

A (RE) SIGNIFICAÇÃO DA PRÁTICA DOCENTE NOS ANOS INICIAIS POR MEIO DO ÁBACO

João Batista Rodrigues da Silva
Instituto Federal de Ensino, Ciência e Tecnologia da Bahia
rodriz38@hotmail.com

José Roberto Costa Júnior
Universidade Estadual da Paraíba
mathemajr@yahoo.com.br

Resumo:

Buscamos neste trabalho apresentar um fragmento de um estudo realizado no mestrado com professoras dos anos iniciais da Educação Básica. Nele apresentamos o desenvolvimento de um estudo realizado com algumas professoras que lecionam nos anos iniciais em escolas municipais, na cidade de Cabrobó - PE. As pretensões do estudo, num primeiro momento era propor as professoras a resolver as operações de adição e subtração com (re) agrupamento fazendo uso do ábaco e num segundo momento resolver as mesmas operações utilizando a abstração matemática, por meio das operações convencionais. Num aspecto metodológico, nos respaldamos na pesquisa-ação diante da preocupação em conhecer a lacuna no processo de ensino das operações convencionais pelas professoras para em seguida fazer uma intervenção, a partir de um minicurso. Também, fizemos uso da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1996) para elaborar e aplicar a sequência didática. Na realização do minicurso, que foi uma etapa decisiva para coleta de dados e validação da pesquisa, podemos constatar que as professoras dos anos iniciais carecem de uma formação continuada que contribui com a (res) significação dos conceitos e procedimentos de resolução de alguns conteúdos matemáticos, como também, um ensino mediado por uma sequência didática, gradativamente conduz o aluno a compreensão dos conteúdos matemáticos em estudo.

Palavras-chave: Formação de Professores; Operações Convencionais; Sequência Didática.

1. Introdução

Apesar das operações de adição e subtração parecerem conteúdos bastante elementares tanto para o professor quanto para o aluno, diversos estudos em Educação Matemática, como os de Nunes et al (2005), Dambros (2006), Kamii e Declark (1994), têm mostrado a existência de dificuldades no ensino e na aprendizagem desses conteúdos. Tal fato contribui para o desencadeamento de novas dificuldades na aprendizagem de outros conteúdos matemáticos, por isso, autores como Nunes et al (2005) e Mendes (2009) afirmam que o professor que ensina matemática precisa fazer da sala de aula um espaço de investigação, onde a forma de ensinar e de aprender seja percebida, analisada e redirecionada quando necessário.

É importante nesta trajetória que sejam utilizados tanto o material concreto quanto o informático como subsídio para o ensino e aprendizagem devido contribuir de forma visual e manipulativa na atribuição de significado as técnicas operatórias de adição e subtração com (re) agrupamento. Além disso, esses materiais podem colaborar com o ensino de outros conteúdos matemáticos.

Deste modo, o ábaco enquanto instrumento de contagem utilizado por diversas civilizações para realizar cálculos, tem nos motivado a desenvolver os mesmos procedimentos para resolver as operações convencionais. Esta ação tem sido alvo de nossa investigação, pois o ábaco manipulativo e informático pode colaborar com a mobilização das operações convencionais de adição e subtração com (re) agrupamento por meio de uma sequência didática aplicada em formação continuada.

Neste contexto, elaboramos a sequência didática respaldada na Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Brousseau (1996) e nos polos da comunicação de Lévy (1993), a dar significado aos procedimentos de resolução da adição e subtração com (re) agrupamento.

Utilizamos além das atividades para coleta de dados, por meio de um minicurso, uma ficha de observação e gravação em vídeo e registro em fotografias.

2. Fundamentação Teórica

Trabalhos como os de Kamii e Declark (1994), que mencionam o uso de *técnica* ao ensinar as operações convencionais podem ser levados em consideração desde que o aluno seja o construtor deste procedimento, pelo fato de que é mais fácil a utilização de um procedimento agregado a si próprio do que algo externo a ser imposto.

Por meio das pesquisas supracitadas, podemos constatar que, nem tudo o que se planeja ensinar causa efeito em quem quer aprender. Tal fato leva ao professor buscar outros procedimentos para tentar ensinar o conteúdo ao aluno.

