

## UTILIZAÇÃO DE DIFERENTES ESTRATÉGIAS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

*Virginia Furlanetto*  
Centro Universitário UNIVATES  
*virf@universo.univates.br*

*Ana Paula Krein Müller*  
Centro Universitário UNIVATES  
*anapaulakreinmuller@hotmail.com*

*Neiva Althaus*  
Centro Universitário UNIVATES  
*neivaalthaus@universo.univates.br*

*Geovana Luiza Kliemann*  
Centro Universitário UNIVATES  
*geovanakliemann@universo.univates.br*

*Vanessa Paula Reginatto*  
Centro Universitário UNIVATES  
*vpaula@universo.univates.br*

*Rosilene Inês König*  
Centro Universitário UNIVATES  
*rosilene@universo.univates.br*

### **Resumo:**

O trabalho emergiu da preocupação com a melhoria da qualidade dos processos de ensino e aprendizagem de Matemática de alunos das séries finais do Ensino Fundamental, principalmente no que tange à abordagem da disciplina através da resolução de problemas. Em uma prática pedagógica realizada com alunos de 7ª e 8ª séries do Ensino Fundamental, estimulamos a utilização de diferentes estratégias de resolução de problemas, para verificar se esta metodologia tem o potencial de auxiliar os alunos neste processo. Foram utilizados problemas dos bancos de dados de sistemas avaliativos, Olimpíadas Matemáticas, livros didáticos, entre outros. Percebemos que os alunos ampliaram o repertório de estratégias utilizadas na resolução de problemas e, mais do que isso, conseguiram fazer isso de forma eficaz, obtendo êxito.

**Palavras-chave:** Resolução de problemas; Matemática; Estratégias.

### **1. Introdução**

A Matemática é uma disciplina que geralmente é considerada difícil pelos estudantes e é uma recorrente inquietação dos professores, no que diz respeito ao desempenho escolar. Os números divulgados pelos meios de comunicação apresentam indicativos da preocupante situação em que se encontra a aprendizagem da Matemática,

tanto no Rio Grande do Sul quanto no Brasil. Diante desta situação, tem-se como desafio, melhorar a qualidade da educação de nossos alunos, logo, é necessário ter claro o que se quer no aprendizado dos mesmos e como ensinar para que isso realmente aconteça. Muitas escolas apresentam uma visão da Matemática como uma ciência perfeita, com fórmulas e resoluções únicas, em que predomina a memorização e mecanização na resolução de exercícios, o que pode causar desencanto e afastamento dos alunos, podendo levá-los ao insucesso nesta disciplina que parece estar tão ligada ao nosso dia a dia e à maioria das profissões.

A resolução de problemas é apontada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) (BRASIL, 1998, p. 40) como ponto de partida da atividade matemática, oferecendo ao aluno a oportunidade de “mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance”. Alertam ainda que:

Para atender as demandas do trabalho contemporâneo é inegável que a Matemática pode dar uma grande contribuição à medida que explora a resolução de problemas e a construção de estratégias como um caminho para ensinar e aprender Matemática na sala de aula. Também o desenvolvimento da capacidade de investigar, argumentar, comprovar, justificar e o estímulo à criatividade, à iniciativa pessoal e ao trabalho coletivo favorecem o desenvolvimento dessas capacidades. (BRASIL, 1998, p. 34)

Considerando que a resolução de um problema implica na compreensão do que foi proposto e na apresentação de respostas aplicando procedimentos adequados, cabe ressaltar que existem vários caminhos para se chegar a um mesmo resultado, ou seja, inúmeras são as estratégias que o estudante pode utilizar nesse processo.

A temática das estratégias que podem ser utilizadas na resolução de problemas matemáticos nos sensibiliza já que percebemos, em nossa trajetória docente, a facilidade com que alguns alunos, quando permitidos, resolvem determinados problemas utilizando-se de estratégias alternativas, mesmo que conteúdos específicos estejam em desenvolvimento. Nestes casos, é comum justificarem que consideram mais fácil resolver de tal forma, que o cálculo formal é mais trabalhoso e geralmente, suas resoluções são coerentes com o problema proposto.

