RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UM MÉTODO ALTERNATIVO PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Bruno Moreno Francisco
Universidade Estadual do Paraná/FECILCAM
brunomorenofrancisco@hotmail.com

Daniela Miray Igarashi
Universidade Estadual do Paraná/FECILCAM
miray_dami@hotmail.com

Lucimara dos Santos
Universidade Estadual do Paraná/FECILCAM
lusymara_92@hotmail.com

Tamires Vieira Calado
Universidade Estadual do Paraná/FECILCAM
tamirescalado@hotmail.com

Willian Beline - OR
Universidade Estadual do Paraná/FECILCAM
wbeline@gmail.com

Resumo:
Prevalecendo-se do *Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – Pibid*, o presente relato aponta os resultados de um trabalho via Resolução de Problemas no ensino de Matemática no sexto ano do Ensino Fundamental. Para essa experiência fez-se uso do problema *Prova de Ciências*, retirado dos itens liberados de Matemática do *PISA*[1]. A propósito da Resolução de Problemas, a tarefa, cujo caráter é investigativo, exigiu dos alunos o trabalho em grupo, assim como a discussão, leitura e interpretação, além do conhecimento de conteúdos matemáticos básicos nela envolvida. Para excelência do método, utilizamos da observação, de narrativas escritas e da produção escrita dos alunos como recursos de coleta e análise dos resultados. Embora afrontassem dificuldades, pudemos observar que a alternativa de ensino, despertou curiosidade e interesse nos alunos, tornando-a assim, uma ferramenta útil, sobretudo desafiadora para a aprendizagem.

Palavras-chave: Ensino Fundamental; *PISA*; Resolução de Problemas.

1. Introdução

A Resolução de Problemas constitui uma alternativa pedagógica que sustenta o universo disciplinar da Matemática. O recurso à ferramenta *Resolução de Problemas* indica que o problema é ponto de partida para o ensino e aprendizagem da Matemática.

[1] *Programme for International Student Assessment* – (Programa Internacional de Avaliação de Alunos).

Delineia-se aqui uma perspectiva na qual a investigação, interpretação, questionamento, análise de situações, ilustração de resultados, tentativa e erro, relação e construção de conceitos, dinamismo, o exercício a autonomia, trabalho em equipe e, sobretudo, a orientação para a aprendizagem tomam foco do processo de ensino da Matemática.

No sentido comum da expressão, a Resolução de Problemas permite ao aluno explorar a Matemática, pois o professor o conduz a pensar, a conjecturar ideias e a reconhecer que não há apenas uma maneira de resolver certo problema.

Ao tomarmos Resolução de Problemas no processo de ensino da Matemática, busca-se um veículo eficiente, diferente e, principalmente, motivador para a aprendizagem matemática. O *National Council of Teachers of Mathematics*[2] (NCTM, 2000) afirma que Resolução de Problemas não é só um objetivo da aprendizagem matemática, mas, também, um meio importante para se fazer Matemática. Cabe aqui notar que durante dez anos essa abordagem tem sido uma das mais importantes na área de Educação Matemática.

Diante disso, este trabalho tem como objetivo descrever a aplicação de uma tarefa desenvolvida com alunos do sexto ano do Ensino Fundamental no município de Campo Mourão - PR, conforme o planejamento das atividades do programa de iniciação a docência. Decidiu-se por aplicar a tarefa no período adjacente à aula do professor regente no decorrer de duas aulas, intento a aproximarmo-nos pouco a pouco do espaço escolar. A tarefa consiste do problema *Prova de Ciências* do PISA, antes discutida, analisada e resolvida.

Espera-se que o ensino da Matemática via Resolução de Problemas contribua na interiorização e a representatividade dos conteúdos trabalhados de forma estimulante e interativa a fim de enfrentar a aprendizagem como um “problema” para o qual se tem que encontrar respostas.

2. A Resolução de Problemas como prática de ensino da Matemática

A importância dada a Resolução de Problemas é recente. O ensino de Resolução de Problemas, enquanto campo de pesquisa em Educação Matemática começou a ser explorado de forma sistemática sob a influência de Polya, nos Estados Unidos, na década

[2] Conselho Nacional de Professores de Matemática – ocorreu nos anos 80, onde se reuniram professores de Matemática nos Estados Unidos, com o intuito de discutir a reformulação do currículo básico de Matemática.

de 60 e, pouco a pouco se tornou uma prática metodológica comum em sala de aula. (ONUCHIC, 1999, p. 203).