Também, Dambros (2006) afirma que diferentes maneiras como os professores ensinam o sistema de numeração decimal, antes de ter existido a compreensão desse sistema por eles, desencadeiam outras lacunas na vida escolar do aluno. Isso ocorre ao observar a prática de algumas professoras, no qual um número significativo delas, não utiliza uma linguagem adequada. Logo, a pesquisadora ao observar a aula de uma professora, percebeu que ela explicava o conteúdo somente apontando para a atividade, sem explicar os procedimentos aplicados na sua resolução.

Zunino (1995) apresenta o relato de uma professora que diz nunca ficar satisfeita quando ensina como resolver operações utilizando a dezena, porque os alunos não entendem o que a professora explica. Outra professora assinala que tem problema ao ensinar *adição com transporte*¹, porém não sabe a origem dessa dificuldade. Logo, a autora menciona que a divisão é vista como sendo difícil pelos alunos e professores de terceira e quinta séries, e aponta também que os alunos têm dificuldades quanto à subtração, assim, o conhecimento prévio da subtração precisa ser usado na divisão.

Contudo, Nunes et. al (2005) propõe uma maneira de abordar os conteúdos de adição e subtração com (re) agrupamento, por meio da investigação em sala de aula, e, a partir de evidências avaliar a compreensão numérica dos alunos. Para isso acontecer é necessário que o professor conheça o conteúdo ensinado e promova estratégias de ensino a partir das dificuldades observadas.

Também, Mendes (2009) sugere o uso do material concreto pelo professor como uma maneira de conceber o ensino da Matemática destacando que ao utilizá-lo é necessário elaborar atividades do conteúdo matemático ensinado a partir do material.

O autor ressalta que, o material concreto não deveria ser usado em alguns momentos da aula a fim de passar tempo, mas pela convicção de sua importância. Neste contexto, a dinâmica de uso do material conduz o aluno a desenvolver o senso investigativo, possibilitando a elaboração de conjecturas.

Nesta mesma linha de pensamento, Ifrah (1992) menciona a necessidade de contar e ao mesmo tempo apresenta os instrumentos de contagem utilizados por diversas civilizações, enfatizando a importância do ábaco para a contagem, tanto para representar os números, quanto para resolver as operações convencionais. Neste sentido, Duarte (1989) se apropria das mesmas concepções e aborda a importância do ábaco manipulativo para a compreensão do sistema de numeração decimal e das operações convencionais, como proposta para o ensino de adultos.

Com base nas pesquisas, inferimos que dificuldades de ensino e aprendizagem das operações convencionais corroboram com nosso interesse por essa área de investigação, visto que, os problemas mencionados podem ocasionar outros em detrimento à limitação de situações de ensino que deem significado as técnicas operatórias.

¹ Termo usado por alguns alunos e professores quando há necessidade do (re) agrupamento na adição.

Em meio às dificuldades na aprendizagem dos alunos e dos procedimentos metodológicos adotados pelos professores, Brasil (1997), aponta que os Parâmetros Curriculares de Matemática para as séries/anos iniciais, surgem com o intuito de subsidiar o professor, (re) significando a prática docente em consonância com os conteúdos de matemática selecionados para esta modalidade de ensino. Além de considerar as dificuldades de aprendizagem dos alunos e as dificuldades de ensino do professor.

Pensamos que o professor deve estar atento às maneiras de como o aluno apreende, considerando o processo de ensino fator preponderante para que ele adquira essa autonomia no processo de aprendizagem e mobilize os conceitos matemáticos referentes às operações convencionais.

3. Metodologia da Pesquisa

Utilizamos como metodologia a pesquisa-ação estratégica, abordada por Franco (2005). Essa metodologia permite traçar os procedimentos metodológicos que colaboram com a coleta de dados do experimento.

3.1 Pesquisa-Ação como metodologia de pesquisa e procedimentos

De acordo com Franco (2005), a metodologia de pesquisa em educação deve ser entendida como uma conjuntura organizada cientificamente, que traça toda a trajetória da pesquisa, relacionando-a as ações na perspectiva do surgimento de novos conhecimentos por intermédio do pesquisador com o campo investigado.

