

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO: ANÁLISE DO PROBLEMA TORNEIO DE TÊNIS DE MESA

Carla Larissa Halum Rodrigues
Unespar/Fecilcam
carlalarissahalumrodrigues@hotmail.com

Suélen Rita Andrade Machado
Unespar/Fecilcam
sumachado18@gmail.com

Eliane Siviero da Silva
Unespar/Fecilcam
elianesiviero@hotmail.com

Willian Beline - OR
Unespar/Fecilcam
wbeline@gmail.com

Resumo:

O presente trabalho refere-se ao relato da aplicação de uma tarefa de Resolução de Problemas desenvolvida com alunos do Ensino Médio de um Colégio Estadual, no município de Campo Mourão – Paraná. Por meio desta experiência de aplicação, procurou-se analisar, como os alunos se comportavam realizando esse tipo diferenciado de metodologia, que se diferencia pelo fato de não seguir precisamente os métodos de resolução prescritos para problemas convencionais, permitindo serem exploradas situações do dia a dia no qual o aluno é convidado a participar de forma ativa na construção do seu conhecimento, podendo incentivar o seu próprio senso crítico. Como resultados da aplicação, pudemos observar que essa experiência, nos forneceu indícios de que a metodologia de Resolução de Problemas pode contribuir de forma significativa, tanto para o ensino como para a aprendizagem da matemática aos alunos. Além de aguçar o senso crítico dos alunos e o convívio social entre eles.

Palavras-chave: Resolução de Problemas; Pisa; Educação Matemática.

1. Introdução

Mediante outras experiências realizadas com Resolução de Problemas no cotidiano escolar por meio do PIBID¹, principiamos a trabalhar em sala de aula com problemas de matemática vinculados ao PISA², pois tal programa consiste ser uma avaliação

¹ Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência.

² Programa Internacional de Avaliação de Alunos.

internacional que mede o nível educacional de jovens de idade aproximada de quinze anos por meio de provas de Leitura, Matemática e Ciências, realizadas a cada três anos pela OCDE³, que tem como objetivo principal produzir indicadores que contribuam, dentro e fora dos países participantes, como uma discussão da qualidade da educação básica para o subsídio de políticas nacionais de melhoria desta (INEP, 2011).

Dentro de vários problemas trabalhados em sala de aula e consultados no banco de problemas do PISA, encontramos dados relevantes em um determinado problema que aplicamos em sala de aula, mais especificamente no problema intitulado *Torneio de Tênis de Mesa*, onde os alunos foram instigados a analisar as possibilidades dos jogadores que disputarão cada partida, o número de mesas necessárias, a quantidade de partidas e o total de rodadas. Esta sugestão também partiu dos alunos integrantes do programa PIBID e se motivou pelo fato do Tênis de Mesa ser um jogo utilizado nas aulas de Educação Física e apreciado pelos alunos. Possibilitando que o aluno perceba a interdisciplinaridade entre a matemática e demais disciplinas.

Assim, neste relato, apontamos os fundamentos do nosso estudo que tem como base a Resolução de Problemas, uma metodologia de se ensinar Matemática que, há mais de 20 anos, se fortalece enquanto linha de pesquisa em Educação Matemática, assim como amadurece. Do mesmo modo, salientamos as aplicações e as análises realizadas, e com isto chegamos às conclusões referentes a tal feito.

2. Fundamentação Teórica

A emergente busca por alternativas dinâmicas que visam ‘facilitar’ o ensino da matemática em sala de aula se constitui como um contorno para amenizar a situação banalizada em que se encontra o ensino e a aprendizagem desta disciplina.

Os padrões vigentes da sociedade manifestam certa contrariedade em relação a esta ciência, que muitas vezes passa a ser tachada com diferentes significações, que aparentemente, tentam ser supridas pelos professores com a ideologia de que elas não possuem tal teor. Assim, os docentes optam por trabalhar com a matemática de uma forma envolvente e criativa, usufruindo de *Jogos educativos*, da *Modelagem Matemática*, da *História da Matemática* e/ou *Resolução de Problemas*, que é o foco deste trabalho.

³ Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico.