No que diz respeito a resolver problemas, discute-se de antemão, a natureza ampla do seu significado: sejam matemáticos, rotineiros, como o trabalho, o relacionamento, o atém a fazer compras, discussão de salário, etc., isto é, acaba por admitir múltiplos sentidos e interpretações.

Para uso da palavra problema, Van de Walle (2001) a define como qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não têm métodos ou regras prescritas ou memorizadas e nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta. Por outro lado, Onuchic (1999, p. 215) diz que problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver. Podemos pensar ainda como "uma situação que o indivíduo ou grupo quer ou precisa resolver e para qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução" (LESTER, 1982, *apud* DANTE, 2010, p.12). Nesse sentido, resolver problemas:

> [...] pode significar diferentes coisas para diferentes pessoas ao mesmo tempo e diferentes ocasiões. As três interpretações mais comuns de resolução de problemas são: 1) como uma meta, 2) como um processo e 3) como uma habilidade básica (BRANCA, 1997, p. 4).

Seguindo as interpretações propostas, temos como a *meta*, utilizar-se da Resolução de Problemas para aprender a resolver problemas. Como *processo*, emprega-se habitualmente a sinonímia de artifícios: os métodos, procedimentos, estratégias e as heurísticas utilizadas pelo aluno para o alcance da resposta. Esta última é o conjunto de métodos que apontam a descoberta de resoluções, isto é, outra estratégia que ajuda os alunos a entender um problema e a dirigir eficientemente seus recursos para resolvê-lo (SCHOENFELD, 1997, p. 13). Ao tratar heuristicamente a expressão Resolução de Problemas partimo-nos para um ambiente de interrogações, conjecturas, de decisões incertas e questionáveis, da qual pode estimular o aluno a perceber suas habilidades e compreensão de novos conceitos, antes ignorados. Pretende-se apontar as "deixas" como problema; buscar contradições e novamente, questionar os alunos, não sendo o professor o responsável pela resolução do problema.

Por fim, resolução de problemas como *habilidade básica*, prende-se a um duelo de interpretação que consiste em analisar aquilo que o aluno sabe, contrai logo que se passam os anos de experiência educacional com as especificidades do problema a ser resolvido.

Por muito, nesses entremeios das interpretações, considera-se concomitantemente a meta e o processo como principal para o estudo da Matemática e de aplicação do conhecimento.

Nesse cenário, adotamos a concepção de Resolução de Problemas como *processo*, no qual a aprendizagem matemática ocorre quando se resolve problemas.

2.1 A Resolução de Problemas e os aspectos significativos de sua abordagem em sala de aula

Aprender a resolver problemas é a razão básica para se estudar Matemática (BURIASCO, 2005, p. 4; NCTM, 1977). Tão logo, ensinar Matemática por meio de Resolução de Problemas é uma abordagem sólida, ao passo que conceitos e habilidades matemáticos são aprendidos (NCTM, 1989; BRASIL, 1999). Como diz Butts (1997, p.48) "Estudar matemática é resolver problemas. Consequentemente cabe aos professores de Matemática, em todos os níveis, ensinar a arte de resolver problemas".

O problema, dentre suas acepções, corrobora na construção do conhecimento. Isso é claro, far-se-á através de sua resolução. Professor e alunos, juntos, desenvolvem esse trabalho, e a aprendizagem realiza-se de modo cooperativo e colaborativo em sala de aula (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005, 2009).

Embora façamos uma literatura da Resolução de Problemas, é encargo dos professores analisar em sua totalidade os problemas a serem propostos aos alunos, uma vez que se torna imprescindível formulá-lo adequadamente, isto é, de maneira desafiadora e exploratória.

> [...] assim como na "arte" é preciso formular um problema com a criatividade de um artista para que o resolvedor potencial 1) seja motivado a resolver problema; 2) entenda e retenha o conceito envolvido na solução do problema; 3) aprenda alguma coisa sobre a arte de resolver problemas (BUTTS, 2000, p. 43).