Dick (2003) apresenta a pesquisa-ação como um trabalho científico que permeia a ação e a pesquisa. A ação, como meio de ocasionar mudanças em um determinado contexto e a pesquisa, para que o pesquisador esteja ciente do problema a ser investigado e a atitude a ser tomada.

Pensamos que esta metodologia de pesquisa seja a mais adequada porque temos intenção de intervir na realidade profissional de três professoras que lecionam o quinto ano/quarta série em escolas públicas municipais, da cidade de Cabrobó - PE, para discutir o procedimento de resolução das operações de adição e subtração com (re) agrupamento mediada pelo ábaco manipulativo e/ou informático. O minicurso ocorreu em 03 encontros de 05 horas.

Esse fato nos permite justificar, a escolha da Teoria das Situações Didáticas no estudo e da pesquisa-ação como metodologia, visto que ambas são coerentes tanto para a elaboração das sequências didáticas quanto para análise do experimento.

Alves (1991) menciona que numa investigação focalizada, se faz necessário à coleta sistemática dos dados podendo recorrer ao uso dos instrumentos auxiliares. Por essa razão, utilizamos como dispositivos experimentais: questionários, observações, gravação em vídeo e registro fotográfico.

3. Dados e Resultados

Organizamos a sequência didática em blocos para melhor direcionarmos as ações da pesquisa. O *bloco I* está composto por atividades de construção do ábaco, onde são exploradas as noções do sistema de numeração decimal. As atividades deste bloco são para apreciação do professor, seguidas de parecer, referente à sua aplicação em sala de aula. O *bloco II* está composto por atividades referentes às operações de adição e subtração por intermédio do uso do ábaco manipulativo e/ou informático e de papel e, em alguns momentos, sem o auxílio do ábaco. A sequência didática foi composta das atividades a seguir:

Tabela 1: Blocos de atividades da sequência didática

Bloco	Atividades
I	Construção do ábaco manipulativo
	Representação do ábaco no papel desenhado
	Explorando a adição e subtração com (re) agrupamento no ábaco de papel desenhado
	Explorando o ábaco informático
II	Adição e subtração com (re) agrupamento utilizando o ábaco manipulativo e informático
	Adição com (re) agrupamento utilizando as operações convencionais
	Subtração com (re) agrupamento utilizando as operações convencionais

Uma vez organizada a sequência didática, oferecemos um minicurso para as professoras do 5º ano que lecionavam em duas escolas da cidade de Cabrobó. A escolha dessas professoras se deu diante da disponibilidade de tempo. Logo, na realização do minicurso houve produção de material (ábaco) proposto no bloco para que as demais atividades fossem discutidas a partir dele. Então, apresentamos neste trabalho uma atividade do bloco II em virtude de contemplar os objetivos deste estudo.

A atividade I: Adição e subtração com (re) agrupamento utilizando o ábaco manipulativo, informático e a operação convencional ocorreu no dia 15 de dezembro de 2010, na escola municipal Antonia Caldas Brandão com duração de 2h. Segue a atividade I do bloco II. Assim, podemos perceber que, embora tivéssemos discutido as propriedades do sistema de numeração decimal e sua importância para a resolução das operações convencionais, a professora Silvanete, respondeu a atividade utilizando o ábaco manipulativo e/ou informático e a operação convencional, conforme segue:

1. Resolva as adições e subtrações utilizando o ábaco manipulativo, informático e simultaneamente as operações convencionais

Ábaco Manipulativo	Operação Convencional	Ábaco Informático	Operação Convencional
	$\begin{array}{r} 741 \\ - 655 \\ \hline 086 \end{array}$		$\begin{array}{r} 27 \\ + 308 \\ \hline 335 \end{array}$

Figura 1: Resolução de operações pela professora Silvanete

Fonte: Arquivo pessoal

- a) Na subtração, foi realizado o mesmo procedimento do ábaco, porém a representação do ábaco manipulativo é diferente da operação convencional. Logo, o registro do ábaco manipulativo está incorreto porque há excesso de peças apresentadas nas hastes enquanto na operação convencional está correta, porém, não há registro do (re) agrupamento realizado.
- b) Na adição, ocorreu um agrupamento. Na passagem de uma ordem decimal para outra, ou seja, das unidades para as dezenas (onde dez unidades forma uma dezena). Ao mesmo tempo, o modo em que a operação foi armada, nos faz pensar que a professora compreende as propriedades do sistema de numeração decimal.