O ato de resolver problemas não é simplesmente àquela tarefa de se debruçar, colher as palavras chave do problema e atribuir à resolução por meio de algum método específico. A dinâmica da resolução de problemas envolve muito mais que isso, envolve interdisciplinaridade entre os conteúdos e os métodos de resolução (BRANCA, 1997, p. 4).

Conforme Branca (1997), a resolução de problemas é:

[...] uma expressão abrangente que pode significar diferentes coisas para diferentes pessoas ao mesmo tempo e diferentes coisas para as mesmas pessoas em diferentes ocasiões. As três interpretações mais comuns de resolução de problemas são: 1) como uma *meta*, 2) como um *processo* e 3) como uma *habilidade básica* (p. 4).

Ainda, para Branca (1997), tais termos apresentam diferentes interpretações e implicações. Por exemplo, para o autor o termo *meta* na resolução de problemas independe de problemas específicos, de procedimentos ou métodos e técnicas apresentadas no decorrer do conteúdo matemático. Já *processo* pode ser considerado como as etapas atribuídas aos alunos para se chegar à solução do problema de uma forma coerente, utilizando à heurística, ou seja estratégias e sugestões. A resolução de problemas como uma *habilidade básica*, força o docente a considerar os métodos de solução, os tipos de problemas e as especificidades dos conteúdos. Na verdade, o que se espera é a liberdade em tomar decisões da maneira como qual se deve resolver os problemas (BRANCA, 1997, p. 8).

Munidos destes princípios, a resolução de problemas se torna algo abrangente e peculiar, que visa à melhoria do ensino, pois a razão principal para se estudar matemática, é aprender a resolver problemas de uma forma interdisciplinar e criativa (BRANCA, 1997, p. 9).

De acordo Schoenfeld (1997, p. 13), existem várias estratégias para abordar, entender e resolver um problema, e essas estratégias ou sugestões são denominados de heurística. Para este autor, existem algumas heurísticas importantes na Resolução de Problemas, como: *As análises e os procedimentos que ajudarão a entender o problema; A delimitação e o planejamento de uma ou várias soluções; A exploração das soluções para os problemas difíceis; e por fim, a Verificação da solução.* (SCHOENFELD, 1997, p. 14),

Todas essas heurísticas constituem e vivificam uma dinâmica de Resolução de Problemas. Vale ressaltar que o aluno tem a liberdade de construir novas heurísticas que convêm a sua imaginação e que visam à solução.

Se realmente esperamos que os alunos levem a sério as estratégias de resolução de problemas, devemos convencê-los de que vão tirar proveito do estudo delas. Talvez o caminho mais fácil para isso seja estar munido no começo de um curso (ou de uma aula, em particular) de alguns problemas que demonstrem dramaticamente o impacto das heurísticas [...]. (SCHOENFELD, 1997, p. 23).

O docente ainda pode fixar outras estratégias em relação à resolução de problemas, fixando metas de leitura, como:

- Ler todo o enunciado do problema para ter uma ideia geral de sua estrutura e visualizar a situação [...];
- Relendo o enunciado do problema para entender os fatos e relações [...];
- Examinando minuciosamente o enunciado do problema, para perceber termos ou conceitos difíceis ou desconhecidos [...];
- Relendo para ajudar a organizar os passos que conduzem a uma possível solução [...];
- Relendo o problema uma vez mais para verificar os procedimentos usados e para verificar se a solução está completa e na forma adequada [...] (SUYDAM, 1997, p. 143-6).

Estas estratégias são oportunidades de experiência para os docentes motivarem suas aulas com a resolução de problemas, incentivando a imaginação dos alunos, a leitura e o envolvimento com a matemática.

3. Aplicação e Apontamentos

A tarefa foi desenvolvida com alunos de um Colégio Estadual do município de Campo Mourão - Paraná. Utilizamos gravadores para registrar as falas dos alunos e solicitamos que os mesmos se reunissem em grupos. Inicialmente distribuimos a tarefa impressa e os gravadores para cada dupla. Como os alunos já haviam desenvolvido este tipo de atividade foi solicitado que eles registrassem seus cálculos em uma folha. Ao término de cada questão foi realizada uma plenária, na qual os alunos se dirigiam ao quadro para expor os métodos utilizados em suas resoluções. Cada método apresentado era discutido juntamente com a turma, no qual era questionado se o método em questão estava correto para o que pedia o problema, se alguém havia resolvido de forma semelhante, e se caso não estivesse correto o que poderia ser feito para se chegar ao resultado esperado.