Nesse sentido, propusemos a um grupo de alunos de 7<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> séries do Ensino Fundamental, a utilização de diferentes estratégias de resolução de problemas, para verificar se esta forma de trabalho tem potencial de contribuir para melhoria desse processo e, mais do que isso, de auxiliar no desenvolvimento da capacidade de tomada de decisões, autonomia e de resolver situações cotidianas que possam vir a ocorrer.

## 2. Pressupostos Teóricos

Os pressupostos teóricos que norteiam o desenvolvimento dessa prática pedagógica estão fundamentados na abordagem da Matemática através da resolução de problemas com foco na utilização de diferentes estratégias. Dante (2000) assinala o trabalho com resolução de problemas matemáticos como a principal forma de se alcançar os objetivos da Matemática em sala de aula, entre eles, o de “fazer o aluno pensar produtivamente”. O autor destaca ainda:

Mais do que nunca precisamos de pessoas ativas e participantes, que deverão tomar decisões rápidas e, tanto quanto possível, precisas. Assim, é necessário formar cidadãos matematicamente alfabetizados, que saibam como resolver, de modo inteligente, seus problemas de comércio, economia, administração, engenharia, medicina, previsão do tempo e outros da vida diária. E, para isso, é preciso que a criança tenha, em seu currículo de matemática elementar, a resolução de problemas como parte substancial, para que desenvolva desde cedo sua capacidade de enfrentar situações-problema. (p. 15)

Além disso, a Matriz de Referência do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e da Prova Brasil, avaliações que fornecem indicadores a respeito da qualidade da educação brasileira, estruturadas com foco em resolução de problemas, destaca que “o conhecimento matemático ganha significado, quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução” (BRASIL, 2008, p. 106). Estes sistemas avaliativos têm gerado preocupação por parte de professores e gestores das escolas, já que os índices apresentados pelos meios de comunicação apontam para a fragilidade do ensino de Matemática em nossas escolas.

Diante deste cenário, sendo essencial fazer com que os estudantes se tornem pessoas capazes de enfrentar situações novas ou diferentes, buscando novos conhecimentos e habilidades, o trabalho com resolução de problemas, aceitando estratégias variadas que o estudante possa vir a utilizar, instiga nele a capacidade de aprender a aprender, que conforme Demo (1996, p. 30), é o grande desafio do processo educativo.

Quanto à resolução de problemas, D’ambrosio (1989) ressalta que muitas vezes os alunos desistem de solucionar um problema matemático, por não ter aprendido como resolver aquele tipo de questão, ou seja, por não reconhecer qual o algoritmo ou processo de solução esperado pelo professor. Este tipo de atitude pode demonstrar receio por parte dos alunos em tentar soluções diferentes daquelas que lhes são propostas em sala de aula, o que inibe o desenvolvimento de características muito importantes para a formação cidadã e para o mundo do trabalho como a criatividade, a autonomia e o senso crítico.

Cavalcanti (2001, p. 121) assinala que a utilização de diferentes estratégias de resolução pelos alunos, possibilita-lhes refletir sobre o processo e auxilia na construção da autonomia, trazendo-lhe confiança em sua capacidade de pensar matematicamente. Musser e Shaughnessy (1997, p.188), destacam cinco estratégias de resolução de problemas que julgam pertinentes serem abordadas nas escolas: Tentativa-e-erro: aplicação de operações pertinentes às informações dadas; Padrões: resolução de casos particulares, encontrando padrões que podem ser generalizados; Resolver um problema mais simples: resolução de um caso particular ou um recuo temporário de um problema complicado para uma versão resumida, podendo vir acompanhado do emprego de um padrão; Trabalhar em sentido inverso: partindo do resultado, realizar operações que desfazem as originais; Simulação: utilizada quando a solução do problema envolve a realização de um experimento e executá-lo não seja prático.