Enquanto que a professora Tânia realizou a atividade da seguinte maneira:

- i. Na subtração, foram registrados os procedimentos do ábaco manipulativo, porém, a quantidade de peças na realização do (re) agrupamento excedeu. Logo, o resultado apresentado no ábaco manipulativo está incorreto. Na operação convencional, houve o (re)

agrupamento de forma evidente. ii. Na adição foi reconhecido que ao completar dez na ordem das unidades, quer seja no ábaco informático, quer seja na operação convencional ocorre o agrupamento, logo, as dez unidades vão para ordem das dezenas. Assim, as dez unidades constitui uma dezena. Segue as respostas da professora Tânia.

1. Resolva as adições e subtrações utilizando o ábaco manipulativo, informático e simultaneamente as operações convencionais			
Ábaco Manipulativo	Operação Convencional	Ábaco Informático	Operação Convencional
	$\begin{array}{r} 741 \\ - 655 \\ \hline 86 \end{array}$		$\begin{array}{r} 27 \\ + 308 \\ \hline 335 \end{array}$

Figura 2. Solução das operações de adição e subtração pela professora Tânia.
Fonte: Arquivo pessoal

Enquanto a professora Zenilda armou a operação colocando o número de maior quantidade de ordem primeiro e em seguida o número com menor quantidade de ordens. Esse processo de organização colabora para não haver equívoco ao resolver a operação. No entanto é preciso ter consciência de que a colocação de quais quer que sejam as parcelas que sejam escritas, primeiro, não interfere no resultado.

Deste modo, pesquisadores em Educação Matemática, dentre eles, Kamii e Declark (1994), afirmam a existem dificuldades ao resolver as operações convencionais e, estas dificuldades são decorrentes procedimentos operatórios sem compreensão.

Assim, na atividade mencionada anteriormente, em que as professoras Tânia, Silvanete e Zenilda utilizaram o ábaco, manipulativo, informático e a operação convencional percebemos que as professoras não resolveram as operações conforme o registro no ábaco. Então foi necessário o formador intervir mediante o diálogo com as professoras.

Ressaltamos que, para resolver o (item a) $741 - 655$ (ver na figura 2), as professoras se organizaram em grupo. Cada uma tinha um ábaco manipulativo que representava uma parte da subtração, assim: num ábaco representava 741, em outro ábaco 655 e o terceiro ábaco para representar o resultado da operação. A referida atividade foi realizada mediante diálogo entre o formador e as professoras, conforme segue:

Formador: nessa atividade vamos usar a quantidade de ábacos de acordo com a quantidade de termos que possui a operação. Mas, antes de iniciarmos, gostaria que uma

professora realizasse a atividade no ábaco informático, enquanto as duas professoras utilizem o ábaco manipulativo.

Comentário: Após alguns esclarecimentos pelo formador de como funcionava o ábaco informático, uma das professoras se dispôs.

Tânia: eu vou!

Formador: Então, resolva a adição $27 + 308$ no ábaco informático.

Tânia: antes de resolver a adição indicada, representei as quantidades numéricas de cada termo da adição no ábaco informático, logo foi preciso fazer um agrupamento, devido na haste das unidades, está com quinze peças. Então, pego o conjunto de dez peças e formo uma dezena que será representada na haste das dezenas.

Formador: É isso mesmo Tânia!

Tânia: apesar de haver feito a representação da adição no ábaco informático não estou conseguindo retirar as dez peças para fazer o agrupamento.

Formador: Por que Tânia?

Tânia: Quando eu tento retirar a peça, o *software* não permite que ela seja retirada.

Formador: então, podemos perceber que existe limitação neste ábaco informático.