Não há formas rígidas para colocar em prática essa metodologia. ONUCHIC (1999) esquematiza uma aula na qual a propõe organizar as atividades seguindo as etapas: *1)* Formar grupos e entregar uma atividade; *2)* O professor observa, organiza, consulta, media, intervém, controla e incentiva a aprendizagem. Ainda, lança questões desafiadoras, leva os alunos a pensar, acompanha suas explorações e resolve, quando necessário, problemas secundários; *3)* Colocar os resultados na lousa: professor e/ou aluno anota resultados obtidos ora certos ora errados e aqueles feitos por diferentes caminhos; *4)* Convidar os alunos, de todos os grupos, para uma assembleia plena – a plenária; *5)* Análise dos resultados: discutir as dificuldades encontradas pelos alunos, bem como o seu processo de exploração. Ao mesmo tempo, busca-se um consenso sobre o resultado pretendido e *6)* Formalização: são colocadas as devidas definições, identificar as propriedades e feitas as demonstrações.

3. Introdução à tarefa: o problema da Média

Participaram da tarefa dezoito alunos do 6º ano, de idades que variavam de 11 a 15 anos. Isto é, a turma exibia traços característicos e determinísticos do Ensino Fundamental.

Para inicio da tarefa, dividimos a classe em seis grupos, com três integrantes cada e, escolhidos aleatoriamente por meio de fichas, das quais exibiam um símbolo matemático: $\sqrt{x},\ \infty,\ \neq, \%, x^2\ e\ \pi$. Além de nomearem as esquipes, tal escolha buscava apresentar os símbolos utilizados eventualmente nas aulas de Matemática e, desde então, torná-las familiarizados quanto a novas linguagens matemáticas.

Nesse sentido, para a descrição dos resultados, identificamos cada aluno da turma pelas letras A, B e C do alfabeto seguido do símbolo da equipe, sendo a primeira escolhida aleatoriamente. Assim, o aluno $A\%$ é um dos membros da Equipe $\%$ e seus complementares são $B\%\ e\ C\%$, por exemplo.

A propósito das atividades do *Pibid*, a tarefa[3] a seguir foi proposta aos alunos:

Provas de Ciências
Na escola de Marli, o professor de ciências aplica provas que valem 100 pontos. Marli obteve uma média de 60 pontos nas primeiras quatro provas de ciências. Na quinta prova, ela conseguiu 80 pontos. Qual é a média de Marli em ciências após as cinco provas?

3.1 Relatos da experiência

Face ao problema, pudemos observar o seu caráter ambíguo, quando um aluno hesita: "*mas é aula de Ciências ou Matemática?*". Isso acaso é resultado de uma série de situações criadas e desdobradas em sala de aula e provocado pelo Contrato Didático[4].

[3] Adaptada dos itens liberados de Matemática do *PISA*.
[4] É definido por Guy Brousseau (1982) como o conjunto de relações reciprocas e estabelecidas entre o professor, os alunos e o conhecimento. São as expectativas do professor em relação aos alunos e destes em

Sem demora, houve a recusa dos alunos ao tentar resolvê-lo, visto que não entenderam o problema, tampouco de quais operações deveriam fazer. Utilizava-se de todos os dados do problema, fazendo deles operações inatendíveis e conjecturando ideias intransitáveis a ele. Por conclusões precipitadas, segue a resolução do aluno B$\sqrt{x}$:

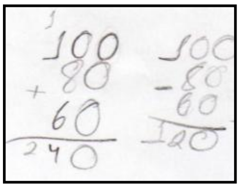

Figura 1 – Produção escrita do aluno.

Igualmente, apresentou o aluno C∞:

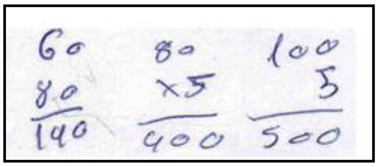

Figura 2 – Produção escrita do aluno

Neste caso, torna-se visível a dificuldade de compreensão do problema e o desejo de valer-se de todos os dados num único cálculo. Por equívoco, 100 é apenas o valor das provas e é utilizada para informar tão somente tal valor e, portanto, não há necessidade de envolvê-la em nenhum cálculo. Assim esperávamos.