Cavalcanti (2001, p.127) cita também o desenho “como recurso de interpretação do problema e como registro da estratégia de solução”, podendo este, fornecer ao professor, pistas sobre como o estudante pensou e agiu para solucionar o problema, e a utilização do algoritmo convencional como “mais uma possibilidade de resolução” (p. 143). Pesquisas demonstram que uma das estratégias mais utilizadas pelos alunos na resolução de problemas é o cálculo formal (DULLIUS et al, 2011). Porém, a abordagem da resolução de problemas, permitindo que o aluno escolha o caminho que deseja percorrer para chegar à solução, possibilita ir além da linearidade do ensino tradicional, à medida que o estudante pode mobilizar diferentes conhecimentos para chegar a uma resposta.

### **3. Metodologia**

A prática pedagógica foi realizada com alunos de 7ª e 8ª série do Ensino Fundamental de uma escola municipal do interior do Rio Grande do Sul, com encontros semanais ou quinzenais que ocorreram nas dependências da escola, em quintas-feiras, das 15h30min às 17h. Para o seu desenvolvimento, nos apoiamos na resolução de problemas matemáticos com utilização de estratégias alternativas ao cálculo formal, para verificar se essa forma de resolução tem potencial de contribuir para a melhoria do processo e, conseqüentemente, da qualidade do ensino e da aprendizagem da Matemática na Educação Básica.

Nos nove encontros foram explorados problemas de livros didáticos, Olimpíadas Matemáticas, *sites* relacionados à disciplina e ainda, dos bancos de dados da Prova Brasil e

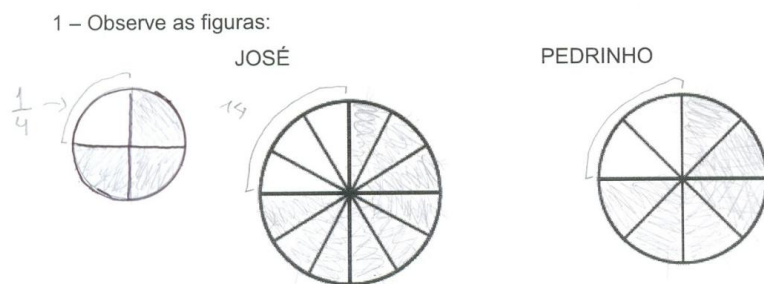
SAEB e não foram introduzidos ou explicados conteúdos envolvidos, considerando a intenção de estimular a busca por estratégias alternativas de resolução. Na maioria dos encontros, os alunos estiveram organizados em grupos, ora escolhidos por eles próprios, ora através de alguma técnica ou dinâmica proposta pela professora que conduziu a prática pedagógica.

O primeiro encontro iniciou com o “Jogo da velha humano”, no intuito de integrar o grupo de alunos e discutir sobre a elaboração de estratégias de jogo, refletindo a respeito da diversidade de estratégias capazes de levar ao êxito no jogo, assim como na resolução de problemas. Conversamos ainda, a respeito dos passos de resolução de problemas propostos por Polya (1995), que envolvem a compreensão do problema, a elaboração de um plano de resolução seguida da execução do mesmo, culminando com a verificação dessa resolução.

Cabe ressaltar que na maioria dos encontros adotamos a metodologia de leitura individual ou coletiva dos problemas, discussão focada na interpretação, elaboração de um plano e resolução, passando para a exposição dos caminhos utilizados e validação dos mesmos. Tais socializações tinham por objetivo que todos tomassem conhecimento das diferentes possibilidades de resolução, podendo assim escolher aquela que considerassem mais pertinente. Em alguns momentos a professora responsável apresentou para os alunos, estratégias não desenvolvidas por eles.