Comentário: Paralelo a esta atividade, as outras professoras Zenilda e Silvanete estavam utilizando o ábaco manipulativo para resolver as operações, mas ficaram atentas para saber como Tânia resolvia a operação no ábaco informático. Então, Silvanete perguntou:

Silvanete: E essa adição que Tânia resolveu vai parar por aí?

Zenilda: Não pode parar desta forma, é preciso encontrar uma maneira de solucioná-la.

Formador: Como? Alguém tem alguma ideia?

Tânia: Tenho não!

Silvanete: Também não!

Zenilda: eu não!

Formador: Se a limitação do ábaco informático na adição $27 + 308$ foi realizar o agrupamento, poderíamos recorrer a outro instrumento para complementar a resposta?

Tânia: Ah tá! Então, da forma que se encontra a adição no ábaco informático, vou representar no ábaco manipulativo para fazer o agrupamento. Isso complementa a solução da adição.

Zenilda: É mesmo! Pois só falta agrupar para encontrar a resposta.

Formador: Isso mesmo! Com o uso do ábaco informático, dá para perceber em qual etapa da resolução da adição permite chegar. A necessidade de ir além do que o instrumento propõe é a possibilidade de criar hipóteses, para mobilizar outros conhecimentos.

Após estas reflexões, Tânia para resolver a adição utiliza o ábaco manipulativo e informático apresentando a resolução conforme podemos ver na figura 3:

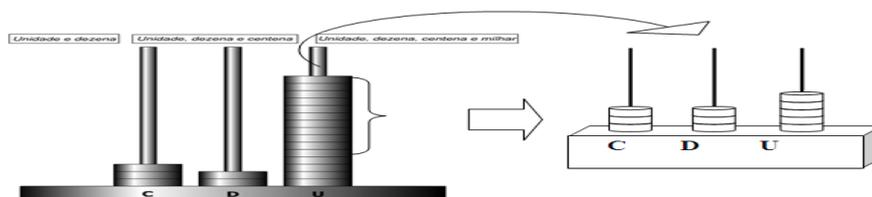


Figura 3. Resolução da adição com (re) agrupamento utilizando o ábaco informático e manipulativo
Fonte: Arquivo pessoal

Observamos nesta solução as situações adidáticas de ação, formulação, validação de acordo com a Teoria das Situações Didáticas, visto que a professora Tânia com a participação das professoras Zenilda e Silvanete realizam procedimentos imediatos para a resolução da adição. Com as limitações do *software*, novas estratégias foram montadas para ir além da limitação do instrumento. Por isso que o ábaco manipulativo foi complementar à solução.

Formador: observem como vai ficar os ábacos nesta subtração.

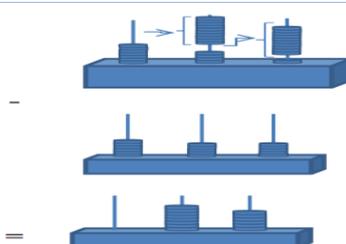


Figura 4. Solução da subtração com três ábacos.
Fonte: Arquivo pessoal.

Tânia: Ao resolver a subtração no ábaco manipulativo, fica visível seus termos, pois, do primeiro ábaco (minuendo), são retiradas as quantidades do segundo ábaco

(subtraendo), o terceiro ábaco representa o resultado (diferença). Então, o segundo ábaco não sofre alteração devido está indicando que será retirada a quantidade representada do primeiro ábaco.

Silvanete: Tenho costume de resolver a subtração usando um ábaco só. Se um ábaco só é usado, tenho que retirar a quantidade (655) que está no subtraendo de (741) que está no minuendo. Logo a professora Tânia, fez o seguinte registro:

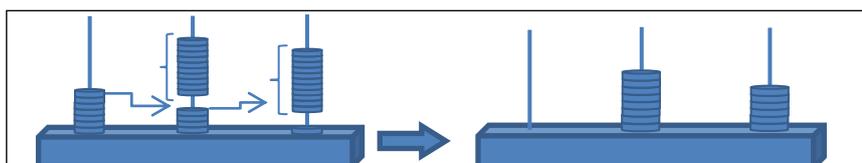


Figura 5. Solução da subtração utilizando um ábaco.