Na tentativa de auxiliá-los, nós e, coincidentemente a professora regente, até então licenciada em Matemática, intervimos no processo de resolução do problema. Para isso, investigamos a turma como achavam a média anual das notas. Descobrimos, por conseguinte, que alguns calculavam somando todas as notas bimestrais, observando se a soma total alcançava 240. Depois, o próximo passo, seria dividi-la por 4, e verificar se o resultado – a média –, foi maior ou igual a 60. Isto, por sua vez, seria útil como um exemplo do qual os alunos estariam habituados, mas eles não o faziam. Para tanto, sentiu-se a necessidade de exemplificar o cálculo da média. Nesse intuito, pedimos para alguém nos prover as notas de uma disciplina qualquer daquele ano. Espontaneamente, uma aluna da equipe π colabora com as notas da disciplina de História:

1º Bim.	2º Bim.	3º Bim.	4º Bim.

relação ao professor, incluindo-se, nessa relação, o saber e as formas como esse saber é tratado por ambas às partes.

98	100	100	95

Tabela 1 – Notas bimestrais da disciplina de História

Destacamos que a aluna desconhecia a nota do último bimestre, fazendo-se necessário indicarmos alguma nota para o cálculo. Assim sendo, somaram as quatro notas, $98 + 100 + 100 + 95 = 393$ depois, dividiram o resultado por 4, ao passo que foram avaliados quatro bimestres, obtendo a média $98,25$ em História. Ao mesmo tempo os interrogamos:

– *O que significa esse* $98,25$?

Seguidamente e talvez por arrisque, responderam:

– *A média.*

Nessa abordagem, procuramos mostrar a turma que a média pode ser calculada com a quantidade de dados que desejarmos, neste caso, quatro. Hesitamos a resposta da turma e fizemos outro questionamento:

– *E se houvesse um 5º Bimestre, teríamos que dividir por quanto?*

– *Cinco.*

Ainda que compreendessem isso, surgiam erros do tipo:

– *Média significa metade.*

Nesse processo, demos importância ao fato de que a média de certos números não os representa fielmente. Embora a média anual da aluna fosse 98,25, nenhuma nota bimestral foi igual à média.

Dado certo tempo, os alunos começaram a pensar, de fato, em estratégias adequadas para a resolução da tarefa. Observamos que as operações desnecessárias diminuíram; existiu a preocupação com as notas de Marli e tomaram conta de que elas não são dadas no problema. Esse raciocínio foi seguido pelos alunos. No entanto, não encontrando todas as notas, o aluno C$\sqrt{x}$ fez o seguinte cálculo:

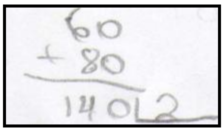

Figura 3 – Produção escrita do aluno

Neste momento, abeiramo-nos numa das discussões que o problema propõe. Enquanto 60 é a média das quatro primeiras provas de Marli, 80 é a nota da última prova que ela fez. Sem se ater a essa diferença, o cálculo realizado por C$\sqrt{x}$ parece correto, embora os alunos não compreendessem a diferença entre a média, 60, e a nota 80. Fizeram-se necessárias intervenções individuais no processo de Resolução de Problemas.

Quando se percebe a sutil diferença entre ambos os dados do problema é entendível que não se pode calcular a média entre 60 (média) e 80 (nota). Quer dizer, deve-se calcular a média das notas de provas sob as notas de prova. Para o aluno C$\sqrt{x}$, a última nota e a média das quatro primeiras, aparentemente não apresentam nenhum problema ao serem submetidas ao algoritmo da média aritmética. Mesmo que a diferença entre ambas seja a solução para este problema, ela não consegue justificar claramente para o aluno que seu cálculo está incorreto.

Contrário ao exemplo da *tabela 1,* o problema não fornece as notas e sim, a média. Entende-se que 60 “condensa” quatro notas em um único valor. Assim, os alunos notaram que Marli havia feito cinco provas e necessitariam, portanto, de cinco notas para calcular sua média e, como tal equivaleu-se a 60 nas quatro primeiras provas, os alunos ajuizaram que poderiam ser quaisquer notas desde que somassem 240. Também concluíram que, se todas as notas fossem 60, ao calcular a média destas, obteriam evidentemente 60.

4. Resultados e discussão: a plenária

Seguindo as etapas de Resolução de Problemas, convidamos os alunos para transcreverem suas resoluções na lousa e explicarem o processo nela utilizado. Em princípio, alguns alunos se intimidaram. Por outro lado, a maioria ansiou em mostrar a solução escrita. Baseados nas ideias da seção anterior, o aluno Cπ apresentou sua resolução para a turma:

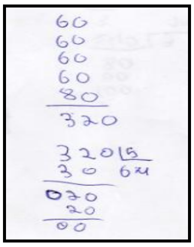

Figura 4 – Resultado final do problema

Em totalidade, as equipes conseguiram apresentar os mesmos resultados acima, apesar de algumas transcreveram a resolução do grupo ao lado.