Em um dos encontros os alunos foram desafiados a elaborar problemas a partir de uma resposta dada, de uma figura e de uma pergunta, além de formular uma pergunta para uma situação que lhes foi apresentada. Cada grupo elaborou um problema, a partir de um desses aspectos, e os mesmos foram apresentados para leitura e discussão coletiva, resolução nos grupos e, quando necessário, reelaboração e nova resolução. Apresentamos a seguir alguns dos problemas explorados com exemplos de resoluções desenvolvidas pelos alunos, tecendo considerações a respeito das mesmas.

No problema 1, apresentado na Figura 1 com a resolução de um aluno, inserimos os desenhos alusivos à divisão das pizzas, como forma de estimular a utilização desta estratégia na resolução. Em alguns outros problemas também foram inseridos aspectos com o mesmo intuito.



Pedrinho e José fizeram uma aposta para ver quem comia mais pedaços de pizza. Pediram duas pizzas circulares de igual tamanho. Pedrinho dividiu a sua em oito pedaços iguais e comeu seis; José dividiu a sua em doze pedaços iguais e comeu nove. Então,

- a) Pedrinho e José comeram a mesma quantidade de pizza.  
b) José comeu o dobro do que Pedrinho comeu.  
c) Pedrinho comeu o dobro do que José comeu.  
d) José comeu a metade do que Pedrinho comeu.

Figura 1. Problema 1 e resolução de um aluno participante utilizando a estratégia de Desenho  
Problema extraído de <http://www.rdmf.mat.br/arquivos/downloads/f719251a403fb21aba8faf6e00b1e824.pdf>

Destacamos que todos os alunos presentes neste encontro utilizaram-se do “Desenho” presente no problema para resolvê-lo, pintando a parte que cada personagem comeu, chegando a resposta correta. Na Figura 2, apresentamos o problema 4 com a resolução de um aluno que utilizou-se da estratégia de “Trabalhar em sentido inverso”.

4 – Num determinado estado, quando um veículo é rebocado por estacionar em local proibido, o motorista paga uma taxa fixa de R\$ 76,88 e mais R\$ 1,25 por hora de permanência no estacionamento da polícia. Se o valor pago foi de R\$ 101,88, qual o total de horas que o veículo ficou estacionado na polícia?

101,88  
- 76,88  
-----  
25,00

25,00 / 1,25  
20 h

Figura 2. Problema 4 e resolução de um aluno participante utilizando a estratégia de Trabalhar em Sentido Inverso

Problema extraído de Haetinger et al (2011)

Os sete alunos que o resolveram, utilizaram tal estratégia, sendo que seis deles associaram-na à “Tentativa e erro”, escolhendo possíveis quantidades de horas e multiplicando pelo valor de cada hora, ou seja, R\$ 1,25, até encontrar como resultado R\$ 25,00. É provável, que tenham feito isso, por não reconhecer a divisão como operação inversa da multiplicação ou por não terem lembrado dessa possibilidade. Mais uma vez

ficou evidente a preferência dos alunos pelas estratégias alternativas, pois nenhum grupo utilizou o cálculo algébrico, que constitui-se em uma possibilidade formal de resolução para este problema.

Na Figura 3, temos o problema 15 acompanhado da resolução proposta por um aluno, juntamente com seu grupo, através da estratégia de “Tentativa e erro”, que foi utilizada corretamente por todos, sendo que alguns deles associaram-na ao “Desenho”, utilizado para auxiliar na interpretação.

15 - Numa corrida com 2011 participantes, Dido chegou à frente do quádruplo do número de pessoas que chegaram à sua frente. Em que lugar chegou o Dido?