Também foi deixado claro para os alunos que existem diferentes estratégias para se chegar à solução de um problema. Segue o problema do PISA:

Torneio de Tênis de Mesa

Tiago, Rui, Beto e Dirceu formaram uma equipe de treinamento em um clube de tênis de mesa. Cada jogador joga uma vez contra cada um dos outros jogadores. Eles reservaram duas mesas para o treinamento [...].

Primeira Questão: Complete a tabela dos jogos apresentada abaixo escrevendo os nomes dos jogadores que disputarão cada partida.

	Mesa de treinamento 1	Mesa de Treinamento 2
1ª Rodada	Tiago - Rui	Beto - Dirceu
2ª Rodada		
3ª Rodada		

Grupo 1

O grupo 1 foi composto por duas alunas que não se conheciam. Em razão disso, houve poucas discussões a respeito do problema, o que fez com que uma aluna tomasse a iniciativa e respondesse a questão, explicando para parceira. A seguir é apresentada a resposta da primeira questão por este grupo:

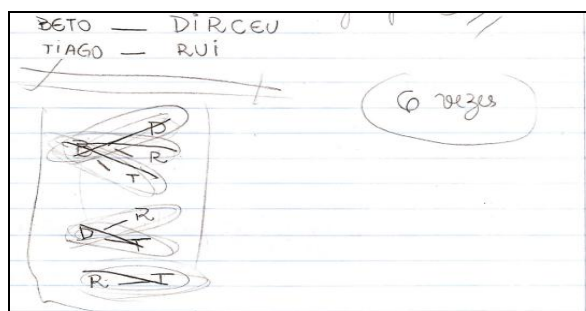


Figura 1: Anotações Grupo 1

Grupo 2

O grupo 2 foi composto por dois alunos, no qual houve mais interação. A seguir é apresentada a resposta da primeira questão por este grupo:

	Mesa do torneio 1	Mesa do torneio 2
1ª Rodada	Tiago - Rui	Beto - Dirceu
2ª Rodada	Beto - Dirceu	Tiago - Rui
3ª Rodada	Tiago - Beto	Beto - Rui
4ª	Tiago - Rui	Beto - Dirceu
2ª	Tiago - Beto	Rui - Dirceu
3ª	Rui - Beto	Tiago - Dirceu

Figura 2: Anotações Grupo 2

Observamos que nas anotações do grupo 2 coincidiram jogadores na rodada e houve uma mesma partida em duas rodadas. Mesmo realizando todas as possibilidades utilizando a letra inicial do nome, cometeram este equívoco. Os alunos não tiveram dificuldades para completar a tabela, porém, tanto o grupo 1 como 2 acabaram repetindo o mesmo jogador em uma rodada, e também repetiram as mesma dupla de jogadores em partidas diferentes.

Grupo 3

O grupo 3, formado por duas alunas, teve uma boa interação. Segue a resposta da primeira questão apresentado por elas.

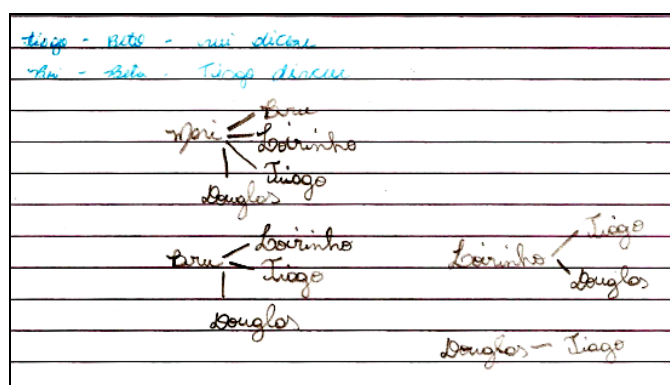


Figura 3: Anotações Grupo 3

Embora conversando bastante entre si, resolveram corretamente. Escolheram seis nomes e fizeram todas as possibilidades.