Para fins de diagnóstico, uma última tarefa foi proposta: *calcular a média das idades dos alunos da turma*. Para encaminhamento da atividade, íamos descrevendo as idades na lousa à medida que os alunos as contavam, resultando 216 sua somatória. Depois realizaram o seguinte cálculo: $216 \div 18 = 12$. Não obstante, houve conflito na turma em razão da quantidade de alunos presentes naquela aula.

Pelo fato de a média aritmética possuir um algoritmo de solução simples, os alunos em sua maioria acreditam que saber utilizá-lo é o bastante. Todavia, por meio dessa atividade, tínhamos em vista indicar aos alunos o que uma média, de fato, pode significar. Neste caso, concluímos que a média das idades desta turma é de 12 anos. Então, ressaltamos que se alguém perguntasse no geral, a idade do sexto ano daquele colégio, eles poderiam dizer 12 anos, independente se a maioria dos alunos tivesse 11, por exemplo, visto como poderia ter alunos de idade mais velha, logo, a idade da turma, seria diferente.

5. Considerações Finais

Ao realizarmos uma tarefa por meio da Resolução de Problemas, constatamos que a partir do estudo e resolução de um problema simples, como o proposto, é possível explorar no aluno o exercício a autonomia, permitindo-o se ver como alguém capaz de raciocinar por si mesmo e de buscar descobrir soluções alternativas.

O trabalho em grupo, a organização de ideias, o entusiasmo com o aprendizado da Matemática, também são resultados favoráveis dessa prática metodológica. Sem dúvida, o processo de Resolução de Problemas assume uma experiência motivadora, sobretudo, desafiadora tanto para o professor quanto para o aluno, ainda que transite algumas dificuldades e resistências durante o processo de ensino e aprendizagem. Basta então, que o professor esteja preparado para utilizar dessa ferramenta e ser o veículo que conduz os alunos nessa tarefa.

6. Agradecimentos

A Capes, por fomentar a iniciação à docência de estudantes das Instituições Públicas de Educação Superior – o *Pibid*; a Unespar/Fecilcam e o colégio, por subsidiar o desenvolvimento do trabalho, estendendo-se ainda ao coordenador do subprojeto de

Matemática desse Programa, que muito corrobora na construção e aperfeiçoamento pessoal e profissional.

7. Referências

BRANCA, N. A. Resolução de problemas como meta, processo e habilidade básica. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. **A Resolução de Problemas na Matemática Escolar**. São Paulo: Atual, 1997. P. 4-12.

BRASIL. MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática – Ensino médio (1999). Brasília, DF.

BURIASCO. R. L. C. de. **Seminário de Resolução de Problemas** - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005. p.4.

BUTTS, Thomas. *Formulando Problemas Adequadamente*. In: KRULIK, S.; REYS, R.E. **A Resolução de Problemas na Matemática Escolar.** São Paulo: Atual, 1997, p.32-48.
KRULIK, S.; REYS, R. (Org.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. 1. Ed. São Paulo, Ática, 2010.

NATIONAL Council of Teachers of Mathematics. **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics**. Reston, V. A.: NCTM, 1989.

_____. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, V. A.: NCTM, 2000.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In:* BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999. (pp. 199-218).

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. *In:* BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2005. (pp. 213-231).

_____. Trabalhando volume de cilindros através da resolução de problemas. **Educação Matemática em Revista** – RS, v.10, n. 1, p. 95-103, 2009.

POLYA, George. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. In: KRULIK, Stephen & REYS, Robert.(orgs) **A Resolução de Problemas na Matemática Escolar.** São Paulo: Atual, 1997, 1-12p.

SCHOENFELD, Alan. H. *Heurística na sala de aula*. In: KRULIK, S.; REYS, R.E. **A Resolução de Problemas na Matemática Escolar.** São Paulo: Atual, 1997, p.13-31.

VAN DE WALLE, J. A. **Elementary and Middle School Mathematics**. New York: Longman, ed.4, 2001. 478p.