Fonte: Arquivo pessoal.

Silvanete: Nesta subtração, iniciei a resolução pelas unidades. Quando fui retirar 5 unidades de 1, vi que é necessário fazer o (re) agrupamento (decomposição) de 1 dezena em 10 unidades, e somando com uma unidade existente na sua respectiva haste, ficaram 11 unidades. Então, posso retirar 5 unidades de 11 unidades, resultando em 6. Na ordem das dezenas, tenho que retirar 5 dezenas de 3 dezenas, novamente faço o (re) agrupamento (decomposição) de 1 centena em 10 dezenas, que ao somar com uma dezena que se encontra na haste, ficam 13 dezenas, assim posso retirar 5 dezenas de 13 dezenas, resultando em 8 dezenas. Na haste das centenas, restaram 6 centenas, devo retirar as 6 centenas, logo, fica zero.

Comentário: Podemos observar no raciocínio das professoras Silvanete, Tânia e Zenilda a situação de formulação, já que as professoras passam a utilizar na resolução do problema, algum esquema de natureza teórica, contendo um raciocínio mais elaborado.

Formador: Vocês acham que se torna mais compreensivo ensinar e/ou aprender utilizando qual dos procedimentos para resolver a subtração: o uso de um único ábaco ou de um ábaco para cada termo da operação?

Tânia: Olha! Quando eu uso o ábaco para cada termo, eu posso demonstrar como a operação é resolvida por meio do algoritmo. E quando utilizo um ábaco só, eu posso resolver a operação com mais facilidade, porém, todos os valores dos termos da operação não ficam registrados no ábaco.

Silvanete: acho mais cômodo usar somente um ábaco, devido à manipulação, pois eu posso agrupar e/ou (re) agrupar mostrando para os alunos, sem precisar de outros ábacos. Se usar mais de um ábaco pode gerar bagunça na sala, porque teria que pedir ajuda aos alunos.

Zenilda: nunca tinha parado para pensar sobre as diferentes maneiras do uso do ábaco. Penso que se usarmos e estimularmos os alunos a usarem mais vários ábacos ao resolver a adição e subtração, pegará a prática tornando mais significativo, conforme a operação de adição a seguir:

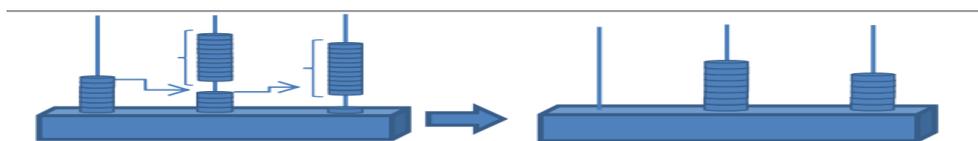


Figura 6. Solução de uma adição utilizando 03 ábacos.

Fonte: Arquivo pessoal.

No fechamento do nosso diálogo comentamos que o uso de mais de um ábaco para representar os termos da operação de adição e/ou subtração e resolvê-las, se aproxima dos procedimentos de como resolvemos a operação convencional.

Assim, nesta etapa vemos que já estamos na institucionalização, pois, o professor mostra a validade do modelo visto que existe algum tipo de *prova* matemática, como mostramos a seguir.



Figura 7. Solução da adição e subtração utilizando a operação convencional.

Fonte: Arquivo pessoal.

Observamos que esta resolução escrita é análoga ao que realizamos no ábaco manipulativo, uma vez que nela está descrito os procedimentos utilizados no ábaco, permitindo que cada uma dessas etapas tenha um significado.

A resolução dessas atividades fazendo uso do ábaco manipulativo e seus registros escritos levaram as participantes a comparar as suas respectivas soluções, com as que fizemos coletivamente e, levando a perceber que várias etapas de aprendizagem não foram explícitas nas suas soluções.

Ressaltamos que, o uso do ábaco informático na referida atividade, possui algumas limitações. O ábaco informático permite a representação da adição, porém ao necessitar do (re) agrupamento, o *software* não permitiu que as peças fossem retiradas.

