Potential scenarios for Internet use in the mathematics classroom**. ZDM Mathematics Education. Berlin, 2009.

BORBA, M.C. **Humans-With-Media and continuing education for mathematics teachers in online environments**. ZDM Mathematics Education. Berlin, 2012

DANIELS, H. **Vygotsky e a Pesquisa**. São Paulo: Loyola, 2011.

\_\_\_\_\_. **Vygotsky e a Pedagogia**. São Paulo: Loyola, 2003.

ENGESTRÖM, Y. **Learning by expanding: An activity-theoretical approach to developmental research**. 1987 (Helsinki, Orienta-Konsultit). Versão online, disponível em: <http://lchc.ucsd.edu/MCA/Paper/Engestrom/expanding/toc.htm>. Último acesso 04/03/2011.

\_\_\_\_\_. **Learning by expanding: ten years after**. 1999 a. Versão online, disponível em: <http://lchc.ucsd.edu/MCA/Paper/Engestrom/expanding/toc.htm>. Último acesso 04/05/2009.

\_\_\_\_\_. **Expansive learning at work: toward an activity theoretical reconceptualization**. In: Journal of Education and Work, Vol. 14, N1, 2001.

GUBA, E; LINCOLN, Y. Postpositivism and the Naturalist Paradigm. In: LINCOLN, Y.; GUBA, E. **Naturalistic Inquiry**. London: Sage, 1990.

HARDMAN, J. **Making sense of the meaning maker: tracking the object of activity in a computer-based mathematics lesson using activity theory**. International Journal of Education and Development using ICT- University of Cape Town, South Africa, (2007).

LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência**: o futuro do pensamento na era da informática. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

LINCOLN, Y.; GUBA, E. **Naturalistic Inquiry**. London: Sage, 1985.

MALHEIROS, A.P.S. **Educação Matemática online**: a elaboração de projetos de modelagem matemática. 2008, 178f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Rio Claro, Universidade Estadual paulista (UNESP), 2008.

TIKHOMIROV, O.K; The psycological consequences of the computerization. In: Werstch, J. **The concept f activity in soviet psychology**. New York: Sharp, 1981.

SANTOS, S. C. **A produção matemática em um ambiente virtual de aprendizagem: o caso da geometria euclidiana espacial**. 2006, 135f. Dissertação (mestrado em educação matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP.

SOUTO, D.L.P;. **Mídias: artefatos e/ou objeto?**. In: XVI Conferência Interna GPIMEM: tecnologias digitais em Educação Matemática. Rio Claro, 2013.

SOUTO, D.L.P; ARAÚJO, J.L. Possibilidades expansivas do sistema de Seres-humanos-com-mídias: um encontro com a teoria da atividade. In: BORBA, M. C. ; CHIARI, A. S. S. (Orgs.). **Tecnologias Digitais e Educação Matemática**. 1ª. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013.

ZULATTO, R. B. A. **A Natureza da Aprendizagem Matemática em um Ambiente online de Formação Continuada de Professores**. 2007, 146f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.