- a) 20°      b) 42°      c) 105°      ~~d) 403°~~      e) 1005°

$402 \times 4 = 1608 + 402 = 2070 + 4 = 2074$

Começamos com 403 porque 105 é muito baixo

Boixo

↓  
DIDO

Figura 3. Problema 15 e resolução de um aluno participante utilizando a estratégia de Tentativa e erro  
Problema extraído de [http://www.obm.org.br/export/sites/default/provas\\_gabaritos/docs/2011/1Fase\\_Nivel1\\_2011.pdf](http://www.obm.org.br/export/sites/default/provas_gabaritos/docs/2011/1Fase_Nivel1_2011.pdf)

O aluno optou por testar as alternativas, multiplicando todas por 4, representando os participantes que chegaram atrás de Dido, adicionando o valor ao resultado e acrescentando o personagem principal. O fato de terem iniciado a tentativa pelo número 403 revela uma análise mais aprofundada por parte deste grupo, com relação aos demais, que testaram todas as possibilidades. Este aluno relatou em sua resolução: “começamos com 403 porque 105 é muito baixo”, o que demonstra que estimou o possível resultado para cada opção, antes de realizar o teste e comprovar a resposta.

Um grupo havia iniciado testes com outros números, parecendo não se dar conta de que havia alternativas e que a resposta era uma delas. Após questionados para a certificação que estavam testando possibilidades, as alternativas foram apontadas e os mesmos deram-se conta que não precisavam testar muitos números, mas apenas aqueles cinco. Nenhum grupo mencionou ou tentou organizar uma equação para resolver este problema.

Para o problema 19, destacamos a resolução apresentada por uma dupla que associou o reconhecimento de padrões à estratégia de “Redução da unidade” e organizou a resolução apresentada na Figura 4.

19 - Trabalhando 10 horas por dia, um pedreiro constrói uma casa em 120 dias. Em quantos dias ele construirá a mesma casa, se trabalhar 8 horas por dia?

- a) 96
- b) 138
- c) 150
- d) 240

Handwritten student solution for problem 19. The student initially sets up a table with columns for hours (10, 8) and days (120, x). They calculate  $10x = 960$  and  $x = \frac{960}{10} = 96$ , but this is crossed out. They then create a sequence of days: 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34, 37, 40, 43, 46, 49, 52, 55, 58, 61, 64, 67, 70, 73, 76, 79, 82, 85, 88, 91, 94, 97, 100, 103, 106, 109, 112, 115, 118, 121, 124, 127, 130, 133, 136, 139, 142, 145, 148, 151, 154, 157, 160. The student concludes "a cada 4 dias ele precisa trabalhar um dia a mais" and calculates  $120 + 30 = 150$ .

Figura 4. Problema 19 e resolução de um aluno participante utilizando as estratégias de Organização de Padrões e Redução à unidade. Problema extraído de Brasil (2008)

Os alunos haviam iniciado a resolução através de regra de três como se a situação fosse diretamente proporcional, porém, ao serem alertados quanto à verificação da resposta, notaram a impossibilidade da mesma encontrada e traçaram um novo plano. Perceberam, conforme o que detalharam em sua resolução, que a cada quatro dias trabalhados com a carga horária reduzida, seria necessário trabalhar um dia a mais, para compensar. Logo, fizeram as relações seguintes, baseadas nesta, como pode-se observar no exemplo, concluindo que seriam necessários 30 dias a mais de trabalho. Essa estratégia nos surpreendeu, pois não havíamos visualizado essa possibilidade de resolução, o que vem, mais uma vez, demonstrar a possibilidade de desenvolvimento de soluções criativas por parte dos alunos, quando permitidos a testar suas ideias.

Durante a prática pedagógica, analisamos os materiais produzidos pelos participantes, verificamos que os alunos foram capazes de utilizar, de forma eficaz, uma grande variedade de estratégias de resolução de problemas, algumas delas sequer pensadas



por nós professores, evidenciando assim, o estímulo à criatividade e autonomia proporcionado por esta forma de trabalho.