Pensamos que, o uso do material concreto ou informático ou de papel, embora possua um valor para o processo de ensino e aprendizagem, ele deve ser mais explorado realizando comparações nas resoluções por meio desses instrumentos.

Por outro lado, percebemos a dificuldade que as participantes tiveram em deixar um procedimento aprendido e utilizado por elas, para apreender outro procedimento de resolução das operações de adição e subtração com (re) agrupamento por meio do ábaco manipulativo e/ou informático ou de papel.

Nestas circunstâncias, a aplicação das atividades nos fez perceber a necessidade da formação continuada para os professores das séries/anos iniciais do Ensino Fundamental, de forma a oportunizar o uso do material concreto e/ou informático para mobilizar as noções do sistema de numeração decimal e das operações de adição e subtração com (re) agrupamento, por meio de uma sequência didática que conduza a apropriação do ábaco manipulativo e/ou informático e de papel. No final da atividade, o formador apresentou a institucionalização:

- Os procedimentos utilizados no ábaco manipulativo e informático para resolver as operações de adição e subtração podem ser os mesmos utilizados na operação convencional. Ocorrendo procedimentos similares com o uso do instrumento e a operação convencional, o processo de (re) agrupamento pode ser mais compreensivo. Isto porque será mais visível quando a operacionalização inicia-se com o ábaco e, depois o mesmo procedimento com a operação convencional.
- Ao utilizar o ábaco para resolver a operação de adição com uma, duas ou mais parcelas, concomitantemente é perceptível a ação de juntar/reunir, pois ao colocar as peças nas hastes do ábaco, elas se reúnem e, ao verificar a existência de mais de nove peças nas hastes, deve ocorrer o (re) agrupamento, uma vez que estamos trabalhando com a base decimal.

4. Considerações

Ao realizar este estudo que tinha como finalidade (res) significar os procedimentos de resolução das operações de adição e subtração com (re) agrupamento por meio do

ábaco, pôde constatar que o ábaco é uma ferramenta de ensino que dar significado aos procedimentos operatórios. Também, um ensino baseado por uma sequência didática possibilita a aprendizagem dos conteúdos ensinados. Deste modo, as etapas de aprendizagem fazendo o uso do instrumento de contagem para em seguida utilizar o mesmo procedimento para resolver as operações convencionais de adição e subtração com (re) agrupamento é um fator importante na compreensão do procedimento aritmético. E, este fato pode ser discutido com os professores por meio da formação continuada.

5. Referências

- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** - Brasília-MEC/SEF, 1997.
- BROUSSEAU, Guy. **Fundamentos e métodos da didática da matemática**. In: BRUN, Jean. *Didática das matemáticas*. Lisboa: Horizontes Pedagógicos, 1996. p. 35-111.
- DAMBROS, Adriana Aparecida. **O conhecimento do desenvolvimento histórico dos conceitos matemáticos e o ensino da matemática: possíveis relações**. Tese (Doutorado em Educação)-Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2006.
- DICK, Bob. Como conduzir e relatar a pesquisa-ação. In: **Pesquisa-ação princípios e métodos**. Roberto Jarry Richardson (org). João Pessoa: Universitária UFPB, 2003.
- FRANCO, Maria Amélia Santoro. **Pedagogia da pesquisa-ação**. Universidade Católica de Santos. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 483-502, set/dez. 2005.
- HUETE, J.C. Sánchez. BRAVO, J. A. Fernández. **O ensino da matemática fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artmed, 2006. Tradução Ernani Rosa.
- IFRAH, Georges. **Os números: história de uma grande invenção**. 4. ed. São Paulo: Globo, 1992. Tradução Stella M. de Freitas Senra.
- KAMII, Constance; DECLARK, Georgia. **Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget**. Campinas: Papirus, 1994.
- LÉVY, Pierre. **As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática**. 2. ed. Rio de Janeiro: Ed. 34, 1993.
- MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.
- NUNES, Terezinha. et. al. **Educação matemática: números e operações numéricas**. São Paulo: Cortez, 2005.

ZUNINO, Delia Lerner. **A matemática na escola: aqui e agora**. 2. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.