Segunda Questão: Hélio faz parte de uma equipe de treino de seis pessoas. Eles reservaram o número máximo de mesas que podem ser utilizados simultaneamente pela sua equipe. Se todos jogarem entre si uma vez, quantas mesas eles utilizarão? Quantas partidas serão disputadas ao todo? Quantas rodadas serão necessárias? Anote suas respostas na tabela abaixo.

Número de mesas:	
------------------	--

Número de partidas:	
Número de rodadas:	

Os grupos acertaram o número de mesas. Considerando que o número de mesas é o número de participantes dividido por dois. Assim fizeram $6/2 = 3$ mesas.

Grupo 1

O grupo 1 solicitou ajuda aos PIBIDIANOS⁴, afirmando estarem confundindo rodada e partida. Então, foi explicada reservadamente para as alunas. Com isto, uma das integrantes da dupla se entusiasmou bastante, chegando a alguns resultados referentes ao número de partidas:

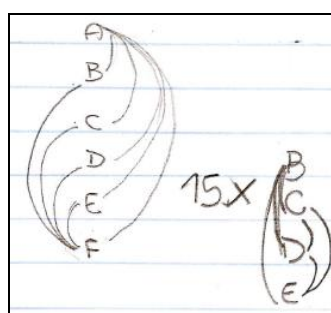


Figura 4: Anotações Grupo 1

Observamos que as alunas nomearam os jogadores e testaram as possibilidades de um jogador jogar somente uma partida com o outro.

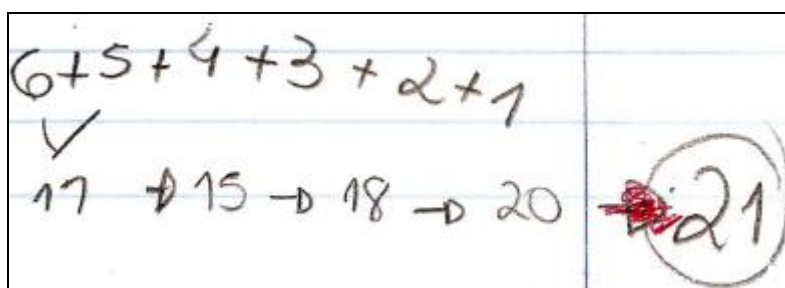


Figura 5: Anotações Grupo 1

No entanto, as alunas erraram, pois consideraram que o mesmo jogador jogava contra ele mesmo e assim o número de partidas deu a mais. Além disso, para tentar chegar ao número de partidas fizeram $6*2=12$ considerando que eram dois jogadores por mesa e ao todo eram seis jogadores.

Grupo 2

A seguir é apresentada as respostas da segunda questão dada pelo grupo 2 referente ao número de partidas:

⁴ Termo criado e utilizado por nosso grupo de trabalho (PIBID – Matemática – Unespar/Fecilcam) para designar cada integrante do programa PIBID de nossa instituição.

6 pessoas

1	2	1	2	2	1
3	4	1	3	2	3
5	6	1	4	2	4
		1	5	2	5
		1	6	2	6

3	1	4	1	5	1	6	1
3	2	4	2	5	2	6	2
3	4	4	3	5	3	6	3
3	5	4	5	5	4	6	4
3	6	4	6	5	6	6	5

Figura 6: Anotações Grupo 2

Foi possível observar que os alunos apresentaram uma resposta correta, sendo seis jogadores. Consideraram que um jogador jogará com os outros cinco jogadores e depois desconsideraram as partidas repetidas.

Grupo 3

O Grupo 3 respondeu certo o número de partidas, no qual nomearam os seis jogadores e fizeram as possibilidades de um jogar contra o outro. Conforme fizeram na primeira questão.

Terceira Questão: *Dezesseis pessoas participam do torneio de tênis de mesa de um clube. O clube possui mesas disponíveis suficientes. Determine o número mínimo de rodadas se todos os concorrentes jogarem uns contra os outros uma vez.*

Grupo 1

A seguir é apresentada a resposta da terceira questão dada pelo Grupo 1 referente ao número de rodadas:

$$6 \cdot 3 = 18$$

Figura 7: Anotações Grupo 1

Para encontrar o número de rodadas o grupo fez o número de jogadores vezes o número de mesas. Logo, erraram o número de rodadas.