#### **4. Considerações Finais**

Ao final do período de realização dos encontros, percebemos a evolução dos alunos no que tange à ampliação do repertório de estratégias utilizadas, em comparação ao que foi exposto por eles mesmos na primeira discussão, onde evidenciaram o “Cálculo” como principal forma de resolver problemas. Apesar disso, nos problemas propostos no decorrer da prática pedagógica, esta estratégia foi uma das menos utilizadas pelos participantes.

Também vemos com destaque a mudança de postura, embora que pequena ainda, quanto à confiança e autonomia para testar planos traçados para a resolução, sendo que inicialmente, os alunos mostravam-se extremamente dependentes, questionando qual o tipo de conta a ser feita ou se o caminho pensado estava correto. Dante (2009) destaca a importância de não fornecer respostas diretas à essas perguntas, o que resolveria o problema oportunizando que o aluno não precisasse pensar, apenas “executar as contas rápida e automaticamente”. Segundo o autor, se o professor lançar outro questionamento, discutir o problema com o aluno ou mesmo sugerir que o faça com um colega, “os alunos continuam envolvidos com o problema e pouco a pouco vão perguntando menos e tornando-se mais independentes e autônomos” (DANTE, 2009, p 57)

Procuramos estimular os estudantes a utilizar e compartilhar diferentes formas de resolver problemas, já que o cálculo formal nem sempre possibilita ao aluno a obtenção da resposta correta ou o entendimento do que fazem. Destacamos que não é nosso intuito sugerir a eliminação do conteúdo formal na sala de aula, tampouco que os alunos não devam utilizar o cálculo formal na resolução de problemas, mas acreditamos que eles devam ter a oportunidade de conhecer outras formas de resolver e optar, em cada caso, pela estratégia que julgarem mais conveniente e fácil.

#### **5. Agradecimentos**

Agradecemos o apoio financeiro recebido da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES – Brasil

#### **6. Referencias**

BRASIL. Ministério da Educação. **PDE : Plano de Desenvolvimento da Educação:** Prova Brasil: Ensino Fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC/SEB; Inep, 2008. 193 p.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

CAVALCANTI, Cláudia. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, Kátia S.; DINIZ, Maria Inez (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas:** Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 121 – 149

D'AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? Disponível em [http://educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/MATEMATICA/Artigo\\_Beatriz.pdf](http://educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Beatriz.pdf). Acesso em: jan. 2012.

DANTE, Luiz. **Didática da resolução de problemas de matemática:** 1ª a 5ª series. 12. ed. São Paulo: Ática, 2000.

\_\_\_\_\_. **Formulação e resolução de problemas de matemática:** teoria e prática. 1. ed. São Paulo: Ática, 2009. 192 p.

DEMO, Pedro. **Educação e qualidade.** Campinas: Papyrus, 1996.

DULLIUS, Maria M. et al. Estrategias utilizadas en la resolución de problemas matemáticos. **Revista chilena de educación científica**, v. 10, n. 1, p. 23-32, 2011.

Haetinger, C., et al. **Anais da XIV Olimpíada Matemática da UNIVATES**, 15 de setembro de 2011. Lajeado, RS: UNIVATES, 2011.

MUSSER, Gary L.; SHAUGHNESSY, J. Michael. Estratégias de resolução de problemas na matemática escolar. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Orgs.) **A resolução de problemas na matemática escolar.** Tradução de Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. p. 188 – 201.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. 2. Reimpressão. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

Links:

[http://www.obm.org.br/export/sites/default/provas\\_gabaritos/docs/2011/1Fase\\_Nivel1\\_2011.pdf](http://www.obm.org.br/export/sites/default/provas_gabaritos/docs/2011/1Fase_Nivel1_2011.pdf). Acesso em: jul. de 2012

<http://www.rdmf.mat.br/arquivos/downloads/f719251a403fb21aba8faf6e00b1e824.pdf>. Acesso em: jul. de 2012