Grupo 2

$$\frac{15 \cdot 3}{5}$$

Figura 8: Anotações Grupo 2

O grupo 2 dividiu o número de partidas pelo número de mesas, chegando ao número do rodadas.

Grupo 3

Fez exatamente igual ao grupo 2. E não entregou o papel que relatou a resposta. No entanto, os grupos acertaram o número de mesas. Considerando que o número de mesas é o número de participantes dividido por dois. Assim, fizeram $16/2=8$ mesas.

Grupo 1

The image shows handwritten mathematical work on lined paper. At the top, the combination formula is written as $C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$. Below this, the formula is applied to $C_{16,2} = \frac{16!}{2!(16-2)!}$. The next line shows the calculation: $C_{16,2} = \frac{16!}{2!14!} \rightarrow \frac{16 \cdot 15 \cdot 14!}{2!14!} \rightarrow \frac{240}{2} = 120$. The number 120 has a small '8' written next to it. In the bottom right corner, the number 15 is circled.

Figura 9: Anotações Grupo 1

O grupo 1 utilizando a fórmula de *combinação* chegaram ao número de partidas, que foi dividido pelo número de mesas, resultando no número de rodadas.

Grupo 2

Tal grupo acertou a resposta, mas não colocaram no papel para entregar, todavia responderam da seguinte forma: *Sendo 16 jogadores e cada um jogará 15 partidas, logo fizeram $16 \cdot 15 = 240 / 2$ para desconsiderar as partidas repetidas, chegando a 120 partidas, no qual foi dividida pelo número de mesas ($120 / 8 = 15$) encontrando o número de rodadas.*

Grupo 3

Fez o mesmo procedimento do grupo 1 e não entregou o papel que relatou a resposta, pois queriam guardar para estudar futuramente.

4. Considerações Finais

A dinâmica de Resolução de Problemas, sem dúvida, é algo que produz diversos resultados e tais resultados nem sempre são os mesmos. Tal experiência, por exemplo, nos forneceu indícios de que tal metodologia pode contribuir de forma significativa, tanto para o ensino como para a aprendizagem da matemática aos alunos. Ressalta-se que os alunos

obtiveram uma aprendizagem que estava além dos conteúdos escolares, aprenderam a conviver socialmente ajudando ao outro. O senso crítico também apareceu, pois os alunos puderam utilizar sua opinião no momento da resolução independentemente do senso comum e puderam perceber que o mesmo poderia ou não estar errado.

Pudemos perceber também, alguns alunos que mesmo já sendo familiarizados com estes tipos de problema, ainda se sentiram inseguros com relação aos resultados obtidos por eles, havendo assim, muitas solicitações de intervenções dos pibidianos. Porém, aos que eram leigos quanto a esse tipo de resolução, adoraram este novo método, alegando ser um método que permitia o trabalho com a matemática de uma maneira livre e espontânea, além do que tornava a mais agradável.

Com isto, concluímos que, este tipo de dinâmica possibilita que a Matemática de sala de aula seja algo mais cativadora, por permitir ser trabalhada de uma maneira livre sem procedimentos como nos problemas convencionais.

5. Agradecimentos

O nosso agradecimento se estende ao órgão de fomento nacional, CAPES⁵, que nos fornece o subsídio para participar do PIBID, no qual podemos realizar estes tipos de experiências em sala de aula, utilizando metodologias alternativas.

6. Referências

BRANCA, N. A. Resolução de problemas como meta, processo e habilidade básica. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. **A Resolução de Problemas na Matemática Escolar**. São Paulo: Atual, 1997, pp. 4-12.

INEP. **O que é o Pisa**. Disponível em:
<http://portal.inep.gov.br/c/journal/view_article_content?groupId=10157&articleId=15467&version=1.0> Acesso em: 02 de fev. de 2013.

SCHOENFELD, A. H. Heurísticas na sala de aula. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. **A Resolução de Problemas na Matemática Escolar**. São Paulo: Atual, 1997, pp. 13-31.

SUYDAM.; REYS, R. E. **A Resolução de Problemas na Matemática Escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

⁵ Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.